

TD 5

Question 1 :

Un composant a une MTBF de 2000 heures. A quelle date « t_i » ce composant aura une fiabilité de 90% ?

Réponse

La durée t_i pour une fiabilité de 90%

$$t_i = \lambda \times \ln \frac{1}{R(t)} = MTBF \times \ln \frac{1}{R(t)} = 2000 \times \ln \frac{1}{0,9} = 211 \text{ heures}$$

Au bout de 211 heures, on estime donc que 90% des composants survivront.

Question 2 :

Quelle est la fiabilité d'un dispositif travaillant pendant une période de temps égale au MTBF ?

Réponse 2

Pour ce cas la probabilité de survie est :

$$R(t) = R(MTBF) = e^{-MTBF/MTBF} = e^{-1} = 1/e = 1/2,718 = 0,3679 \text{ (environ 37\%)}$$

Exercice 3 :

Une usine produit des machines. On étudie la fiabilité de 25 de ces machines dès leur mise en service. Pour cela on relève leur temps de bon fonctionnement (TBF) en l'absence de toute réparation. A l'aide du papier semi-logarithmique, vérifier que la durée de vie suit une loi exponentielle dont on déterminera le paramètre et donner l'expression de $R(t)$

Solution 3

a) Création de classes

n_i : le nombre de machines non défaillantes jusqu'à l'instant t_i ;

b) Estimation de F_{ti} (rangs médians) et de R_{ti}

$$R_{ti} = \frac{n_i}{10} \text{ (Avec la méthode du rang brut) est la proportion de machines non}$$

défaillantes jusqu'à l'instant t_i ,

$F_i = 1 - R_i$ est la proportion de machines défaillantes à l'instant t_i .

On obtient le tableau suivant :

classe	[0;100]	[100;200]	[200;300]	[300;400]	[400;500]
n_i	6	6	5	3	0
F_{ti}	0,23	0,46	0,65	0,77	0,77
R_{ti}	0,77	0,54	0,35	0,23	0,23
classe	[500;600]	[600;700]	[700;800]	[800;900]	[900;1000]
n_i	1	2	1	0	1
F_{ti}	0,81	0,88	0,92	0,92	0,96
R_{ti}	0,19	0,12	0,08	0,08	0,04

c) Tracée sur papier semi-logarithmique

Le tableau précédent s'écrit :

t_i	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900
R_{ti}	1	$76 \cdot 10^{-2}$	$52 \cdot 10^{-2}$	$32 \cdot 10^{-2}$	$20 \cdot 10^{-2}$	$20 \cdot 10^{-2}$	$16 \cdot 10^{-2}$	$8 \cdot 10^{-2}$	$4 \cdot 10^{-2}$	$4 \cdot 10^{-2}$

Portons les points de coordonnées marquées (t_i ; R_i) sur le papier semi-logarithmique ; deux modules suffisent, car la plus grande valeur prise par a est 100. Le nuage de 10 points obtenu est presque rectiligne, ce qui autorise à estimer que T suit une loi exponentielle.

La droite D à tracer a pour équation $Y = -t$. Elle passe donc par l'origine 0 du repère.

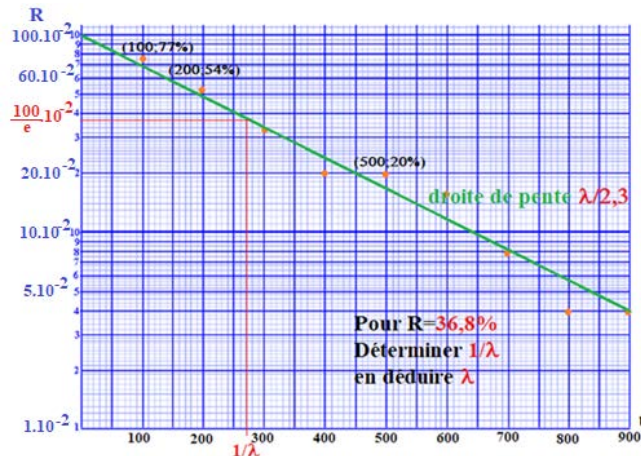
Notons que les coordonnées de O sont $t = 0$, $Y = 0$. C'est donc le point marqué $(0 ; 100.10^{-2})$, car $\ln(100.10^{-2}) = \ln(1) = 0$.

Construisons une droite passant au plus près des points du nuage de points et par O.

