Chapitre 5 Etalonnage des Capteurs

La réponse statique est la réponse du capteur en régime permanent, c'est à dire quand les grandeurs d'entrée (mesurande) et de sortie du capteur (mesure) n'évoluent plus dans le temps (dérivée des grandeurs d'entrée et de sortie nulles)

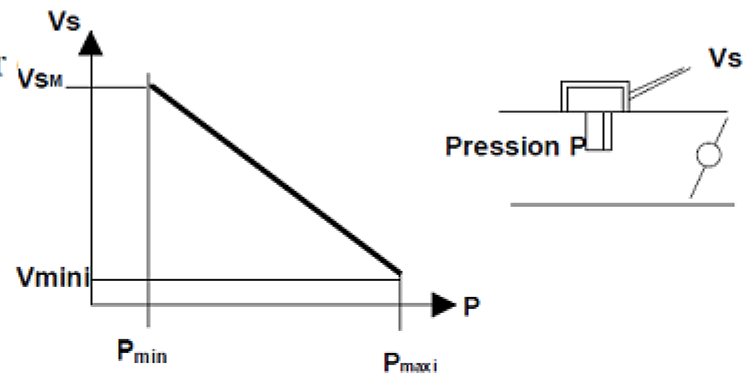
La réponse statique est déterminée pour l'étendue de mesure du Capteur (zone nominale d'emploi)

A-La caractéristique de transfert ou d'entrée-sortie (courbe d'étalonnage) :

Elle donne la relation d'évolution de la grandeur de sortie en fonction de la grandeur d'entrée. Elle est donnée classiquement par une courbe en régime permanent.

Exemple : On représente la caractéristique de transfert d'un capteur de pression
Vs= S.P (S : sensibilité du capteur)

V_{SM} = Valeur maxi de la tension de sortie du capteur
P_{maxi} = Pression maxi ou portée maximale.
P_{min} = Portée minimale

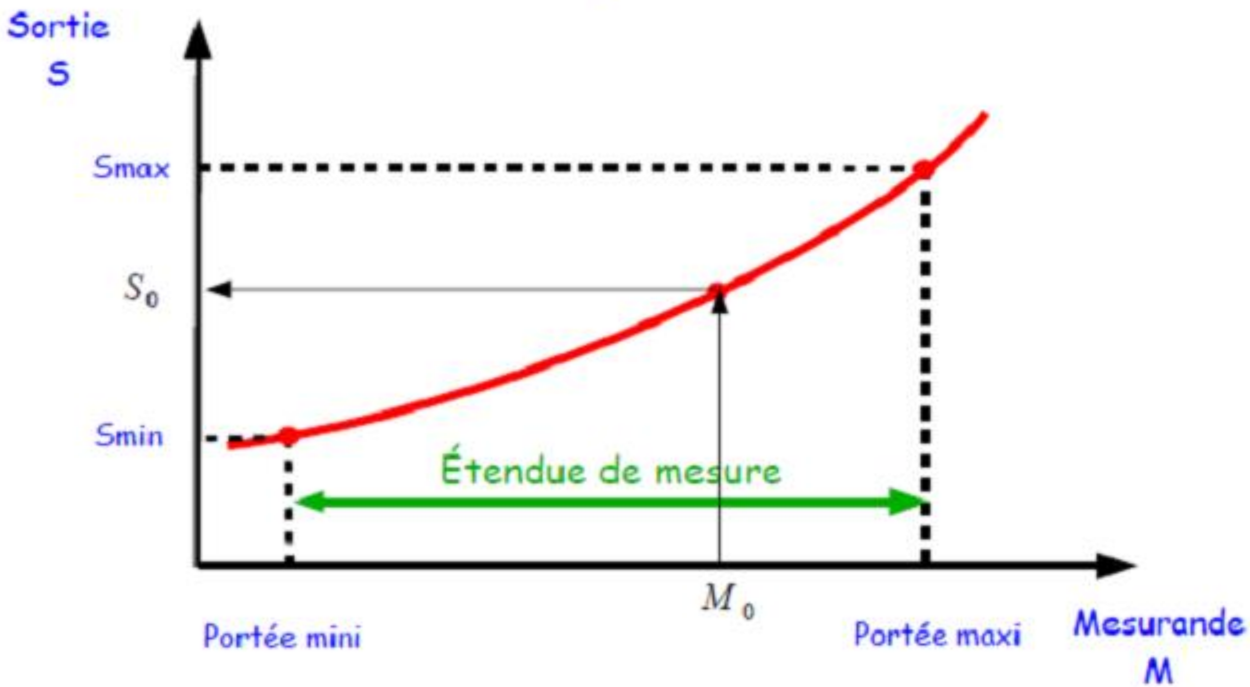


Caractéristique de transfert d'un capteur de pression

A-La caractéristique de transfert ou d'entrée-sortie (courbe d'étalonnage) :

La caractéristique statique est la courbe qui représente la réponse statique en fonction du mesurande

↬ on l'appelle aussi courbe d'étalonnage.



A-La caractéristique de transfert ou d’entrée-sortie (courbe d’étalonnage) :

La courbe d'étalonnage peut être définie par un tableau représentatif de points discrets de mesure

Exemple : sonde de température résistive PT100

°C	+ 0	+ 1	+ 2	+ 3	+ 4	+ 5	+ 6	+ 7	+ 8	+ 9
0	100	100,39	100,78	101,17	101,56	101,94	102,33	102,72	103,11	103,59
+ 10	103,89	104,28	104,67	105,06	105,45	105,84	106,23	106,62	107,01	107,40
+ 20	107,79	108,18	108,57	108,95	109,34	109,73	110,12	110,51	110,89	111,28
+ 30	111,67	112,06	112,44	112,83	113,22	113,60	113,99	114,38	114,77	115,15
+ 40	115,54	115,93	116,31	116,70	117,08	117,47	117,86	118,24	118,63	119,01
+ 50	119,40	119,78	120,16	120,55	120,93	121,32	121,70	122,09	122,47	122,86
+ 60	123,24	123,62	124,00	124,39	124,77	125,16	125,54	125,92	126,30	126,69
+ 70	127,07	127,45	127,83	128,22	128,60	128,98	129,36	129,74	130,13	130,51

- le tableau s'emploie dans le sens direct (température->signal) à un °C près.
  et dans le sens inverse (signal->température)

- il est possible d'affiner la conversion réciproque par interpolation linéaire

A-La caractéristique de transfert ou d'entrée-sortie (courbe d'étalonnage) :

La courbe d'étalonnage peut être définie une relation fonctionnelle $S = \Phi(M)$

Cas 1 : la loi est connue physiquement

Exemple d'une sonde de température type thermistance

$$R_T = R_0 \, e^{B(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0})}$$

Cas 2 : la loi est une approximation polynomiale déterminée par régression

Exemple d'une sonde de température type PT100

$$R_T = 100(1 + 3.9083\,T - 5,775 \times 10^{-7}\,T^2)$$

B-Étendue d'échelle

L'***échelle de mesure*** est donnée par la limite inférieure de mesure et la limite supérieure de mesure de l'instrument.

L'***étendue d'échelle*** (EE) est la différence algébrique entre les valeurs extrêmes du mesurande qui peuvent être appliquées à l'instrument, et pour laquelle les caractéristiques métrologiques sont garanties.

Exemple d'étendue d'échelle
Débitmètre : échelle de 1 $m^3 \cdot h^{-1}$ à 10 $m^3 \cdot h^{-1}$. EE = 9 $m^3 \cdot h^{-1}$.
Sonde de température : échelle de – 100 °C à 300 °C. EE = 400 °C.
Transmetteur de pression différentielle : échelle de – 20 hPa à 40 hPa.
EE = 60 hPa.

C- Étendue de mesure

L'étendue de mesure (EM) est la différence algébrique entre les valeurs limites réglées par l'instrumentiste du mesurande qui peuvent être appliquées à l'instrument, et pour laquelle les caractéristiques métrologiques sont garanties.

Exemple d'étendue de mesure

Débitmètre réglé de 1 $m^3 \cdot h^{-1}$ à 5 $m^3 \cdot h^{-1}$. EM = 4 $m^3 \cdot h^{-1}$.
Sonde de température réglée de – 50 °C à 0 °C. EM = 50 °C.
Transmetteur de pression différentielle réglé de – 20 hPa à 20 hPa. EM= 40hPa.

Étendue de mesure

capteur de température

Modèles	Application	Type de contact	Gamme de mesure
905-T1 	Contrôle de température en laboratoire	Pointe	-50 / +500°C
Mini thermomètre 	Mesure de surface	Pastille diam. 14mm	-50 / +250°C
905-T2 	S'adapte à tout type de surface	Lamelles souples	-50 / +500°C

D-La sensibilité:

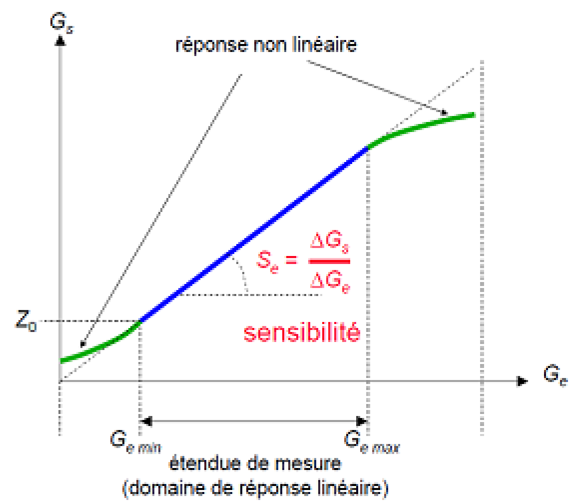
cette caractéristique traduit le rapport entre la variation du signal de sortie et la variation du signal d'entrée pour une plage d'utilisation donnée. Dans le cas d'un capteur linéaire, la sensibilité du capteur est constante :

Exemples
mesure de débit : 1mA/Litre/sec ;
mesure de vitesse : 12pas/sec.

la sensibilité est alors sans dimension et peut être appelée gain. Il s'exprime généralement en dB. gain(dB) = 20 log(s)

$$\text{Sensibilité} = \left.\frac{d(\text{Grandeur de sortie})}{d(\text{mesurande})}\right|_{\text{Pt d'étude}}$$

REPONSE D'UN CAPTEUR



D- La sensibilité:

Sensibilité calculée à partir du modèle physique:

$$\sigma = \left(\frac{dS}{dE}\right)_{E_0}$$

Exemple 1 :

pour un capteur à loi quadratique $s = a.e^2 + b.e + c$

$$\sigma = 2a.e + b$$

Exemple 2:

Pour une thermistance ayant pour résistance R_0 à la température absolue T_0, l'équation d'état est :

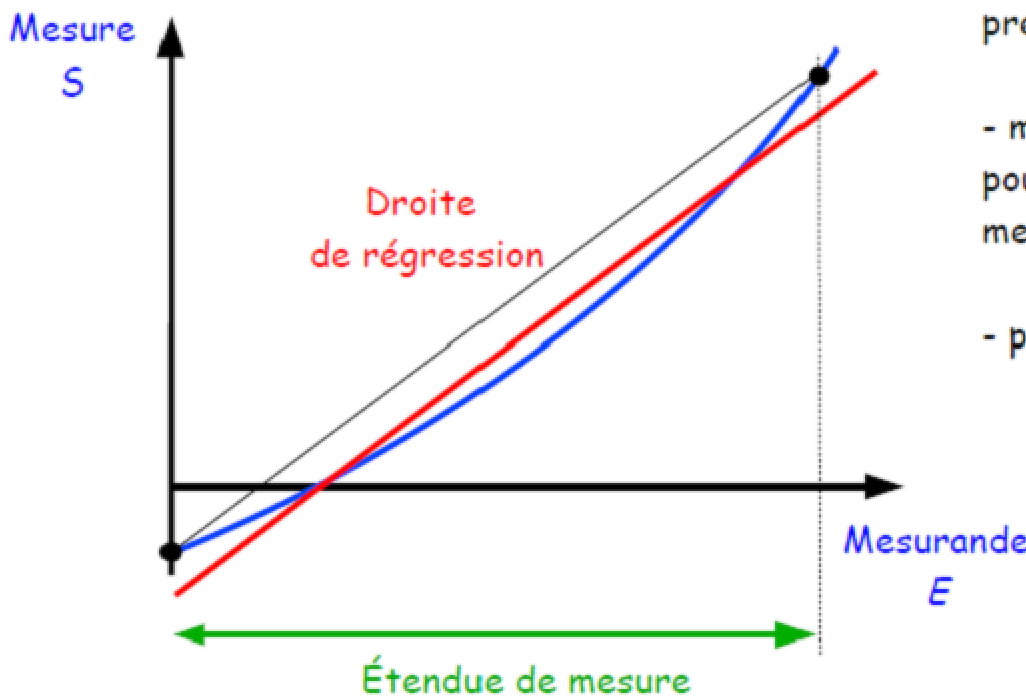
$$R(T) = R_0.\exp B\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)$$

La sensibilité de ce capteur est donc :

$$\sigma(T) = \frac{dR}{dT} = -\frac{B}{T^2}.R_0.\exp B\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)$$

D- La sensibilité:

Sensibilité moyenne sur l'étendue de mesure



-sensibilité calculée entre le premier et le dernier point

- moyenne des sensibilités évaluées pour N points sur l'étendue de mesure

- pente de la droite de régression

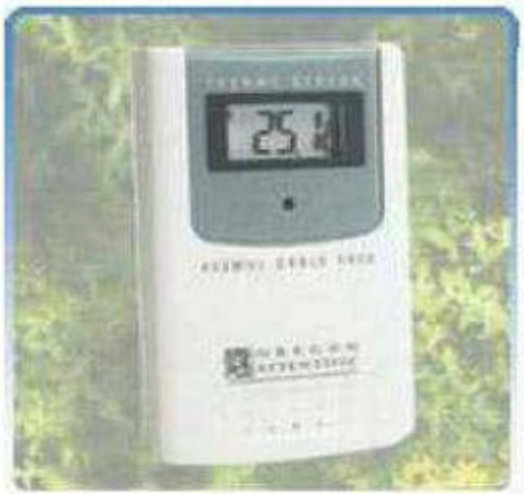
$$s_{reg} = a\,e + b$$

$$a = \frac{N\sum s_i e_i - \sum s_i . \sum e_i}{N.\sum e_i^2 - (\sum e_i)^2}$$

$$b = \frac{\sum s_i . e_i^2 - \sum s_i . e_i . \sum e_i}{N.\sum e_i^2 - (\sum e_i)^2}$$

E- La résolution:

Elle correspond à la plus petite variation du mesurande que le capteur est susceptible de déceler avec précision.



