الفضاء الاحتمالي: Espace Probabilisé

تعريف التجزئة Partition

ليكن الكون $\boldsymbol{\Omega}$ اذا كانت $\boldsymbol{A_i}\ \boldsymbol{i = \overline{1,n}}$ أحداث(ليست مستحيلة) متنافية منفصلة مثنى مثنى ، فإنها تشكل تجزئة ل $\boldsymbol{\Omega}$ اذا كان :

$$\bigcup_{i=1}^{n} A_i = \boldsymbol{\Omega}$$

الجماعة التامة او الشاملة Système complet d'événement

ليكن الكون $\boldsymbol{\Omega}$ ، نسمي جماعة تامة من الاحداث، كل تجزئة $(A_i)_{i=\overline{1,n}}$ ل $\boldsymbol{\Omega}$. بمعنى أخر:

1) الأحداث A_i متنافية منفصلة مثنى مثنى و
2) اتحادها يساوي $\boldsymbol{\Omega}$.

قانون الاحتمال المنتظم : L'équiprobabilité

ليكن الفضاء الاحتمالي المنتهي $(\boldsymbol{\Omega}, \mathcal{F}, \mathbf{P})$حيث $\boldsymbol{\Omega} = \{\boldsymbol{\omega_1}, \boldsymbol{\omega_2}, \dots, \boldsymbol{\omega_n}\}$ فان الأحداث الابتدائية $\{\boldsymbol{\omega_i}\}$ تشكل جماعة تامة ل $\boldsymbol{\Omega}$ ، اذا كانت الأحداث الابتدائية $\{\boldsymbol{\omega_i}\}$ متكافئة لديها نفس الفرصة للظهور فان :

$$\forall i = \overline{1,n},\ \boldsymbol{p}(\{\boldsymbol{\omega_i}\}) = \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{n}},\ \text{tel que } \boldsymbol{card}(\boldsymbol{\Omega}) = \boldsymbol{n} < \infty$$

احتمال حدث: Probabilité d'un évènement

ليكن الفضاء الاحتمالي المنتهي $(\boldsymbol{\Omega}, \mathcal{F}, \mathbf{P})$حيث $\mathbf{P}$ احتمال متكافئ منتظم على $\boldsymbol{\Omega}$ فان:

$$\forall \boldsymbol{A} \subset \mathcal{F}, \qquad \mathbf{p}(\mathbf{A}) = \frac{\boldsymbol{card}(\boldsymbol{A})}{\boldsymbol{card}(\boldsymbol{\Omega})}$$

الاحتمال الشرطي: Probabilité conditionnelle

الاحتمال الشرطي للتحقق الحدث $\boldsymbol{A}$ علما أن (أو شرط أن) الحدث $\boldsymbol{B}$ تحقق، يعرف بالعلاقة التالية :

$$\boldsymbol{p}(\boldsymbol{A}|\boldsymbol{B}) = \begin{cases} \dfrac{\boldsymbol{p}(\boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{B})}{\boldsymbol{p}(\boldsymbol{B})}, & \boldsymbol{si}\ \boldsymbol{p}(\boldsymbol{B}) > \mathbf{0} \\ \boldsymbol{p}(\boldsymbol{A}), & \boldsymbol{sinon}\ (\boldsymbol{p}(\boldsymbol{B}) = \mathbf{0}) \end{cases}$$

الأحداث المستقلة: Evénements indépendants

نقول عن حدثين $\boldsymbol{A}$ و $\boldsymbol{B}$ أنهما مستقلان (كلاهما مستقل عن الاخر) اذاكان احتمال تحقق (أو وقوع) أحدهما لايتعلق بحدوث (أو وقوع) الحدث الاخر ، بمعنى :

$$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{B}) = \boldsymbol{P}(\boldsymbol{A}) * \boldsymbol{P}(\boldsymbol{B})$$

قاعدة ضرب الأحداث غير المستقلة: Événements non indépendants

نقول أن الحدثان **A** و **B** غير مستقلين إذا كان وقوع الحدث **A** يؤثر على وقوع الحدث **B** أو إذا كان وقوع أحدهما مرتبط بوقوع الآخر .وبالتالي يكون

$$\boldsymbol{P\left(A \cap B\right) = P(A|B) * P(B)}$$

صيغة الاحتمالات المركبة Formule des Probabilités composées

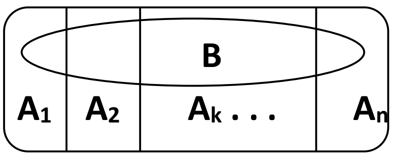
لتكن $\mathbf{A_1}$، $\mathbf{A_2}$، $\mathbf{A_3}$، . . . $\mathbf{A_j}$، . . . .، $\mathbf{A_n}$ أحداث فان :

$$\mathbf{P\left(A_1 \cap A_2 \cap \cdot \cdot \cdot \cap A_n\right) = P(A_1) * P(A_2|A_1) * P(A_3|A_1 \cap A_2) * \ldots * P(A_n|A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_{n-1})}$$

قانون الاحتمال الكلي Formule des probabilités totales

لتكن A_1، A_2، A_3، . . . A_j، . . . .، A_n أحداث شاملة ومتنافية مثنى مثنى ومعرفة على المجموعة الكلية (الأساسية) Ω،

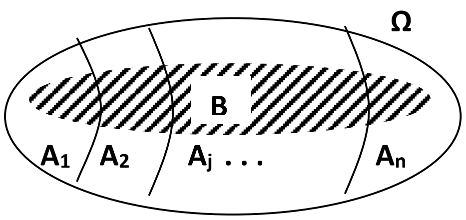
$$\boldsymbol{P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(B \cap A_i) = \sum_{i=1}^{n} P(B|A_i) * P(A_i)}$$



نظرية الاحتمال السببي أو نظرية بايز Théorème ou règle de BAYES

لتكن A_1، A_2، A_3، . . . A_j، . . . .، A_n أحداث متنافية فيما بينها حيث اتحادها يشكل المجموعة الكلية (الأساسية) Ω، و B حدث ما يتحقق عن طريق واحد أو أكثر من الأحداث A_j، إذا علمنا أن B تحقق، نحسب احتمال تحققه عن طريق الحدث A_j كما يلي:

$$\mathbf{P\left(A_j|B\right) = \frac{P\left(B|A_j\right) * P\left(A_j\right)}{\sum_{i} P(B\ |A_i) * P(A_i)}}$$



رسم يوضح نظرية بايز

تسمى هذه النظرية نظرية الاحتمال السببي لأنها تمكن من حساب احتمال أن يكون حدث ما (A_j) هو المسبب لوقوع حدث آخر (B).