Pour $t = \frac{1}{\lambda}$ on obtient $Y = -\lambda \frac{1}{\lambda} = -1$

Donc la $MTBF = \frac{1}{\lambda}$ est l'abscisse du point D dont l'ordonnée est marquée

$\frac{100}{e} 10^{-2} \approx 36,8.10^{-2}$ car $\ln\left(\frac{100}{e} 10^{-2}\right) = -1$ On obtient $\frac{1}{\lambda} = 280$ d'où $\lambda \approx 0,0036$



Le nuage de point forme une droite donc $\lambda = \text{cte}$

Exercice 4

L'équipe maintenance a relevé durant une année les temps de fonctionnement, en heures, entre deux réglages consécutifs d'une des machines de conditionnement, des bouteilles et a obtenu les temps de bon fonctionnement, rangés par ordre croissant : 165 ; 330 ; 90 ; 515 ; 740 ; 915 ; 1320.

- 1) Déterminer les paramètres de la loi Weibul ?
- 2) Déterminer MTBF et l'écart type ?

Solution 4

- 1) Détermination des paramètres de la loi : papier Weibul

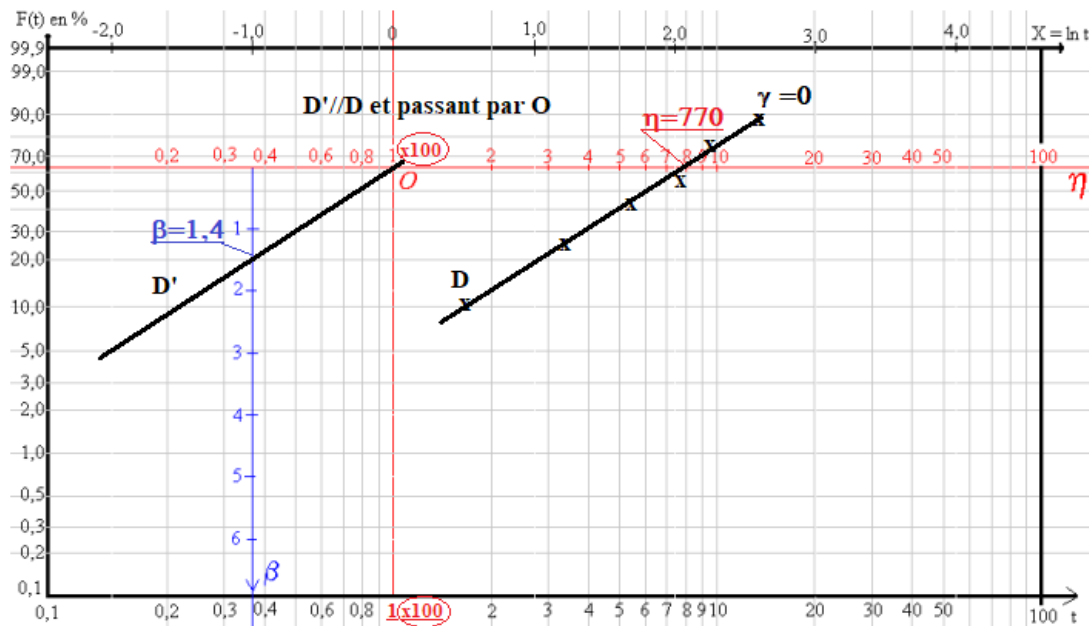
$6 \leq 20$, on utilise la méthode des rangs médians : $F(t_i) = \frac{i - 0,3}{n + 0,4}$

Ordre i	TBF	Fi
1	165	0,11
2	330	0,26
3	515	0,42
4	740	0,58
5	915	0,73
6	1320	0,89

Tracé de nuages de points

L'axe $t \times 100 =$ l'axe $\eta \times 100$

Le fait d'obtenir directement une droite D sans faire de redressements indique que $\gamma = 0$ (paramètre de position)



La droite D', // à D, passant par l'origine coupe l'axe « β » en un point $\beta=1,4$. C'est la valeur du paramètre de forme, la droite D coupe l'axe des temps à $\eta = t=770$ heures.

2) Détermination de la MTBF : Les tables annexes donnent les valeurs de A et B

Pour $\beta=1,4$: $A=0,911$ et $B=0,660$.

$$MTBF = A\eta + \gamma = 0.911 \times 770 = 700 \text{ heures}$$

$$\sigma = B\eta = 0.660 \times 770 = 508 \text{ heures}$$

Usage des tables numériques

β	A	B
0,20	120	1901
0,25	24	199
0,30	9,2605	50,08
0,35	5,0291	19,98
0,40	3,3234	10,44
0,45	2,4786	6,46
0,50	2	4,47
0,55	1,7024	3,35
0,60	1,5046	2,65
0,65	1,3663	2,18
0,70	1,3638	1,85
0,75	1,1906	1,61
0,80	1,1330	1,43