FONCTIONS

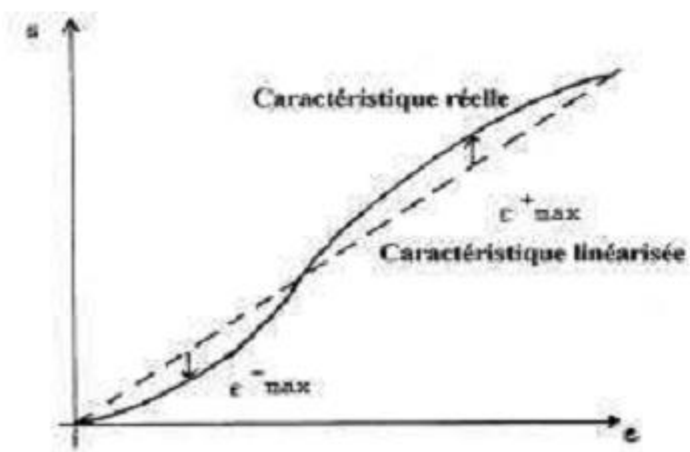
Température de -20°C à 60°C (résolution : 0.1°C).

CARACTERISTIQUES TECHNIQUES

Sélecteur °C/°F.
Ecran LCD 1 ligne (affichage de la température ambiante).
Affiche la mesure sur son écran LCD et la transmet à l'unité mère sur 433 Mhz.
Boîtier résistant et étanche.
Transmission sur 433 Mhz à 30 m maxi.
Cycle de transmission vers l'unité mère : 30 secondes.
LED rouge témoin de communication.
Se fixe à une paroi ou se pose.
Alimentation : 2 piles LR03 'AAA' (fournies).
Dimensions : 91x59x20 mm. Poids : 78 g.
Notice en français. Garantie d'un an.

F- La linéarité:

L'erreur de linéarité spécifie le plus grand écart entre la courbe d'étalonnage et une ligne droite appelée « meilleure droite ». L'écart de linéarité s'exprime en % de l'étendue de mesure comme l'erreur systématique.

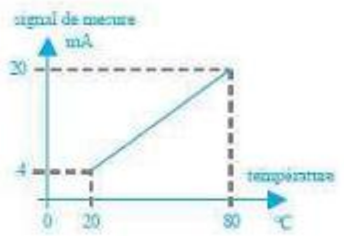


G- Zéro de mesure

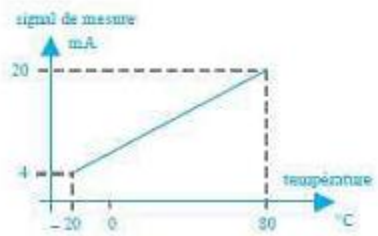
Le ***zéro de mesure est la valeur prise comme origine de l'information délivrée par*** l'instrument. Le zéro des transmetteurs industriels actuels est réglable par configuration.
Le ***décalage de zéro est dit positif si la valeur de l'étendue de mesure est supérieure à*** la valeur maximale.
Le ***décalage de zéro est dit négatif si la valeur de l'étendue de mesure est inférieure à*** la valeur maximale.

Exemple de *Zéro de mesure*

Caractéristiques obtenues par deux réglages d’un transmetteur de température d’échelle – 100 °C à 300 °C délivrant un signal de mesure normalisé 4-20 mA proportionnel à la température.



Valeur maximale mesurable = 80 °C
Valeur minimale mesurable = 20 °C
Etendue de mesure = 60 °C
Valeur du zéro = 20 °C
Décalage négatif car :
EM (60 °C) < valeur maximale (80 ° C)



Valeur maximale mesurable = 80 °C
Valeur minimale mesurable = 20 °C
Etendue de mesure = 100 °C
Valeur du zéro = 20 °C
Décalage positif car :
EM (100 °C) > valeur maximale (80 °C)

H - La rangeabilité :

La ***rangeabilité*** *R* d'un instrument s'exprime comme le quotient de l'étendue de mesure maximale réglable par l'étendue de mesure minimale réglable. Cette définition implique que le réglage d'étendue soit prévu par le fabricant.

$$\boxed{R = \frac{EM_{\text{maxi}}}{EM_{\text{mini}}}}$$

Elle se note sous la forme *R* : 1, et elle chiffre la capacité de réglage de l'instrument.
Une rangeabilité de 3 : 1 est médiocre, car il est classique d'avoir des rangeabilités entre 10 : 1 et 20 : 1.
Certains transmetteurs numériques ont souvent des rangeabilités supérieures à 50 : 1, voire à 100 : 1, gage d'une très grande souplesse d'adaptabilité au problème de mesure.

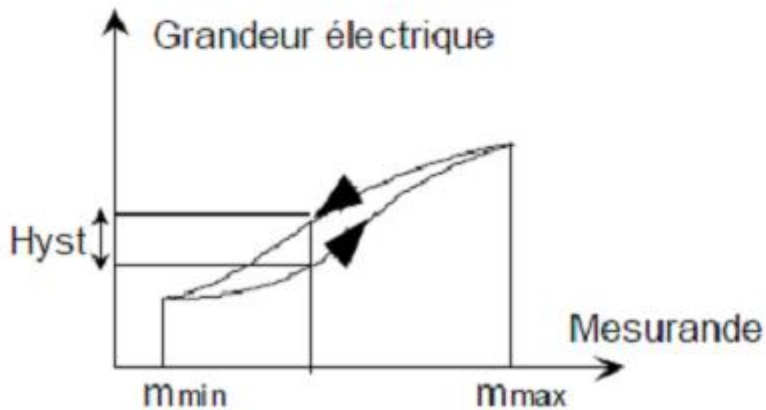
Exemple
La notice d'un transmetteur de niveau annonce un réglage d'une étendue de mesure de 0,6 m à 30 m.
La rangeabilité est $R = 30/0,6 = 50$ et elle est notée 50 : 1. Ce qui correspond à une excellente capacité de réglage.

I - L'hystérésis:

Certains capteurs ne retournent pas la même valeur de sortie, pour une même valeur du mesurande, selon la façon où cette valeur est obtenue (cycle croissant ou décroissant). L'hystérésis est la différence maximale entre ces deux valeurs de sortie.

Unité : Unité du mesurande ou % de l'E.M.

Exemple d'un capteur de force à sortie fréquentielle



étendue de mesure	0 - 30 N
sensibilité	10,5 Hz . N-1
linéarité	3,6 % de l'étendue de mesure
répétabilité	2 %
hystérésis	1,8 %
dérive temporelle	- 0,6 Hz . h-1
dérive thermique	0,5 Hz . °C-1
facteur de qualité	180

Tableau 4.1 : caractéristiques techniques du capteur

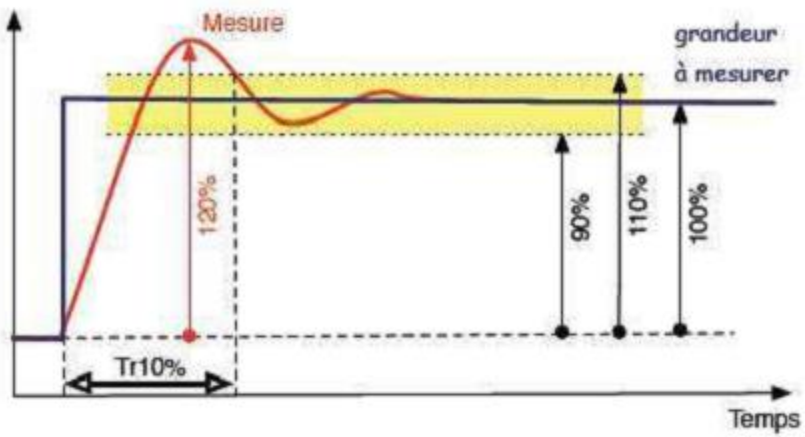
K -La finesse :

C'est la qualité d'un capteur à ne pas venir modifier par sa présence la grandeur à mesurer. Cela permet d'évaluer l'influence du capteur sur la mesure. On la définit non seulement vis à vis du capteur mais aussi vis à vis de l'environnement d'utilisation du capteur.

Exemple : Pour un capteur d'induction B, un capteur à forte perméabilité sera très sensible, par contre sa présence aura tendance à perturber les lignes de champ et la mesure de l'induction ne sera pas celle sans capteur

L-Rapidité, temps de réponse:

C'est l'aptitude d'un instrument a suivre les variations de la grandeur a mesurer. Il représente le temps qu'il faut au capteur pour que sa sortie soit à moins d'un certain écart en pourcentage de la valeur finale, lorsque le mesurande (l'entrée) est soumis à une variation brusque de type échelon.

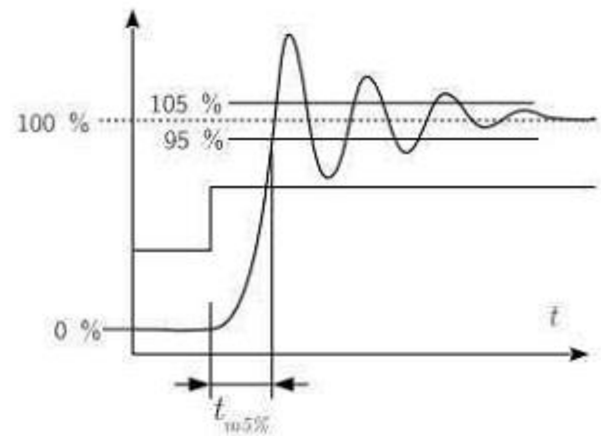


– Réponse indicielle

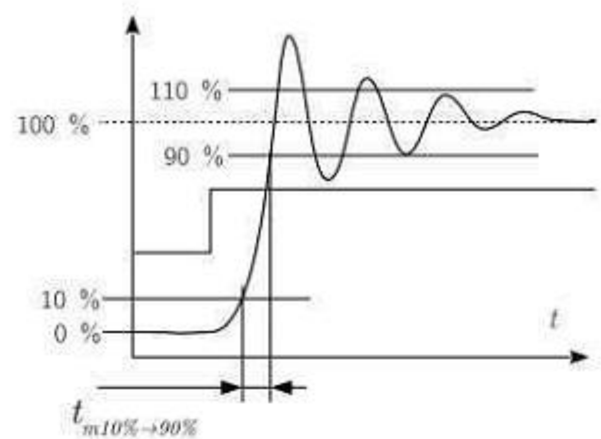
temps de montée (*rise time*)

Le temps de montée est la durée que met la sortie pour atteindre sa valeur d'équilibre à $\pm x$ % près.

Le temps de montée à 5 % est la durée que met le signal de sortie pour atteindre l'équilibre à 5 % près.

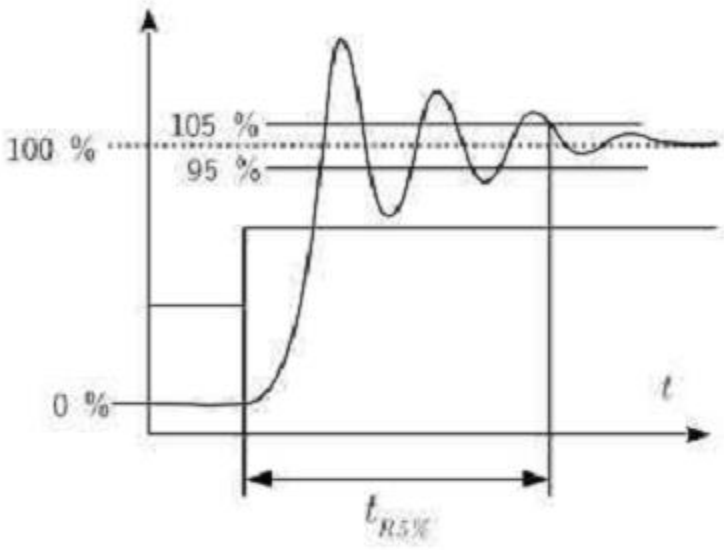


Le temps de montée de 10 % à 90 % est la durée que met la sortie pour évoluer de 10 % à 90 % de sa valeur d'équilibre.

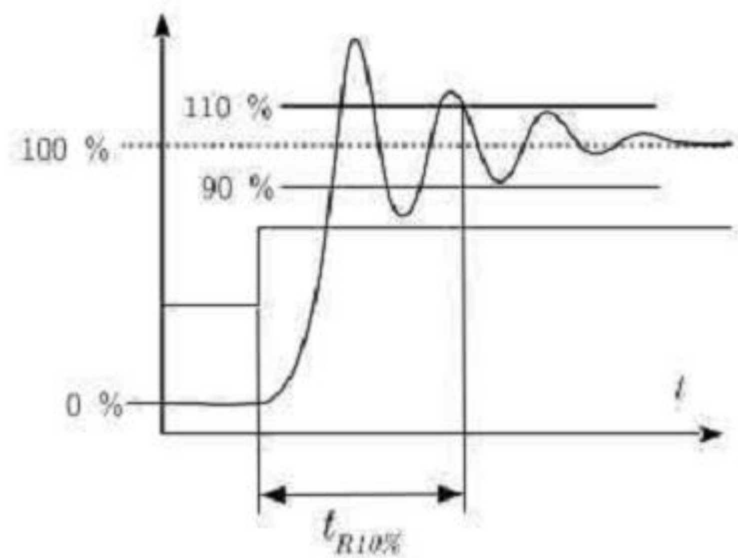


temps de réponse (*settling time*)

Le temps de réponse est la durée que met la sortie pour atteindre sa valeur d'équilibre à $\pm x$ % près, sans plus jamais quitter cet intervalle de tolérance.



temps de réponse à 5 %



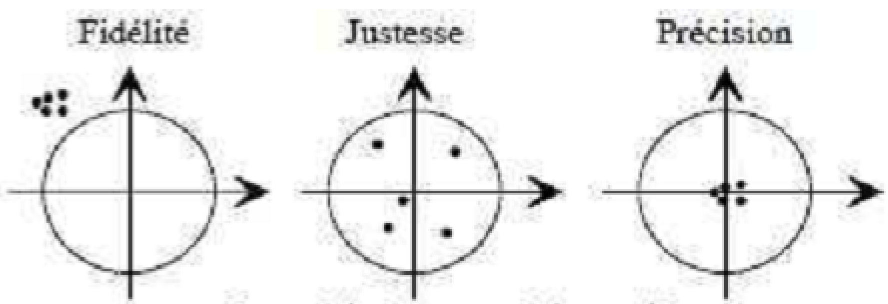
temps de réponse à 10 %

M-Précision :

Précision : **Elle définie l'écart en % que l'on peut obtenir entre la valeur réelle et la valeur obtenue en sortie du capteur. Ainsi un capteur précis aura à la fois une bonne fidélité et une bonne justesse.**

Justesse : **C'est l'aptitude d'un capteur à délivrer une réponse proche de la valeur vraie et ceci indépendamment de la notion de fidélité. Elle est liée à la valeur moyenne obtenue sur un grand nombre de mesures par rapport à la valeur réelle.**

Fidélité : **Elle définie la qualité d'un capteur à délivrer une mesure répétitive sans erreurs. L'erreur de fidélité correspond à l'écart type obtenu sur une série de mesures correspondant à un mesurande constant.**



Caractéristiques statistiques d'un capteur

Précision :

- **Calibre**

Le ***calibre*** d'un instrument est la valeur de la grandeur à mesurer qui correspond à la limite supérieure de l'étendue de mesure. Pour une configuration donnée d'un voltmètre la limite supérieure indiquée est de 10 V : son calibre est alors de 10 V.

