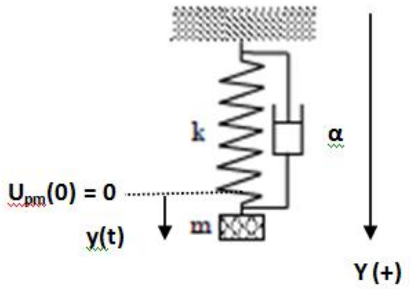
Département de Chimie

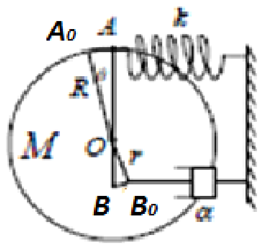
Module : Vibrations et ondes mécaniques- Deuxième année LMD de chimie

<u>Série de TD N° 3</u>: Oscillations libres linéaires amorties des systèmes à un degré de liberté

<u>EX1</u> : *Equation de mouvement des systèmes amortis à un degré de liberté- régime critique*

a)-Soit le système masse – ressort- amortisseur ci –dessous (figure 1. a). Trouver l'équation du mouvement d'abord avec le PFD puis avec le Lagrangien.





(a) **(b)**

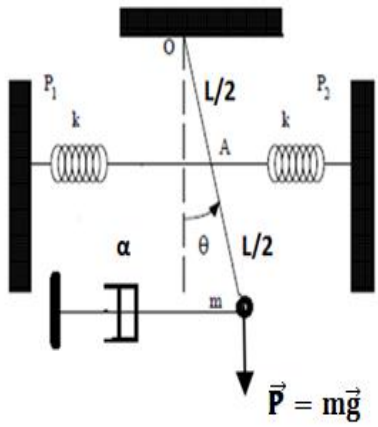
<u>Figure 1</u>

b)-Soit le système disque –ressort- amortisseur en –dessus (figure 1. b). Pour des faibles amplitudes (θ<<), trouver l'équation du mouvement à l'aide du Lagrangien. Quelle est la nature du mouvement si M =1Kg, k = 2N/m, R = 10cm, r = (R/2) et α = 8Ns/m?

<u>EX2</u> : *Pendule simple amorti en régime pseudo- périodique*

On considère un oscillateur mécanique amorti, oscillant autour d'un axe passant par O représenté par une tige métallique de longueur **L** et de masse négligeable reliée par deux ressorts identiques de raideur **k** au point **L/2** comme le montre la figure 2.

1. Etablir le Lagrangien du système ;
2. Déterminer l'équation différentielle du mouvement ;
3. En déduire la pulsation propre des oscillations non amorties de l'oscillateur ;
4. Résoudre dans le cas de faible amortissement ($\delta<\omega_0$), l'équation différentielle du mouvement avec les conditions initiales suivantes : $\theta(t=0) = 0$, $\dot{\theta}(t = 0) = \dot{\theta}_0$.



<u>Figure 2</u>

EX3 :

Une tige rigide sans masse et de longueur **3L**, porte en ses extrémités les masses **m** et **M**. La tige peut tourner autour du point O. L'ensemble des frottements est symbolisé par l'amortisseur de coefficient de frottement **α** (figure 3). A l'équilibre le ressort n'était pas déformé et la tige était verticale (*l'état d'équilibre est représentée en pointillée*).

1. Trouver l'énergie cinétique **T**, l'énergie potentielle $\mathbf{U_p}$ et la fonction de dissipation **D** du système donné pour de faibles amplitudes (θ <<);
2. Trouver le Lagrangien du système et déduire l'équation du mouvement ;
3. Sachant que ; M = 2 kg, m = 1 kg, k = 5 N/m, L = 1m, α = 54 N.s/m, g = 10 m/s^2 : trouver la nature du mouvement ;
4. Quelle est la valeur maximale que α ne doit pas dépasser pour qu'il y ait oscillation ?
5. Lorsque **α = 9 N.s/m**, le système oscille mais son amplitude diminue au cours du temps. Trouver le temps de relaxation $\tau_{\text{amplitude}}$ au bout duquel l'amplitude diminue à **1/5** de sa valeur initiale.

Rappel : pour (θ <<); sinθ ≈θ , cosθ ≈1-$\frac{\theta^2}{2}$.

Figure 3