β	A	B
1,50	0,9027	0,613
1,55	0,8994	0,593
1,60	0,8966	0,574
1,65	0,8942	0,556
1,70	0,8922	0,540
1,75	0,8906	0,525
1,80	0,8893	0,511
1,85	0,8882	0,498
1,90	0,8874	0,486
1,95	0,8867	0,474
2	0,8862	0,463
2,1	0,8857	0,443
2,2	0,8856	0,425
2,3	0,8859	0,409
2,4	0,8865	0,393
2,5	0,8873	0,380
2,6	0,8882	0,367

β	A	B
4	0,9064	0,254
4,1	0,9077	0,249
4,2	0,9089	0,244
4,3	0,9102	0,239
4,4	0,9114	0,235
4,5	0,9126	0,230
4,6	0,9137	0,226
4,7	0,9149	0,222
4,8	0,9160	0,218
4,9	0,9171	0,214
5	0,9182	0,210
5,1	0,9192	0,207
5,2	0,9202	0,203
5,3	0,9213	0,200
5,4	0,9222	0,197
5,5	0,9232	0,194
5,6	0,9241	0,191

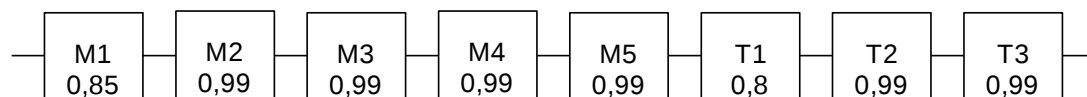
0,85	1,0880	1,29
0,90	1,0522	1,17
0,95	1,0234	1,08
1	1	1
1,05	0,9603	0,934
1,10	0,9649	0,878
1,15	0,9517	0,830
1,20	0,9407	0,787
1,25	0,9314	0,750
1,30	0,9236	0,716
1,35	0,9170	0,687
1,40	0,9114	0,660
1,45	0,9067	0,635

2,7	0,8893	0,355
2,8	0,8905	0,344
2,9	0,8917	0,334
3	0,8930	0,325
3,1	0,8943	0,316
3,2	0,8957	0,307
3,3	0,8970	0,299
3,4	0,8984	0,292
3,5	0,8997	0,285
3,6	0,9011	0,278
3,7	0,9025	0,272
3,8	0,9038	0,266
3,9	0,9051	0,260

5,7	0,9251	0,188
5,8	0,9260	0,185
5,9	0,9269	0,183
6	0,9277	0,180
6,1	0,9286	0,177
6,2	0,9294	0,175
6,3	0,9302	0,172
6,4	0,9310	0,170
6,5	0,9318	0,168
6,6	0,9325	0,166
6,7	0,9333	0,163
6,8	0,9340	0,161
6,9	0,9347	0,160

Exercice 5

Un processus est représenté par le processus suivant :



- 1) Calculer la fiabilité de ce système entier.
- 2) Proposer une amélioration de cette fiabilité.
- 3) Etudier la fiabilité du système suivant

Solution 5

- 1) La fiabilité du système entier est le produit de toutes les fiabilités élémentaires :

$$Rs = \prod_{i=1}^n Ri = 0.64$$

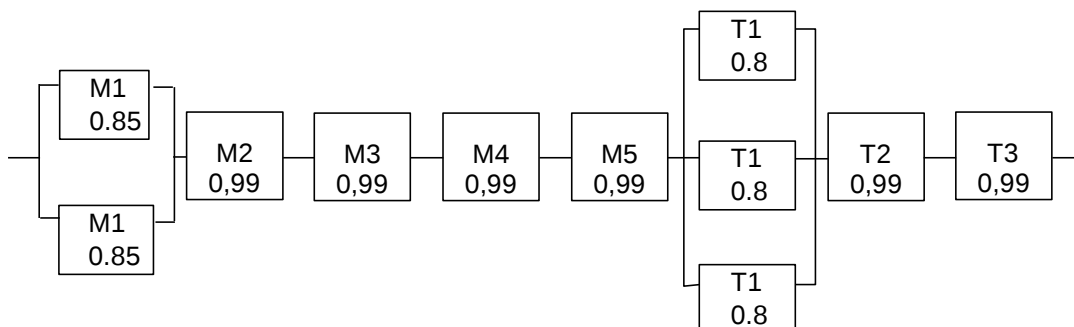
- 2) Etudier la fiabilité du système suivant

Pour améliorer cette fiabilité, on peut appliquer des redondances sur les systèmes les moins fiables : M1 et T1.

Une des solutions peut consister à utiliser 3 T1 et 2 M1.

Economiquement, il va de soi que cette solution coûterait trop cher.

On se contentera de redondier les éléments faibles des systèmes M1 et T1



- 3) Etudier la fiabilité du système suivant

$$Rs = [1 - (1 - 0,85)^2] \times 0,99^4 \times [1 - (1 - 0,8)^3] \times 0,99^2 = 0,91 \text{ Résultat satisfaisant.}$$