- **Classe d'exactitude ou classe de précision**

Un instrument de mesure est caractérisé au moyen d'un nombre, appelé indice de ***classe d'exactitude***. Celui-ci représente la limite supérieure de l'erreur absolue intrinsèque exprimée en centièmes de la plus grande indication que peut donner l'instrument.

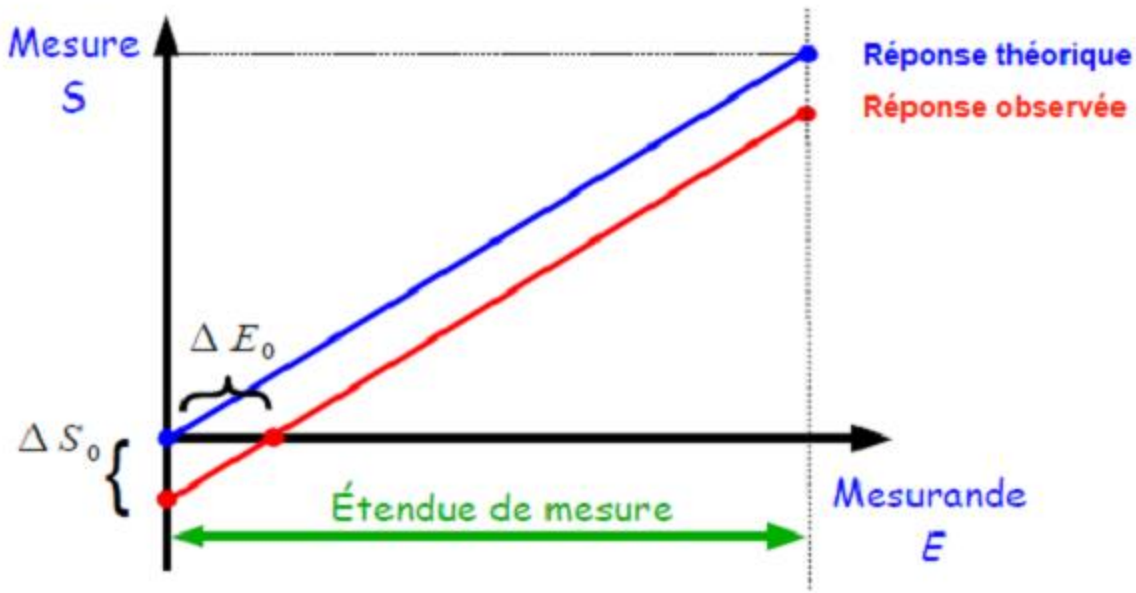
À partir de la valeur de la classe ***Cl***, pour le calibre ***Ca*** d'un instrument, ***la valeur absolue de l'erreur maximale*** εmaxi que l'on peut commettre en effectuant un mesurage est :

$$\boxed{\varepsilon_{\text{maxi}} = \frac{C_l \cdot C_a}{100}}$$

Les types d'erreurs classiques

A-L'erreur de zéro (offset):

L'erreur d'offset ou décalage est la différence entre la valeur « vraie » de la mesure et celle obtenue à partir de la réponse du capteur pour la borne inférieure de l'étendue de mesure

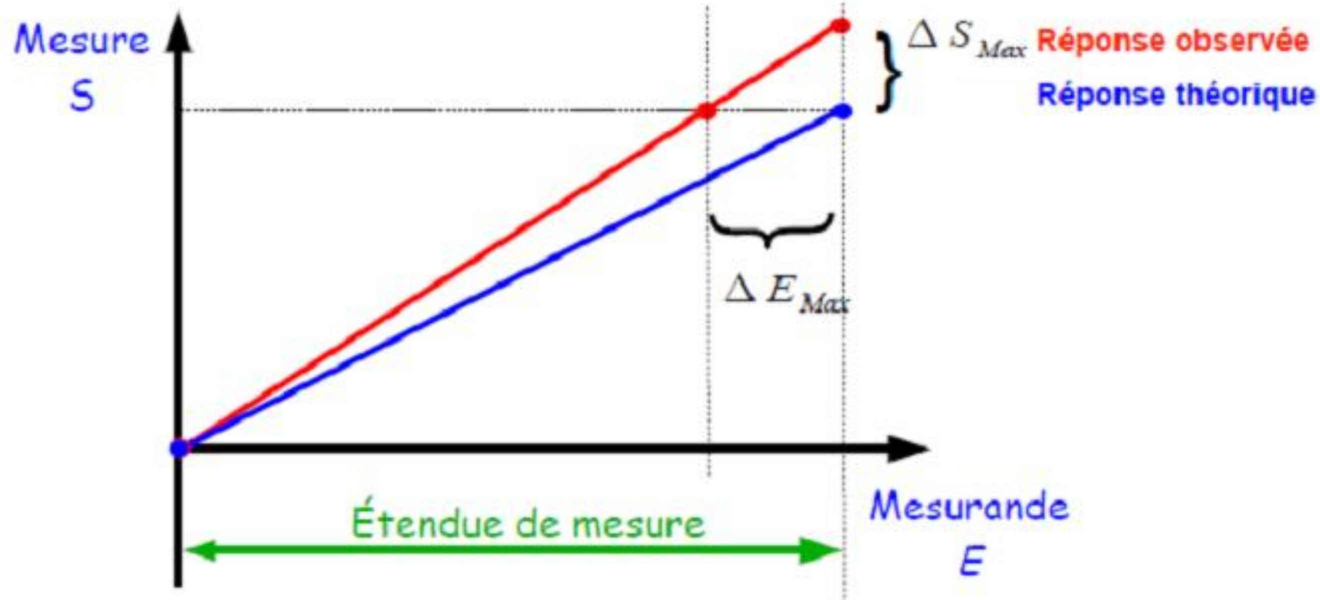


Les erreurs absolues s'évaluent soit dans l'unité du mesurande, soit dans l'unité de mesure.

Les types d'erreurs classiques

B-L'erreur d'echelle (gain)

L'erreur de gain est l'erreur de pente de la courbe caractéristique du capteur; elle est visible essentiellement pour la borne supérieure de l'étendue de mesure.

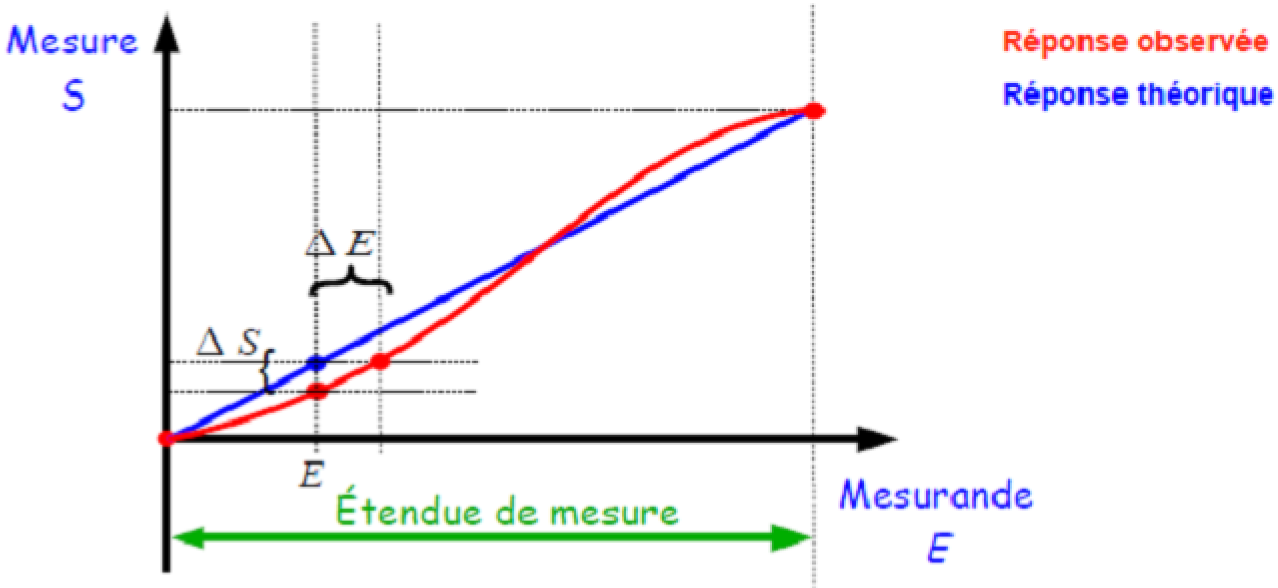


Certains capteurs intègrent une procédure interne de ré-étalonnage (étalon interne) du zéro et de la pleine échelle.

Les types d'erreurs classiques

C- L'erreur de linéarité

L'erreur de linéarité est l'erreur entre la courbe caractéristique du capteur et la droite théorique de réponse.

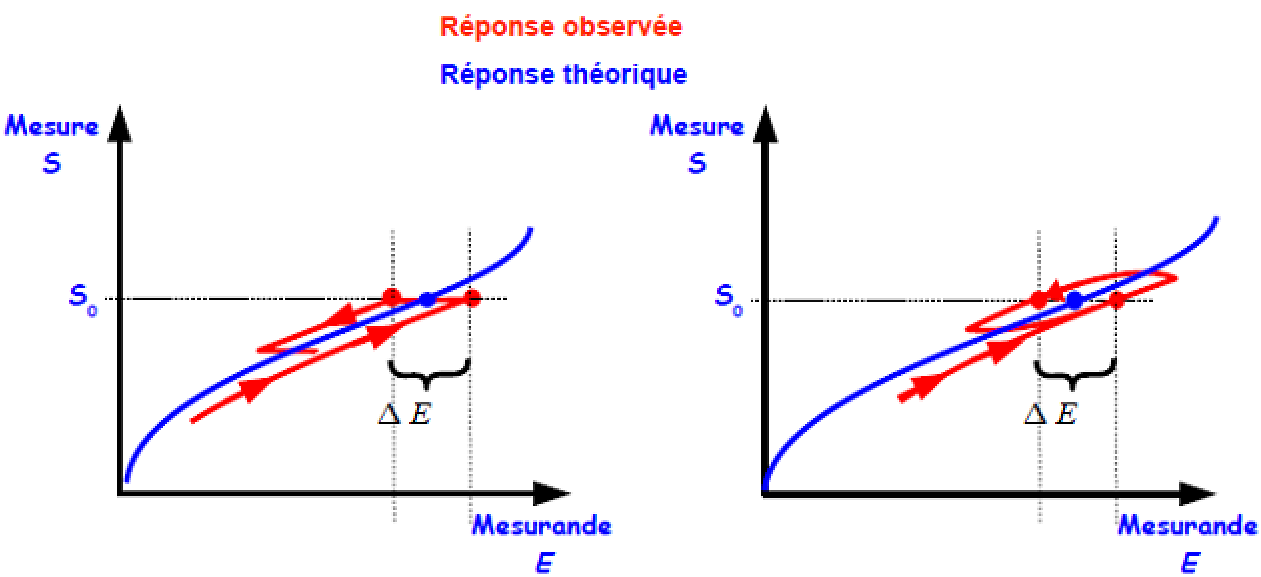


L'erreur de linéarité maximale sur l'étendue de mesure est souvent appelée erreur de linéarité intégrale .

Les types d'erreurs classiques

D-L'erreur due au phénomène d'hystéresis

La réversibilité caractérise l'aptitude d'un capteur à fournir la même indication lorsqu'on atteint une même valeur de la grandeur mesurée par variation croissante continue ou par variation décroissante continue du mesurande.



Hystérésis provoqué par un jeu mécanique

Hystérésis provoqué par un effet mémoire (déformation, magnétisation...)

Les types d'erreurs classiques

D-L'erreur due au phénomène d'hystéresis

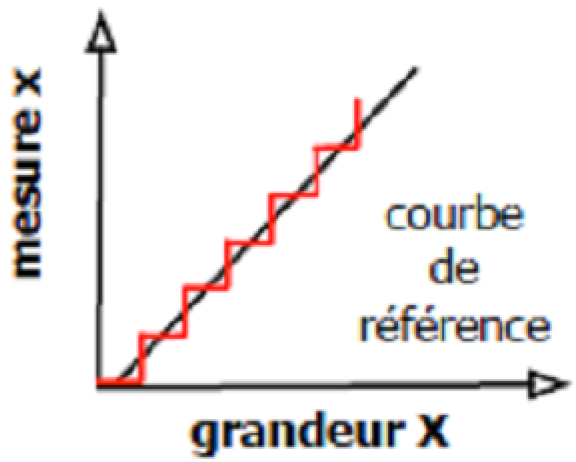
Exemple d'un capteur de force à sortie fréquentielle

étendue de mesure	0 - 30 N
sensibilité	10,5 Hz . N-1
linéarité	3,6 % de l'étendue de mesure
répétabilité	2 %
hystérésis	1,8 %
dérive temporelle	- 0,6 Hz . h-1
dérive thermique	0,5 Hz . °C-1
facteur de qualité	180

Les types d'erreurs classiques

E- L'erreur de mobilité

La caractéristique est en escalier. Cette erreur est souvent due a une numérisation du signal

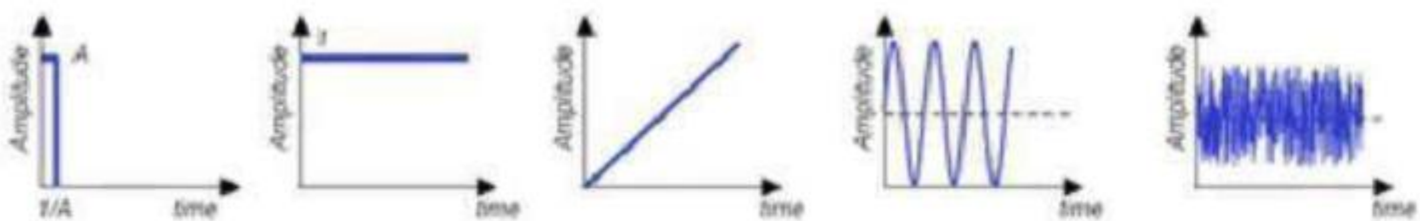


Les caractéristiques dynamiques des Capteurs

La caractéristique dynamique est la réponse temporelle de la sortie (la mesure) par rapport à une variation de l'entrée (le mesurande). Elle permet d'apprecier si un capteur est rapide ou lent.

Capacité du capteur à s'adapter aux variations du mesurande

Les caractéristiques dynamiques sont obtenues par l'analyse de la réponse du capteur à une famille de fonctions d'entrée de référence (Impulsion, Echelon, Rampe, Sinusoïde, Bruit blanc, Séquence pseudo aléatoire ...)



Les fonctions les plus communément employées sont :

- Réponse indicielle : Mesurande varie selon une fonction marche de Heaviside (fonction échelon)
- Réponse fréquentielle : Mesurande varie selon une fonction périodique du temps

Notion d'ordre du système : étude en pratique limitée au premier et au second ordre

Réponse Indicielle

L'évolution temporelle du système peut être mise sous forme d'une équation différentielle linéaire d'ordre n à coefficients constants :

$$a_n \frac{d^n\, s(t)}{d\, t^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1}\, s(t)}{d\, t^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{d\, s(t)}{d\, t} + a_0 s(t) = m(t)$$

La fonction $m(t)$ est une fonction marche de Heaviside (fonction échelon) :

$$m(t) = 0, t < 0$$
$$m(t) = m_0, t \geq 0$$

Réponse Indicielle

Au premier ordre l'équation se simplifie en :

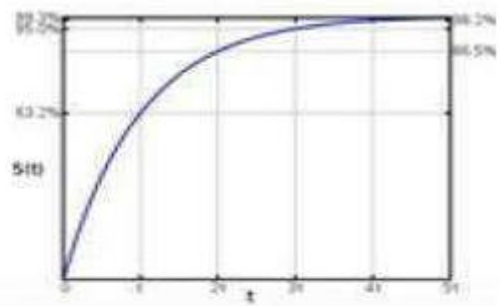
$$a_1 \frac{d\,s(t)}{d\,t} + a_0 s(t) = m(t)$$

Si à t=0 la sortie s(t) = 0 la solution au premier ordre est donnée par :

$$s(t) = s_0\,(1 - \exp(-t/\tau))$$

Avec $s_0 = m_0/a_0$ la sortie en régime établi (permanent).

$$s(t) \xrightarrow{t\to\infty} s_0$$



τ est la constante de temps du système :

$$\tau = \frac{a_1}{a_0} = \frac{1}{\omega_c} = \frac{1}{2\pi f_c}$$

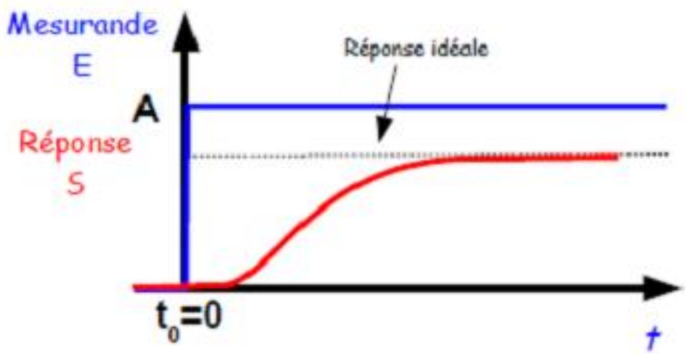
f_c et ω_c, fréquence et pulsation de coupure.

Réponse dynamique

Variation du mesurande

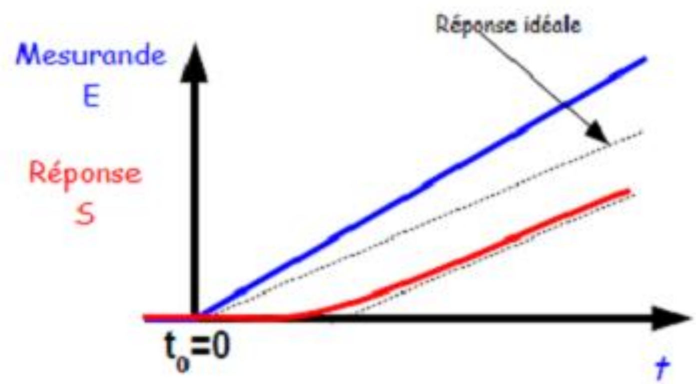
La réponse temporelle d'un capteur s'évalue pour une variation du mesurande de ***forme donnée***, liée à l'usage typique du capteur :

- en échelon $E(t) = A\,u(t)$



⇨ réponse indicielle

- en rampe $E(t) = a\,t\,u(t)$

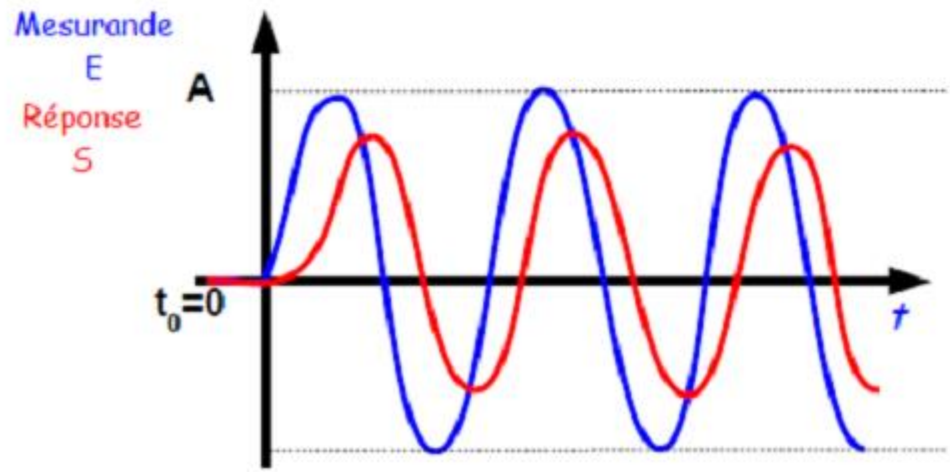


⇨ réponse en poursuite

- carré répétitif ⇨ succession d'échelon

Variation du mesurande

- sinusoïde $E(t) = A\sin(\omega t)$



⇨ réponse fréquentielle

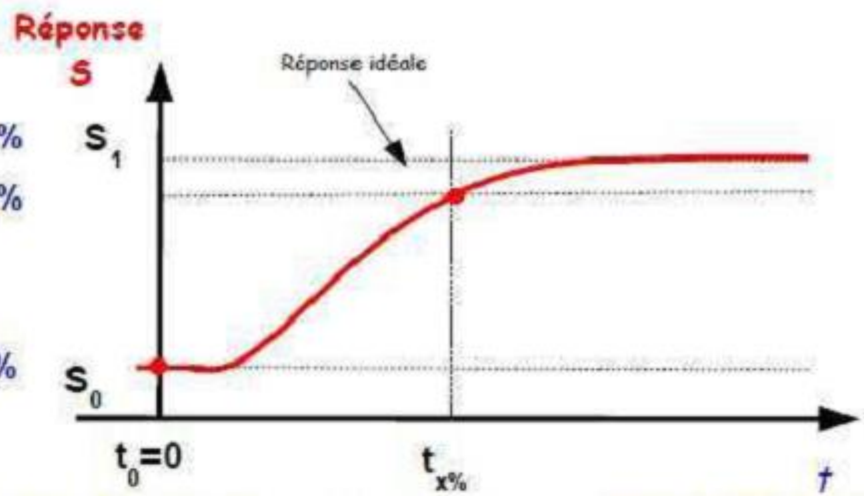
- signal périodique ⇨ décomposition du signal en une somme de sinusoïdes

(théorème de Fourier) $$E(t) = \sum_{k=0}^{\infty} A_k \sin(k.\omega t + \phi_k)$$

Attention : le principe de superposition ne peut être appliqué que pour un capteur dont la réponse est linéaire pour chacun des ses constituants (corps d'épreuve, capteur, conditionnement...)

Temps de réponse

Définition : le temps de réponse à x% d'un capteur soumis à un échelon du mesurande est le temps mis pour passer d'une *valeur initiale* S_0 à une valeur de x% de *valeur finale* S_1



$$S_{x\%} = S_0 + x_{\%}(S_1 - S_0)$$

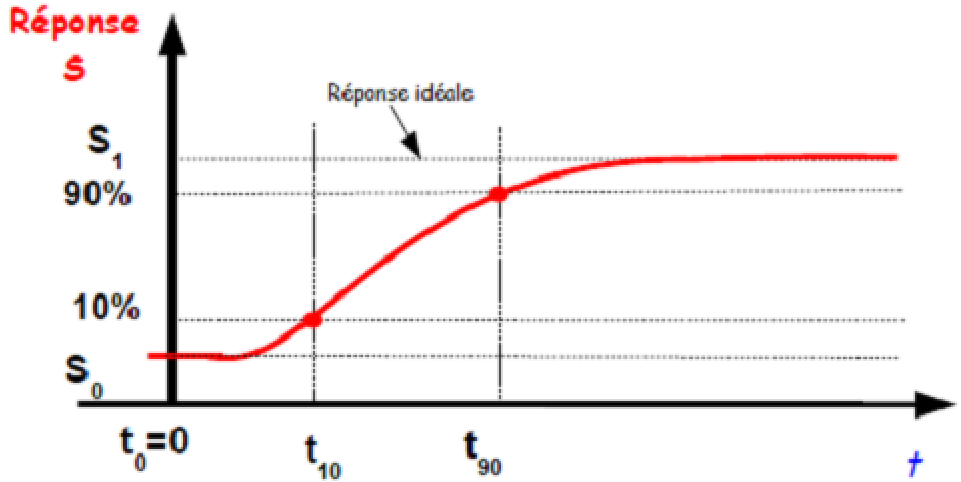
Le temps de réponse permet d'évaluer la temps total de réaction d'un capteur à un échelon de position . C'est un indicateur global.

Le temps de réponse à x% s'évalue par référence à **la courbe de réponse seule**, en tenant compte du décalage initial S_0 éventuel

Temps de montée

Définition : le temps de montée d'un capteur soumis à un échelon du mesurande est le temps mis pour passer d'une valeur de x_1% de la réponse depuis la valeur initiale S_0 à x_2% de cette réponse .

Exemple : $t_{10\text{-}90}$

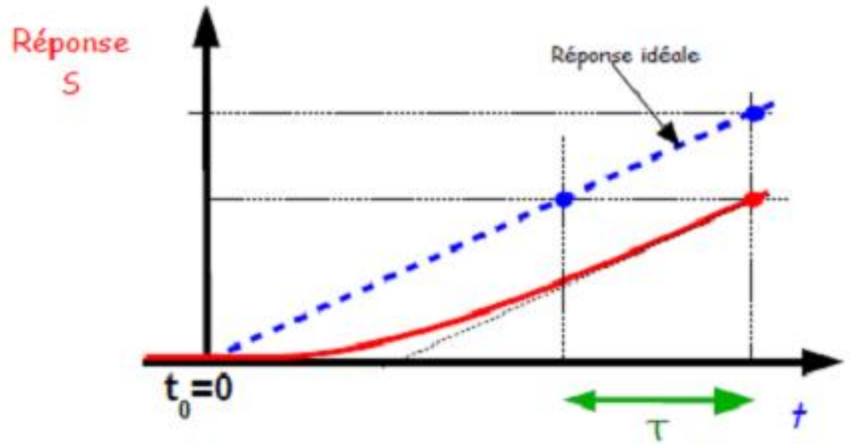


Le temps de montée permet d'évaluer la vitesse de réaction d'un capteur à un échelon de position, indépendamment de la notion de retard pur. C'est un indicateur global.

↳ Il permet d'apprécier le comportement du capteur pour une succession d'échelons.

Traînage

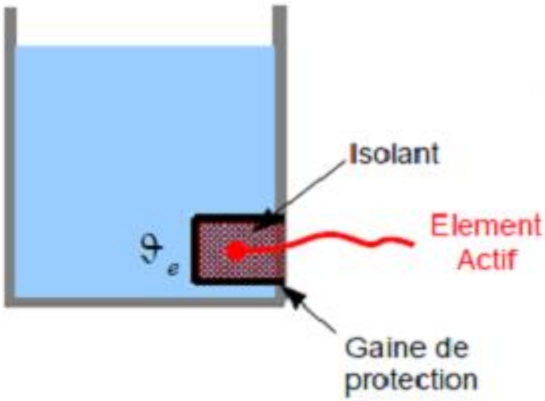
Définition : Le traînage est l'écart de temps entre la réponse à la rampe et la droite idéale caractérisant cette réponse pour atteindre une même valeur de la sortie.



La mesure de l'erreur de traînage est indépendante des caractéristiques de la rampe appliquée pour un système linéaire

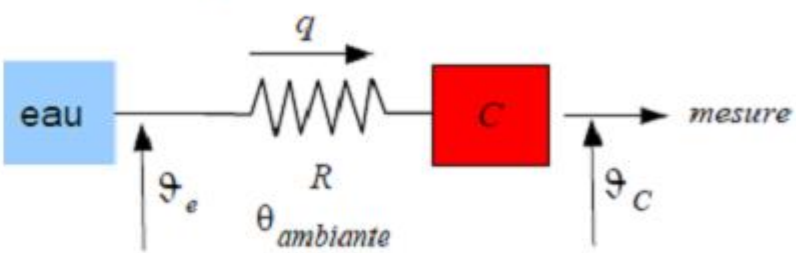
Exemple: Réponse du 1er ordre

Exemple d'un capteur de température



- La transmission de chaleur se fait par conduction au travers de l'isolant jusqu'à l'élément actif : le milieu de conduction se comporte comme une résistance thermique R.
- L'élément actif représente une masse calorifique C à laquelle la chaleur est transmise.
- Les pertes thermiques par le câblage sont supposées négligeables

Schéma équivalent :



Equations fondamentales :

$$\sum q(t)_{entrant} - q(t)_{sortant} = C\frac{d\theta_c(t)}{dt}$$

$$q(t) = \frac{1}{R}(\theta_e(t) - \theta_c(t))$$

Exemple: Réponse du 1er ordre à un échelon

Equation de fonctionnement

Equation de fonctionnement : $$\frac{1}{R}(\theta_e(t) - \theta_c(t)) = C\frac{d\theta_c(t)}{dt}$$

d'où : $$RC\frac{d\theta_c(t)}{dt} + \theta_c(t) = \theta_e(t)$$

C'est une équation différentielle du 1er ordre .
En notant $\tau = RC$, l'équation devient :

$$\boxed{\tau\frac{d\theta_c(t)}{dt} + \theta_c(t) = \theta_e(t)}$$

- équation caractéristique $\tau r + 1 = 0$ de solution $r = -\frac{1}{\tau}$
- solution sans second membre $\theta_{c1}(t) = K e^{rt} = K e^{-\frac{t}{\tau}}$
- solution particulière pour une **entrée en échelon** d'amplitude T_1 : $\theta_{c2}(t) = T_1 u(t)$
- solution générale : $\theta_c(t) = \theta_{c1} + \theta_{c2} = K e^{-\frac{t}{\tau}} + T_1$

Exemple: Réponse du 1er ordre à un échelon

Solution de l'équation

Détermination de la constante K par les conditions initiales : on suppose que le capteur est à la température T_0 à l'instant $t = O$

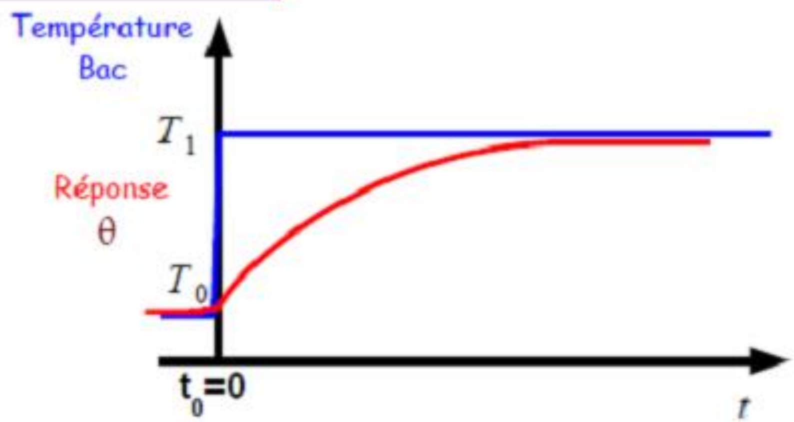
$$\theta_c(0) = K e^0 + T_1 \quad \Rightarrow \quad K = T_0 - T_1$$

la solution générale de la réponse à l'échelon s'écrit donc :

$$\boxed{\theta_c(t) = T_0 e^{-\frac{t}{\tau}} + T_1(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})}$$

Le premier terme dit "des conditions initiales" décroit exponentiellement

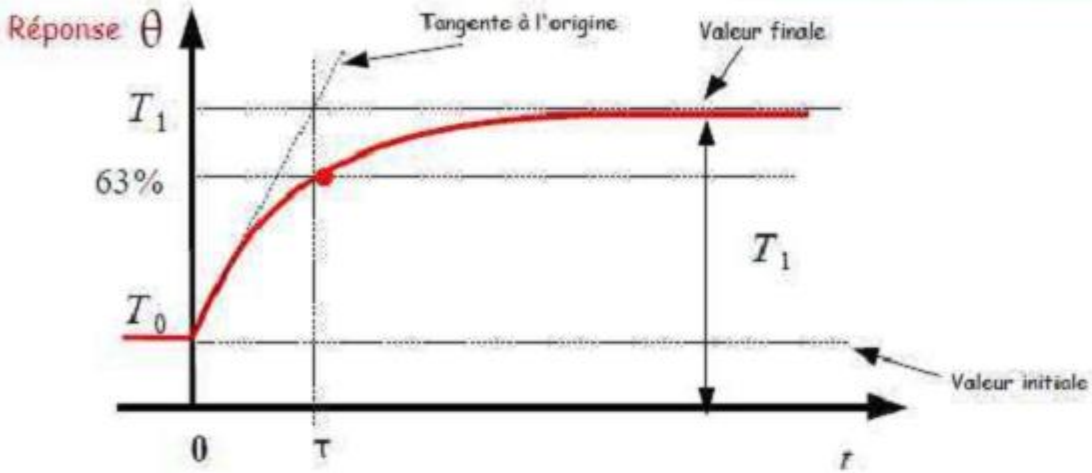
Le deuxième terme tend vers le régime permanent de valeur T_1



Exemple: Réponse du 1er ordre à un échelon

Analyse de la solution

$\theta_c(t) = T_0 e^{-\frac{t}{\tau}} + T_1(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ ou encore $\boxed{\theta_c(t) = (T_1 - T_0)(1 - e^{-t/\tau}) + T_0}$



Le temps de réponse à 95% est environ de 3 τ

Le temps de montée est: $t_m = t_{90} - t_{10} = \tau . \ln(9) \approx 2{,}2\tau$

Exemple: Réponse du 1er ordre à une rampe

Résolution de l'équation différentielle

$$\tau \frac{d\theta_c(t)}{dt} + \theta_c(t) = \theta_e(t)$$

La rampe a pour équation : $\theta_e(t) = at + \theta_0$

- solution sans second membre $\theta_{c1}(t) = K e^{\frac{-t}{\tau}}$

- solution particulière pour une entrée en rampe : $\theta_{c2}(t) = \alpha\, t + \beta$

- remplacement dans l'équation diff. : $\tau\alpha + \alpha t + \beta = a\, t + \theta_0$

-par identification, on obtient : $\alpha = a \qquad \beta = \theta_0 - a\tau$

- solution générale : $\theta_c(t) = \theta_{c1} + \theta_{c2} = K e^{\frac{-t}{\tau}} + at + (\theta_0 - a\tau)$

- condition initiale : $\theta_c(0) = \theta_0 = K + \theta_0 - a\tau \quad \Rightarrow \quad K = a\tau$

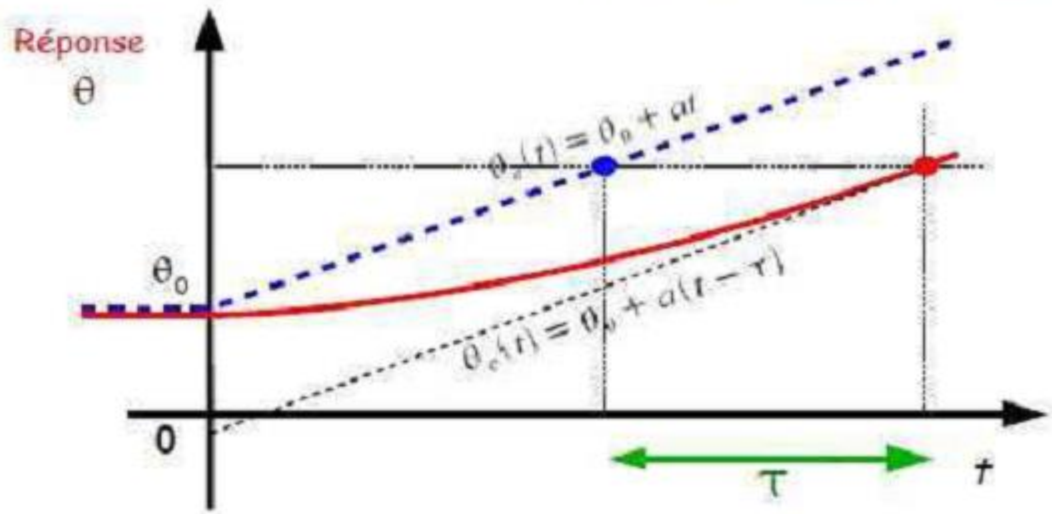
- solution générale : $$\theta_c(t) = a\tau e^{\frac{-t}{\tau}} + a(t-\tau) + \theta_0$$

Exemple: Réponse du 1er ordre à une rampe

Analyse de la réponse

La réponse a pour équation :

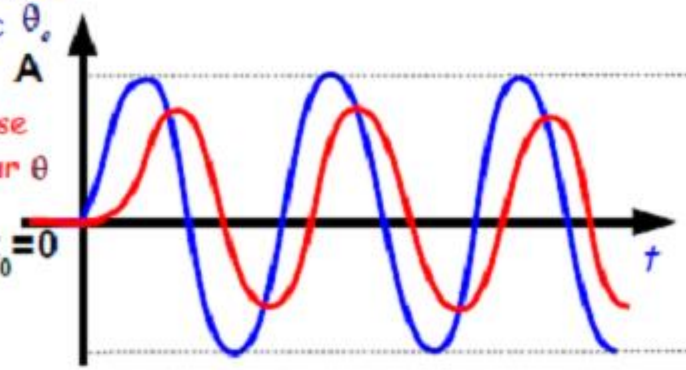
$$\theta_c(t) = a\tau e^{-\frac{t}{\tau}} + a(t-\tau) + \theta_0$$



L'erreur de traînage est égale à la constante de temps du système

Exemple: Réponse fréquentielle du 1er ordre

Réponse à une entrée sinusoïdale



Le mesurande suit la loi :

$$\theta_e(t) = A\sin(\omega t)$$

$$\boxed{\tau \frac{d\theta_c(t)}{dt} + \theta_c(t) = \theta_e(t)}$$

Cherchons la solution de l'équation différentielle pour

- solution sans second membre : $\theta_{c1}(t) = K_1 e^{rt} = K_1 e^{\frac{-t}{\tau}}$

-solution particulière de la forme : $\theta_{c2}(t) = \alpha \sin\omega t + \beta \cos\omega t$

Par substitution dans l'équation différentielle, nous obtenons :

$$\alpha\tau\omega\cos\omega t - \beta\tau\omega\sin\omega t + \alpha\sin\omega t + \beta\cos\omega t = A\sin\omega t$$

Exemple: Réponse fréquentielle du 1er ordre

Réponse à une entrée sinusoïdale

Les coefficients se déterminent par identification : $\begin{aligned} &\alpha\omega\tau + \beta = 0 \\ &\alpha - \beta\omega\tau = A \end{aligned}$

La résolution par Cramer donne : $\alpha = \dfrac{\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ A & -\omega\tau \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \omega\tau & 1 \\ 1 & -\omega\tau \end{vmatrix}} \qquad \beta = \dfrac{\begin{vmatrix} \omega\tau & 0 \\ 1 & A \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \omega\tau & 1 \\ 1 & -\omega\tau \end{vmatrix}}$

soit : $\alpha = \dfrac{A}{1 + \omega^2\tau^2} \qquad \beta = A\dfrac{\omega\tau}{1 + \omega^2\tau^2}$

La solution particulière, dite en **régime permanent** est :

$$\theta_{2C} = \frac{A}{1 + \omega^2\tau^2}[\sin\omega t + \omega\tau\cos\omega t]$$

A cette solution, vient de rajouter la solution θ_{c1} liée aux conditions initiales

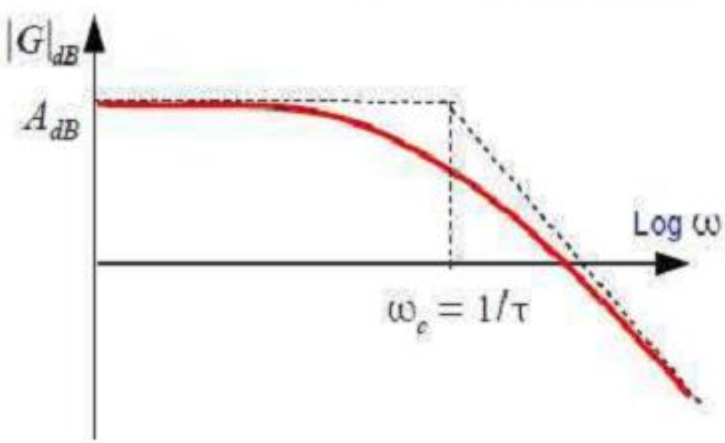
Exemple: Réponse fréquentielle du 1er ordre

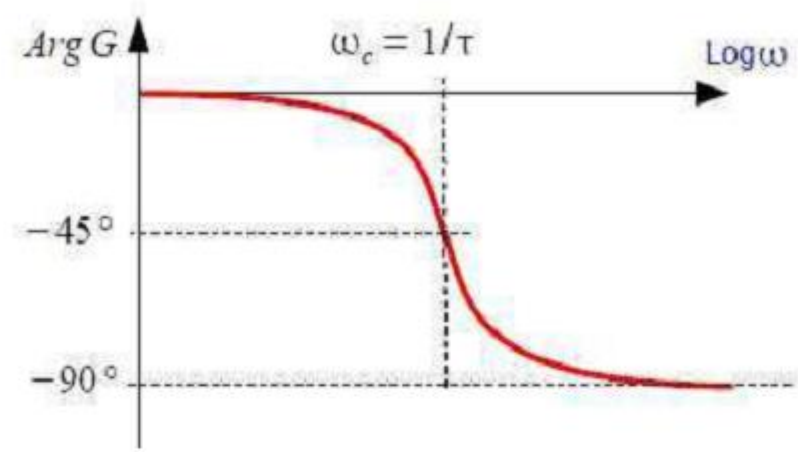
Analyse de la réponse à une sinusoïde $\theta_{2C} = \frac{A}{1+\omega^2\tau^2}[\sin\omega t + \omega\tau\cos\omega t]$

La réponse en régime permanent est sinusoïdale;

Amplitude: $|G| = \frac{A}{\sqrt{1+\tau^2\omega^2}}$ Déphasage: $Arg\,G = -\tan^{-1}(\tau\omega)$

Représentation graphique : **Lieu de Bode**





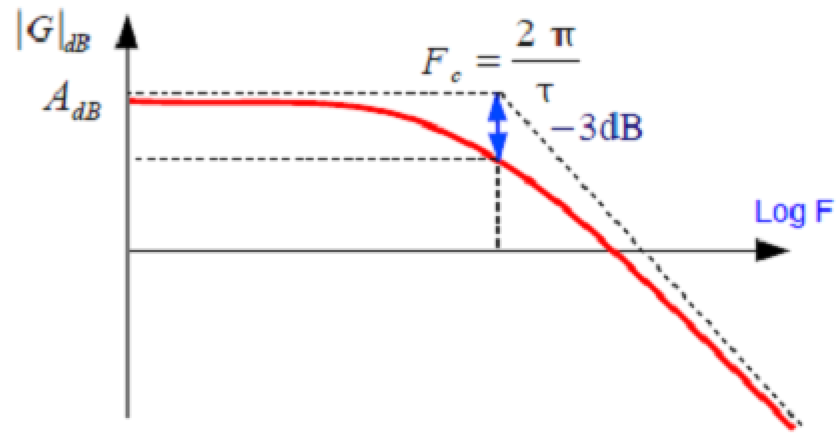
Exemple: Réponse fréquentielle du 1er ordre

Bande passante d'un capteur

La bande passante est la valeur de la fréquence pour laquelle $|G| = A/\sqrt{2}$

soit une atténuation de -3dB

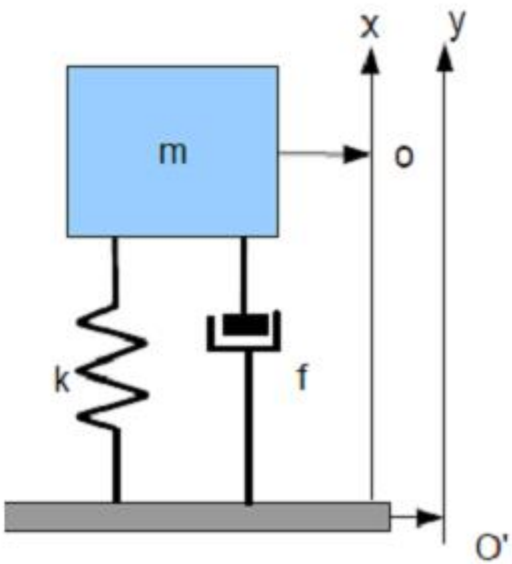
Elle représente la limite d'usage d'un capteur dans le domaine fréquentiel .



Remarque importante: une atténuation de -3db représente une erreur de 30% par rapport à la valeur nominale .

Exemple: Réponse du 2ème ordre

Exemple d'un capteur d'accélération



Soit x le déplacement de la masse par rapport au corps principal
y le déplacement du corps principal dans le repère absolu

le déplacement de la masse m dans le repère absolu est donc

$$(x + y)$$

Les forces qui s'exercent sur la masse m sont :

-la force de rappel élastique $F_1 = -kx$

- la force de frottement $F_2 = -f\dfrac{dx}{dt}$

L'équation fondamentale de la mécanique appliquée à la masse dans le repère absolu donne:

$$m\frac{d^2(x+y)}{dt^2} = -kx - f\frac{dx}{dt}$$

Exemple: Réponse du 2ème ordre

Résolution de l'équation différentielle

L'équation de fonctionnement est donc : $$m\frac{d^2x}{dt^2} + f\frac{dx}{dt} + kx = -m\frac{d^2y}{dt^2}$$

C'est une équation différentielle du second ordre de la forme :

$$\frac{\ddot{x}}{\omega_n^2} + 2z\frac{\dot{x}}{\omega_n} + x = e \quad \text{avec} \quad \omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{et} \quad z = \frac{f}{2\sqrt{km}}$$

- solution sans second membre de : $$\frac{\ddot{x}}{\omega_n^2} + 2z\frac{\dot{x}}{\omega_n} + x = 0$$

l'équation caractéristique est : $$\frac{r^2}{\omega^2} + 2z\frac{r}{\omega_n} + 1 = 0$$

qui a pour discriminant : $$\Delta = \frac{4}{\omega_n^2}(z^2 - 1)$$

Exemple: Réponse du 2ème ordre

Résolution de l'équation différentielle (sans second membre)

3 cas se présentent suivant la valeur de z :

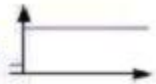
- cas **amorti** $z > 1$: $x_1(t) = K_1 e^{(-z+\sqrt{z^2-1})\omega_n t} + K_2 e^{(-z-\sqrt{z^2-1})\omega_n t}$

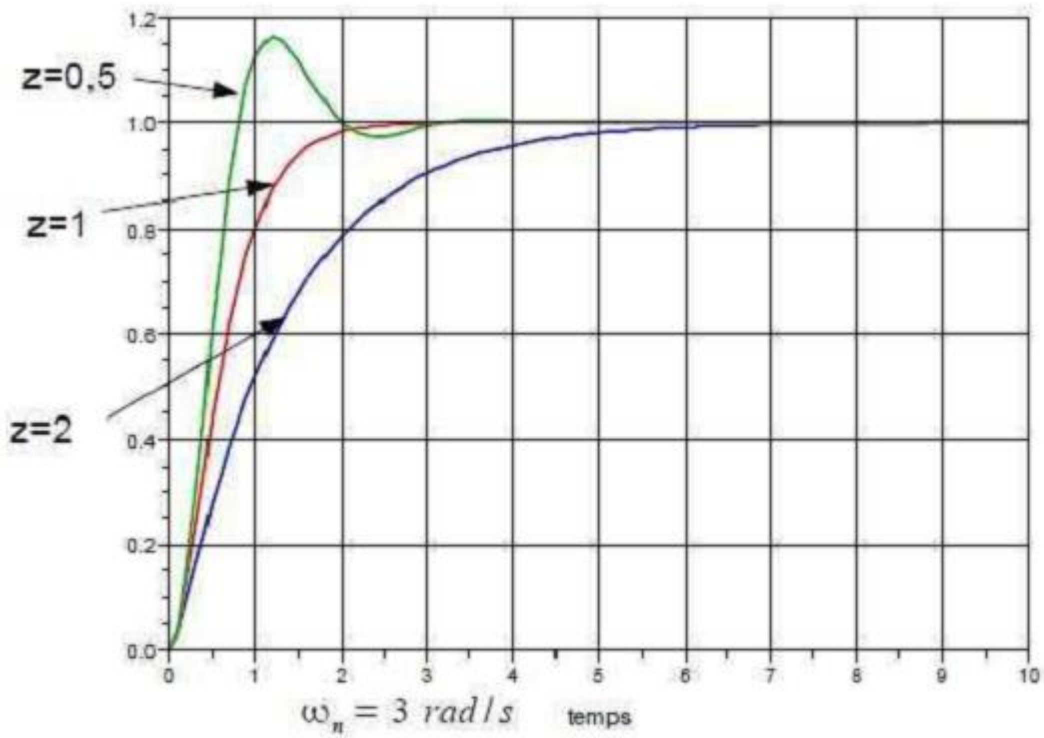
- cas **critique** $z = 1$: $x_1(t) = (K_1 + K_2 t) e^{-z\omega_n t}$

- cas **résonnant** $z < 1$: $x_1(t) = K_1 e^{i(\sqrt{1-z^2})\omega_n t} + K_2 e^{-i(\sqrt{1-z^2})\omega_n t} e^{-z\omega_n t}$

qui se met sous la forme: $x_1(t) = \left[a\cos(\omega_n\sqrt{1-z^2}t) + b\sin(\omega_n\sqrt{1-z^2}t)\right] e^{-z\omega_n t}$

Exemple: Réponse du 2ème ordre

Réponse temporelle 



Grandeurs caractéristiques pour $\zeta < 1$

temps de montée

$$t_m = \frac{1}{\omega_N \sqrt{1-\zeta^2}} (\pi - acos\,\zeta)$$

dépassement

$$D\% = 100\, e^{-\pi\zeta/\sqrt{1-\zeta^2}}$$

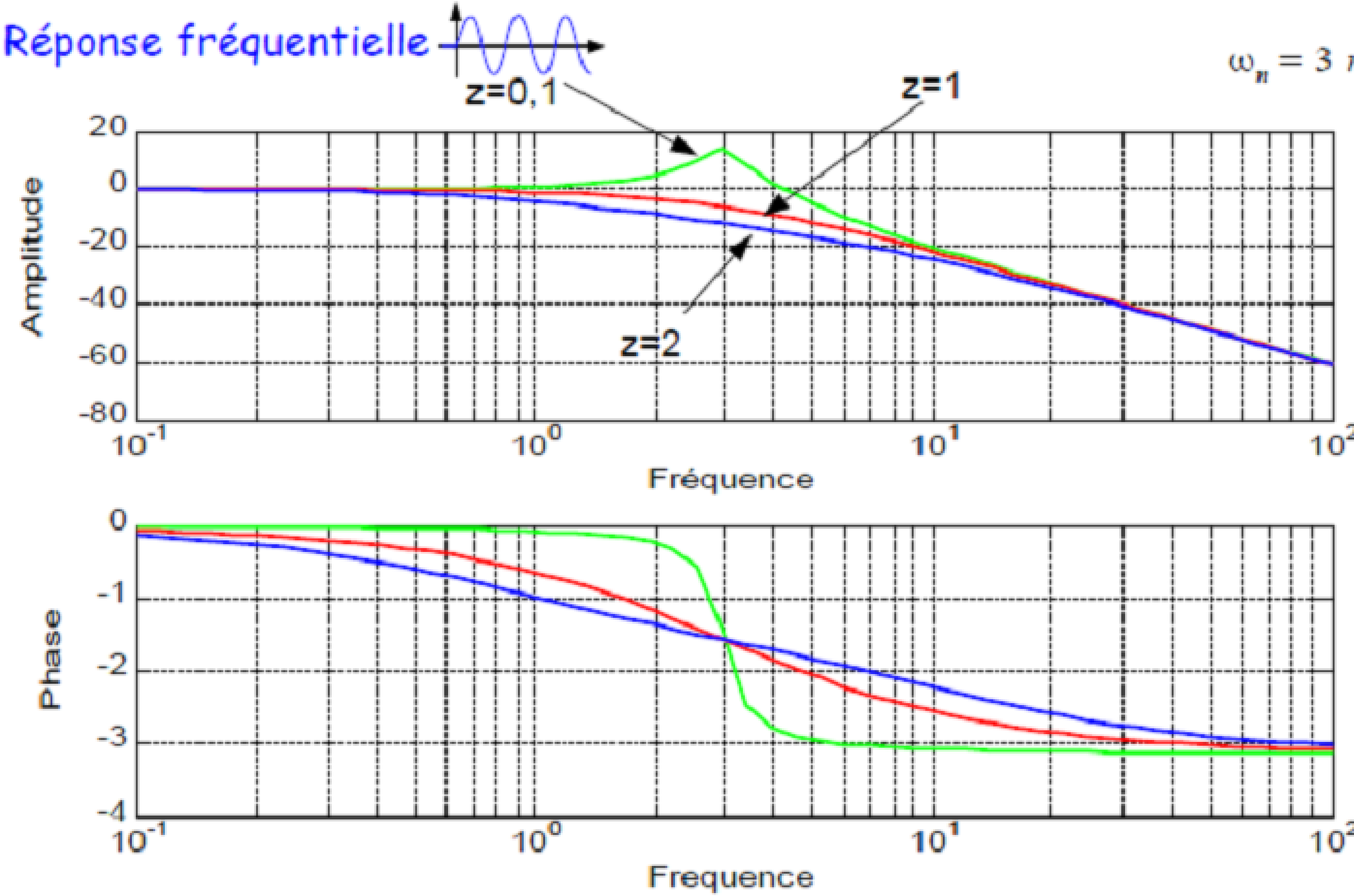
temps de réponse à n %

$$tr \approx \frac{1}{\omega_N \zeta} \ln\left(\frac{100}{n}\right)$$

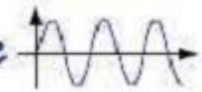
Exemple: Réponse du 2ème ordre

Réponse fréquentielle

$\omega_n = 3\ rad/s$



Exemple: Réponse du 2ème ordre

Réponse fréquentielle 

Grandeurs caractéristiques pour $\zeta < 1$

pulsation de résonance

$$\omega_r = \omega_N \sqrt{1 - 2\zeta^2}$$

pulsation de coupure à -3dB

$$\omega_c = \omega_N \sqrt{1 - 2\zeta^2 + \sqrt{1 + (1 - 2\zeta^2)^2}}$$

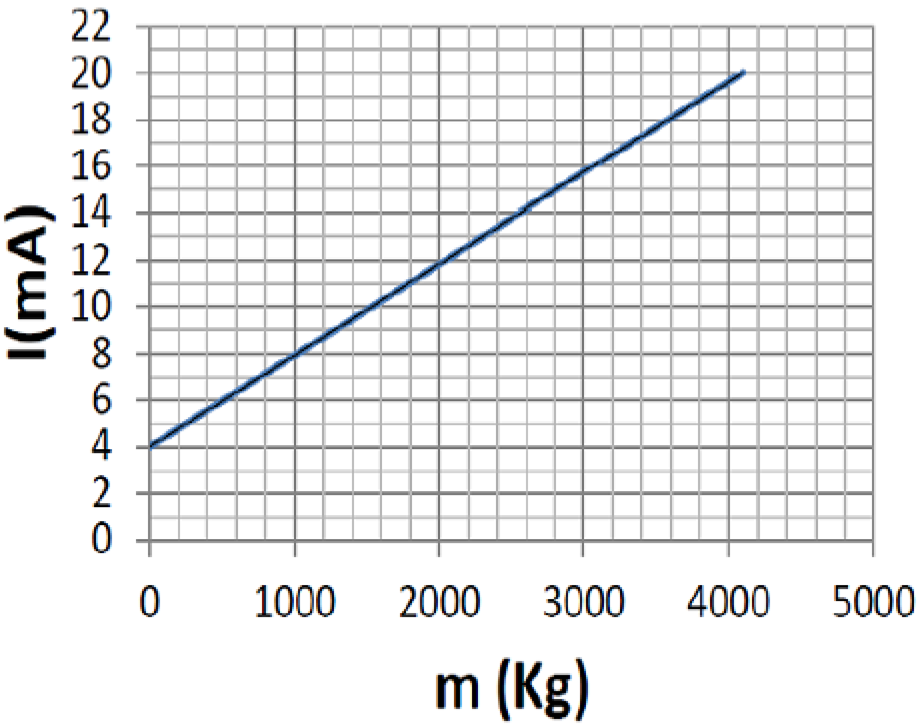
facteur de résonance

$$M_{dB} = 20 \log \frac{1}{2\zeta \sqrt{1 - \zeta^2}}$$

Exercice 1

Un capteur-transmetteur linéaire délivre un signal 4 / 20 mA pour une masse m variant de 0 à 4095 Kg.

I- La caractéristique du capteur-transmetteur est donnée ci-contre.



I1- Donner la valeur de la sensibilité du capteur-transmetteur.
Préciser l'unité.

I2- Donner l'équation de la caractéristique du capteur-transmetteur I = f(m).

I3- Quelle est la valeur de l'intensité I transmise si la masse mesurée est de m= 1 600 Kg ?

Exercice 2

On dispose d'un capteur non linéaire de températures dans la gamme 0-300°C, de sensibilité moyenne +0,85 mV/°C de 0 à 80 °C, +0,79 mV/°C de 80 à 180°C, +0,70 mV/°C de 180 à 300°C. Ce capteur fournit une tension de 520 mV à 0°C.

Quelle est son indication à 300 °C ?

Le capteur précédent n'est pas strictement réversible (hystérésis). Les sensibilités lors de la descente en température sont 0,69 mV/°C de 300 à 180°C, 0,77 mV/°C de 180 à 80 °C, et 0,83 mV/°C de 80 à 0°C.

Calculer le défaut de réversibilité exprimé en degrés Celsius au voisinage de 0°C ?

Exercice 3 :

Un capteur mesure une grandeur physique G homogène à un temps. La grandeur de sortie est is compris entre 4mA et 20mA. Le lien entre ces deux grandeurs est :

$is = 6 * 10^{-5}.t^2 + 3 * 10^{-2}.t + 3,6 * 10^{-3}$ avec is en A et t en seconde.

1. Dans cette expression, quel est le mesurande ?
2. Quelle est l'expression de la sensibilité s ?
3. Quelles sont la valeur maximum t_M et la valeur minimum t_m de t accessible par la mesure avec ce capteur ?
4. Quelle est l'expression de l'erreur de linéarité e(t) ?
5. Pour quelle valeur de t_1 la sensibilité est-elle maximale ? Quelle est sa valeur s_M en µA/ms ?

Exercice 3

Un capteur de pression et son conditionneur donnent en sortie une tension v en fonction de la pression suivant la fonction suivante :

$$V = 33.10^{-3}\,p - 3.10^{-6}\,p^2 + 1.10^{-9}\,p^3$$

Dans cette expression la pression p est en hectopascal (hPa) et la tension v en millivolt (mV). La pression du milieu où l'on effectue les mesures par l'intermédiaire de ce capteur est susceptible de varier entre 100 hPa et 2000 hPa.

1. Tracer l'allure de la courbe donnant v en fonction de p sur l'intervalle utile.
2. Quel est le mesurande ?
3. Quelle est l'étendue de mesure ?
4. Afin d'adopter une représentation linéaire approchée, on envisage deux solutions possibles :
   a. On linéarise en prenant la droite qui passe par les points d'abscisses 1000 hPa et 2000 hPa. Cette droite est appelée Da.
   b. On linéarise en prenant la droite tangente à la courbe au point d'abscisses 1000 hPa. Cette droite est appelée Db.

   Quelle est l'erreur maximale de linéarité et pour quelle(s) valeur(s) de p est-elle obtenue pour chaque option ?
5. Quelle méthode devrait-on utiliser pour minimiser l'écart en linéarisant le signal de sortie.

Exercice 3

Un capteur est étalonné dans un environnement à une température de 21°C. Les caractéristiques déflection/charge sont illustrées dans le tableau suivant:

Table 4.3. Caractéristiques déflection/charge à 21°C

Charge (kg)	0	50	100	150	200
Déflection (mm)	0.0	1.0	2.0	3.0	4.0

Quand il est utilisé à 35°C, ses caractéristiques changent comme suit:

Caractéristiques deflection/charge à 35°C

Charge (kg)	0	50	100	150	200
Deflection (mm)	0.2	1.3	2.4	3.5	4.6

1. Déterminer la sensibilité du capteur *à* 21°C et 35°C. Que remarquez-vous?
2. Calculer le décalage à zéro et l'écart de sensibilité à 35°C.

Exercice 4

1. Soit une résistance destinée à la mesure de la température dont les caractéristiques telles que définies par le fabricant sont données par le tableau suivant :

Tableau 4.5. Caractéristiques de la résistance

T[°C]	0	25	50	75	100
R[Ω]	100	110	120	130	140

2. Déterminer la sensibilité de cette résistance. Utiliser pour cela la méthode des moindres carrés (Régression linéaire)
3. On utilise un Ohm-mètre qui a une résolution de 0.1 Ω. Quelle est la résolution en température qu'on peut avoir avec l'ensemble Ohmmètre-

Exercice 5

Un thermocouple de type K (Chromel-Alumel) est utilisé pour la mesure de température dans un four. La jonction de mesure est à l'intérieur du four; la jonction de référence a la température ambiante. La température ambiante est mesurée par un thermomètre à mercure.

1. La valeur obtenue pour la température ambiante est (18.0 ± 0.5)°C. La lecture du voltmètre donne 9.19 mV. Qu'elle est la valeur de la température du four?
2. La résolution du voltmètre est de 0.01 mV, est ce qu'il est intéressant de changer le thermomètre à mercure par un deuxième ayant une résolution de 0.1°C ? Qu'elle est la résolution du système de mesure de la température du four?
3. Calculer l'incertitude obtenue sur la température du four?

Exercice 6

Une thermistance est utilisée pour commander l'affichage de la température relevée sur le toit d'une habitation équipée de panneaux solaires affectés à la production d'eau chaude.

Des mesures réalisées sur la thermistance ont permis d'établir entre la résistance R de la thermistance et la température T, la relation suivante :

$$R = 2{,}68.T + 81{,}3$$

R est exprimée en Ω et T en °C.

La relation est valable pour des températures comprises entre -30°C et 140 °C.

1) Quelle est la grandeur d'entrée du capteur ?
2) Le capteur est-t-il linéaire dans sa plage d'utilisation ? Justifier votre réponse.
3) Calculer les valeurs extrêmes de la résistance de la thermistance dans sa plage d'utilisation.
4) Calculer la sensibilité de la thermistance. Précisez son unité.

Exercice 7

On donne, page suivante, un extrait de la documentation technique d'un anémomètre, appareil destiné à mesurer la vitesse du vent.

1) Préciser quelles sont les grandeurs d'entrée et de sortie du capteur.
2) Ce capteur est linéaire. Que cela signifie-t-il ?
3) Tracer la caractéristique Entrée/Sortie du capteur.
4) Calculer la sensibilité du capteur en précisant son unité.
5) Que signifie : Plage de mesure : 0,8 à 50m/s ?
6) Que signifie : Résolution : 0,2 m/s
7) Que signifie : Précision $\pm$ 3%
8) Quelles sont en km/h les valeurs extrêmes que l'on peut mesurer avec cet anémomètre ?
9) Quelle est la valeur de la grandeur de sortie lorsque la vitesse du vent est égale à 100 km/h ?
10) Quelle est la vitesse du vent, en km/h, minimale que l'on peut mesurer ?
    Quelle est dans ce cas la valeur de la grandeur de sortie ?
    Quel est l'intérêt que cette grandeur de sortie ne soit pas nulle ?

Capteur de vitesse de vent Modèle R-WSS420	
Plage de mesure	0,8 à 50 m/s
Résolution	0,2 m/s
Précision	±3%
Transmission RF	Jusqu'à 400m sur 868 Mhz (jusqu'à 1 km avec une antenne Yagi) Cycle de transmission toutes les 2 secondes
Signal de sortie	4…20 mA (4mA = 0 m/s 20 mA = 50m/s)
Matériau	Anémomètre : plastique résistant PVC Récepteur : boitier ABS, IP65
Alimentation	Anémomètre : une pile au lithium garantissant 8 ans de fonctionnement (remplaçable) Récepteur : de 9 à 30 V DC (consommation : 40 mA). Protection contre inversion de polarité
Dimensions et poids	Anémomètre : h=160mm, moulinet Ø120 mm, 155g Récepteur : 130x80x36 mm, 150g
Installation	Installation du capteur à l'extrémité d'un tube Ø25.4 mm
Température de fonctionnement	-25 à +60°C

Exercice 8 :

Un transmetteur de pression relative est de classe d'exactitude $C_l = 0{,}5$.
Le signal de mesure est un courant normalisé de 4 à 20 mA.
L'étendue de mesure du transmetteur est réglable de 0 à 50 hPa jusqu'à 0 à 700 hPa avec un décalage de zéro DZ réglable de 0 à 100 hPA.
On désire EM = 300 hPA et DZ = 80 hPA.

1. Tracer la caractéristique statique en indiquant EM et DZ.
2. Le décalage DZ est-il positif ou négatif ?
3. Déterminer la rangeabilité R de ce transmetteur.
4. Quelle est la sensibilité Se réglée sur ce transmetteur ?
5. Déterminer l'erreur maximale ε_{maxi}.
6. Déterminer l'erreur relatif maximale ε_{maxi} pour une pression P = 190 hPA
7. Déterminer la pression si I=12 mA
8. Déterminer l`intensité I si P=200 hPA

Exercice 9 :

Détermination de la sensibilité à partir d'un étalonnage

L'étalonnage d'un capteur de température a donné le relevé suivant :

θ en °C	20	25	30	35	40	45	50
R en Ω	107,8	109,8	112,0	114,1	116,2	118,4	120,4

1) Ce capteur est-il actif ou passif ?

2) Tracer la courbe d'étalonnage. Quelle est la forme de cette courbe ?

3) Calculer la valeur de la sensibilité locale σ pour chaque point de mesure; la loi linéaire est-elle vérifiée? Donner la sensibilité moyenne σ_m du capteur.

3) Donner l'équation $R = f(\theta)$ .en supposant le capteur linéaire (plusieurs propositions sont possibles)

Quelle est la réponse du capteur pour 37,5°C . Quelle température mesure-t-on lorsque la valeur de R est $110{,}2\,\Omega$?

4) Les mesures d'étalonnage ont été faites avec les incertitudes suivantes:

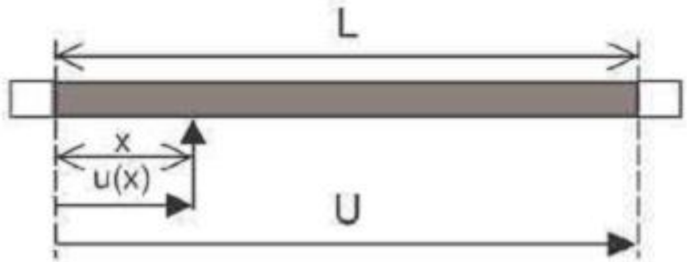
$$\delta_\theta = 0{,}2\,°C$$
$$\delta_R = 0{,}1\,\Omega$$

Déterminer les valeurs minimales et maximales de la sensibilité calculée entre 20°C et 25°C. En déduire l'incertitude relative exprimée en pourcentage.

Exercice 10 :

Détermination de la sensibilité à partir de la modélisation du capteur : linéarité d'un diviseur de tension

Un potentiomètre est constitué d'une piste conductrice de longueur $L = 4\text{cm}$, de résistance $R = 1\ k\Omega$, alimentée par deux contacts ohmiques de résistance négligeable, et sur laquelle se déplace un contact mobile.



1). Exprimer la différence de potentiel $u(x)$ entre le contact mobile et l'origine en fonction de la différence de potentiel U appliquée entre les deux extrémités de la piste et de la position x du contact mobile.

2). Expliquer comment ce dispositif peut être utilisé comme capteur de position. S'agit-il d'un capteur actif ou passif ? Quelle est son étendue de mesure ?

3) Donner l'expression de sa sensibilité $\sigma_0(x)$. Quel est l'intérêt essentiel de ce montage ?

4) Quelle tension d'alimentation U faudrait-il utiliser pour avoir une lecture de tension donnant facilement x, sachant que la puissance maximale que peut supporter la piste est 1mW ? Quelle est alors la sensibilité ?

5) On utilise pour mesurer $u(x)$ un système de mesure informatisé dont la résistance interne est $\rho = 5K\Omega$. Expliquer sans calcul pourquoi la lecture de $u(x)$ est modifiée.

6) Donner la nouvelle expression de $u(x)$. La mettre sous la forme $u(x)=\sigma_0(1+\varepsilon(x))x$ où $\varepsilon(x)$ représente l'écart à la linéarité. Représenter graphiquement la fonction $u(x)$. Pour quelle valeur de x cet écart est-il maximum ? Quelle valeur minimale de ρ faudrait-il choisir pour que $\varepsilon(x)$ soit inférieur ou égal à 1% ?

Exemple de capteur potentiométrique

CAPTEUR DE DEPLACEMENT RECTILIGNE, ANALOGIQUE

- Technologie potentiomètre à piste plastique. Résolution infinie
- Boîtier en alliage léger anodisé
- Curseur multicontact en métaux précieux
- Axe flottant en acier inoxydable
- Fixation par colliers

CARACTERISTIQUES ELECTRIQUES

Course électrique utile (CE) :	CE -0 +0,3mm (voir tableau)
Linéarité pondérée standard :	± 1 %
Linéarité pondérée sur option :	± 0,1% ±0,25% ±0,5%
Résistance nominale Rn (série E3) :	voir tableau
Tolérance sur Rn :	± 10%
Coefficient de température :	-300 ±300 10-6 / °C
Puissance dissipée à +70°C :	0,2 W/cm de course (voir courbe)
Courant curseur :	≤ 1 mA
Impédance de charge recommandée :	≥ 1000 Rn
Régularité de la tension de sortie (RTS) :	voir tableau
Tension de tenue diélectrique :	500 Veff 50 Hz 1 min
Résistance d'isolement :	≥ 1 kMΩ sous 500 Vcc

COURSE électrique (CE)	Rn MINI	Rn MAXI	RTS
25 mm	1 kΩ	22 kΩ	≤ 0,25%
50 mm	1 kΩ	47 kΩ	≤ 0,1%
75 mm	2,2 kΩ	47 kΩ	≤ 0,1%
100mm	4,7 kΩ	100 kΩ	≤ 0,1%

CARACTERISTIQUES MECANIQUES

Course mécanique :	CE 0+3 mm
Force d'entrainement :	≤ 2 N
Force d'entrainement avec palpeur (option)	≤ 3 à 7 N
Jeux de renversement :	< 10 µm
Vitesse max de déplacement :	1,5 m/s

COURSE électrique (CE)	Masse totale	Masse partie mobile
25 mm	18 g	4,5 g
50 mm	23 g	6 g
75 mm	28 g	7,5 g
100mm	33 g	9 g

Exercice 11 :

Justesse et fidélité d'un capteur

Le capteur de température AD590 d'Analog Devices fournit un signal de 1µA/°K .

On place deux capteurs AD590dans une cuve remplie d'eau pure portée à ébullition. Un relevé des indications T_1 et T_2 fournies par chacun des capteurs a donné le tableau suivant:

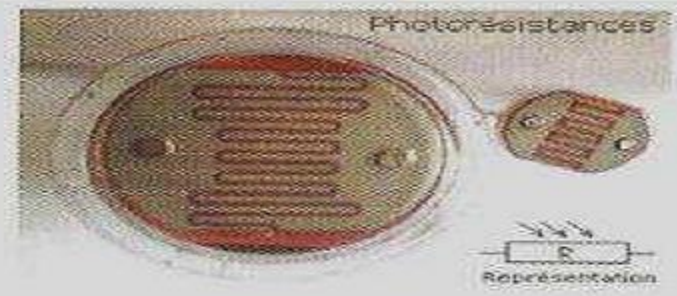
t en minutes	3	10	12	20	28	30	35	41	44	50
T_1 en µA	371	371	370	371	371	370	370	371	371	371
T_2 en µA	372	375	371	369	373	373	372	372	374	370

Question :

	Justesse	Fidélité	Précision absolue	Précision relative
Capteur1				
Capteur2				
unité				
Comparaison des deux capteurs (commentaire)				

Exercice 12 :

Un capteur de lumière : la photorésistance



On a relevé les valeurs de la résistance d'une photorésistance (en Ω) correspondant à un éclairement mesuré au luxmètre.

R (Ω)	3 500	1 750	900	520	470	280	215	175	142
E (lux)	91	202	412	850	1 025	1 780	2 780	3 800	4 400

1. Quelles sont les grandeurs d'entrée et de sortie de ce capteur ?

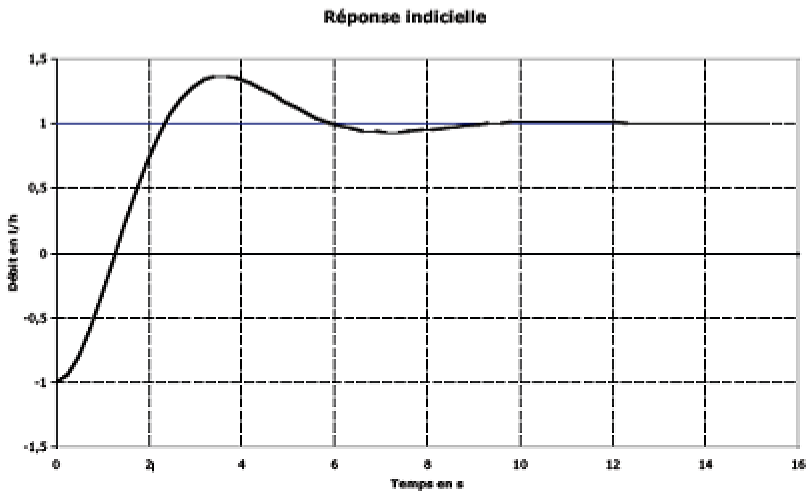
2. Est-ce un capteur passif ou actif ?

3. Représenter graphiquement $R = f(E)$.

4. Déterminer graphiquement la valeur de la résistance de la photorésistance pour $E = 3\,200$ lux et la valeur de l'éclairement pour obtenir une résistance $R = 2\,400\ \Omega$.

Exercice 13 : Réponse indicielle

Ci-après on donne la réponse indicielle d'un capteur de débit.



a) Repérer sur la courbe l'évolution de l'indication du capteur.

b) Donnez le temps de réponse á ± 5 % du capteur.

c) Même question pour un temps de réponse á ± 20 %.

d) Sur le même graphe, tracez l'évolution de l'erreur en fonction du temps.

Exercices

Exercice 14 :

Un thermomètre météorologique est considéré par ses utilisateurs comme un système du premier ordre.

Avant toute opération de sondage, on se livre à l'opération suivante : le thermomètre initialement à 20°C est brusquement placé dans un courant d'air de 250 m/mn à 10°C au niveau de la mer. On note les résultats suivants :

Temps (s)	0	5	10	15	20	25
Température indiquée (°C)	20	17,8	16,1	14,7	13,7	12,9

→ Déterminer les caractéristiques dynamiques du thermomètre (paramètres de la fonction de transfert).

On équipe ensuite avec ce thermomètre un ballon sonde pour établir la "courbe du jour". Le ballon monte de 250 m/mn et l'on suppose que la température décroît linéairement avec l'altitude. Les indications transmises sont alors les suivantes :

Temps (s)	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	150	160	170	180
Température (°C)	15,0	14,9	14,6	14,3	13,9	13,4	13,0	12,5	12,0	11,5	11,0	8,5	8,0	7,5	7

→ Déduire de cette réponse du thermomètre à une entrée en rampe, la température mesurée à 600 m. Détailler votre démarche. En déduire la température effective à 600 m.

Exercice 15 : réponse d'une sonde de température Pt100

Un four est a une température θ_F =100°C supérieure à la température ambiante θ_a = 20°C , soit Δ la différence.
Une sonde thermique résistive Pt100 se comporte comme un système dit « du 1er ordre » et est caractérisé par une **constante de temps τ.**
L'origine du nom tient dans la classification des équations différentielles de comportement vis à vis du temps, ici (pour information) : $\tau\, d\theta/dt + \theta = f(t)$

1- Lorsqu'on introduit rapidement la sonde de mesure dans le four, la sonde subit un « échelon montant » de température. On constate que la température indiquée par la sonde suit la loi : $\theta = \Delta\,(1 - \exp(-t/\tau)) + \theta_a$
Représenter l'allure de la réponse idéale de la sonde et de la réponse observée $(\tau_m = 30s)$ *Interpréter.*

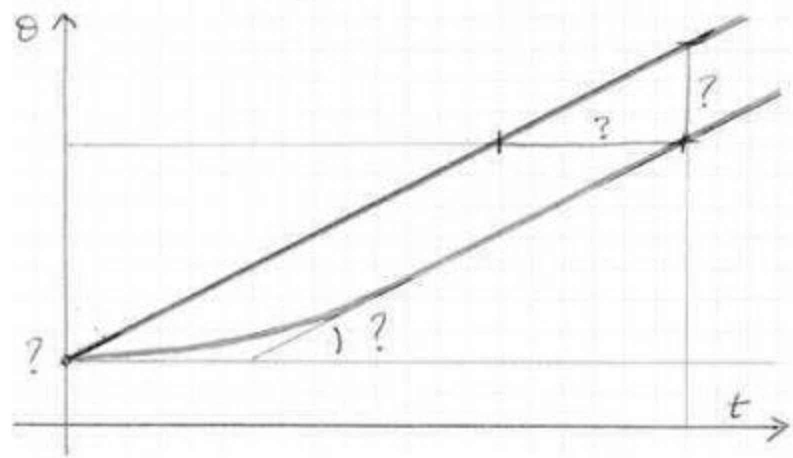
2- Après une durée suffisante, la sonde est à la température du four. Selon vous, que se passe-t-il si l'on sort rapidement la sonde du four et qu'on l'éloigne ? Représenter l'allure de la réponse idéale de la sonde et de la réponse observée sachant que l'on constate alors une constante de temps τ_d = 50s plus longue. Quelle pourrait être l'explication physique de cette différence ?

3- On repositionne la sonde dans le four, on attend que $\theta = \theta_F$.

On règle maintenant la commande du four de sorte que la température demandée augmente a priori linéairement avec le temps (« rampe » de pente p). Une étude thermique détaillée montre que la sonde réagira en suivant la loi :

$\theta = \theta_F + \tau p \exp(-t/\tau) + p(t - \tau)$

Commenter l'allure de ces deux courbes. Commenter le comportement de la sonde. Identifier l'erreur de trainage.



EXERCICE 1: Étalonnage indirect Régression linéaire

On réalise une sonde de température à partir d'un capteur de température bas coût. Cette sonde délivre une tension $V_{mes}(t)$ fonction de la température t (exprimée en °C) à laquelle elle est soumise. Pour étalonner cette sonde, on la place dans une enceinte thermostatée dont on fait varier la température sur l'étendue de mesure $E.M. = [0\ °C\ ;\ 100\ °C]$. La température est mesurée à l'aide d'une sonde thermométrique Pt100 de précision. On réalise ainsi un étalonnage indirect pour lequel on considère que la température donnée par la sonde Pt100 est parfaitement exacte. Les résultats des mesures sont consignés dans le tableau 3.1.

Tableau 3.1– Étalonnage de la sonde thermique

t °C	3,35	8,80	11,66	17,66	22,12	30,11	31,83	36,44	38,81	39,86
V_{mes}	26	83	120	168	215	302	328	355	390	390
t °C	43,00	45,20	47,19	49,95	51,83	59,59	59,86	61,67	64,10	67,84
V_{mes}	424	443	476	500	497	583	592	594	627	660
t °C	68,26	77,33	78,18	80,18	82,82	82,91	85,69	91,76	92,51	99,59
V_{mes}	671	745	759	773	790	799	823	878	884	936

3.1 Sur l'étendue de mesure $E.M.$, on cherche à modéliser le comportement de la sonde par l'approximation linéaire $V_{mes} = V_{mes0} + \alpha t$. Déterminer les expressions V_{mes0} et α obtenues à partir des N points expérimentaux $(t_i, V_{mes,i})$ donnés dans le tableau et en calculer la valeur. Pour ceci, on cherchera à minimiser l'écart quadratique moyen χ^2 entre l'approximation linéaire et les points expérimentaux. On réalise alors une régression linéaire au sens des moindres carrés.

3.2 Estimer la sensibilité $S = dV_{mes}/dt$.

3.3 Donner l'écart de linéarité ε, plus grand écart sur l'étendue de mesure entre la caractéristique réelle et l'approximation linéaire donnée par la droite.

3.4 Calculer l'erreur de linéarité err, écart de linéarité normalisé à l'excursion de $V_{mes}(t)$ sur l'étendue de mesure $E.M.$

EXERCICE2 : Erreur de finesse d'un oscilloscope

On mesure la tension aux bornes de la bobine d'un circuit RLC série. Le circuit est alimenté en sinusoïdal à la fréquence de résonance. L'appareil de mesure est un oscilloscope dont l'impédance d'entrée est modélisée par une résistance R_c en parallèle avec un condensateur C_c.

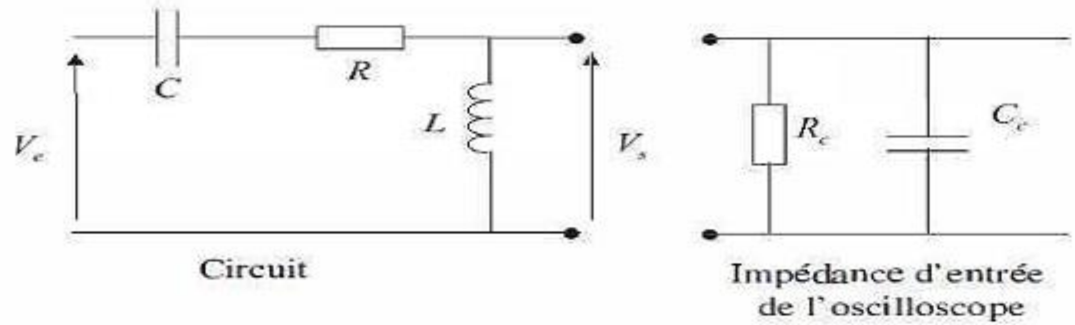


Figure 6.1– **Le circuit et l'impédance d'entrée de l'oscilloscope**

6.1 Calculer, en fonction de V_e, l'amplitude complexe V_s de la tension de sortie en l'absence de l'oscilloscope. On donne $R = 100\ \Omega$, $L = 10\ \text{mH}$, $C = 100\ \text{pF}$, $R_c = 1\ \text{M}\Omega$ et $C_c = 2\ \text{pF}$.

6.2 Calculer V_{mes}, amplitude de la tension de sortie en présence de l'oscilloscope. Pour cela on utilisera le théorème de Thévenin et on calculera de façon explicite la force électromotrice V_{Th} du générateur équivalent de Thévenin et son impédance interne Z_{Th}.

6.3 Calculer l'erreur de finesse de la mesure $(V_s - V_{mes})/V_s$, puis son module.

EXERCICE 3 : Capteur du second ordre

Soit un capteur d'accélération capacitif dont les caractéristiques métrologiques sont indiquées dans le tableau 7.1.

Tableau 7.1 - **Caractéristiques principales du capteur**

	Min	Typ	Max	Unités
Étendue de mesure	±2	±3		g
Erreur de linéarité		0,2		% de *E.M.*
Sensibilité	225	250	275	mV/*g*
Fréquence de coupure à +3 dB	10	12		kHz
Fréquence de résonance	13	18		kHz

7.1 Déterminer la fréquence propre f_0 typique du capteur ainsi que son facteur d'amortissement ξ.

7.2 On désire réaliser un inclinomètre à partir de cet accéléromètre, c'est-à-dire mesurer l'angle entre le bâti de l'inclinomètre et l'horizontale (voir figure 7.1). L'accéléromètre mesure la composante de l'accélération de la pesanteur selon l'axe Oz (axe de sensibilité de l'accéléromètre) et une unité de conditionnement du signal en extrait la valeur de l'angle d'inclinaison α.

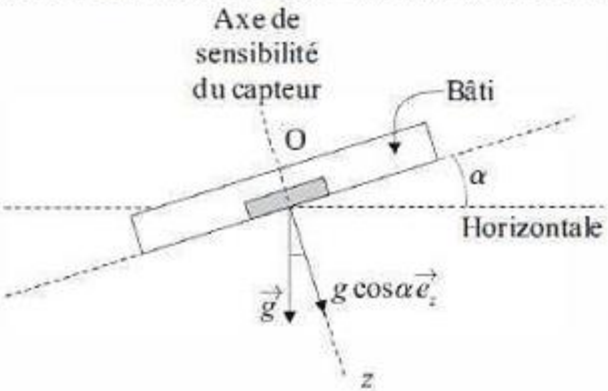


Figure 7.1 - **Schéma de principe de l'inclinomètre**

On suppose que la variation maximale du mesurande correspond au passage de la position verticale (0 *g* mesuré) à la position horizontale (+1 *g* mesuré).

Déterminer graphiquement la durée d'attente τ nécessaire avant d'effectuer une nouvelle mesure de l'inclinaison après un changement de celle-ci pour que l'erreur reste inférieure à 1 %.