Chapitre II
Système électrique triphasé

II. 1. Définition et représentation d'un système de grandeurs triphasé équilibré

II. 1. 1 Système électrique polyphasé

Un système électrique polyphasé équilibré est un ensemble P grandeurs électriques de même fréquence, ayant des valeurs efficaces identiques et présentant entre elles un déphasage angulaire régulièr de $\frac{2\pi}{P}$.

Dans la pratique, les systèmes les plus couramment rencontrés sont:

— Le système électrique biphasé $(P = 2)$: les deux phases sont déphasées de π radians (180°)

— Le système électrique triphasé $(P = 3)$: les trois phases sont déphasées de $\frac{2\pi}{3}$ radians (120°)

— Le système électrique hexaphasé $(P = 6)$: les six phases sont déphasées de $\frac{2\pi}{6}$ radians (60°)

II. 1. 2 Système électrique triphasées

Le système triphasé est largement utilisé dans la production, le transport et la distribution d'énergie électrique en raison de ses nombreux avantages par rapport aux systèmes monophasés. Il permet notamment une meilleure répartition de la puissance, une réduction des pertes énergétiques et la possibilité d'alimenter aussi des charges équilibrées et déséquilibrées.

Dans un système triphasé, le choix d'une grandeur de référence (tensions ou courants ou flux magnétique) avec un angle de phase égale à zéro degré permet de définir la phase de toutes les autres grandeurs du système. Nous choisissons par la suite la grandeur g_1 comme grandeur de référence.

Ce system peut être classé en deux catégories :

II. 1. 2. 1. Système triphasé équilibré

Un système triphasé est dit équilibré lorsque les trois grandeurs ont la même fréquence, la même valeur efficace et présentent entre elles un déphasage régulier de $\frac{2\pi}{3}$ radians (120°). En fonction l'ordre des trois phases, on distingue deux séquences possibles :

— **Système triphasé équilibré directe** (ou de **séquence directe**) La seconde phase est en retard de 2π/3 (120°) par rapport à la première phase, et la troisième est en retard de 2π/3 (120°) par rapport à la seconde phase. Dans ce cas, les vecteurs tournent dans l'ordre : 1 – 2 – 3 – 1 – 2 – 3 -…Le tableau II.1 illustre la présentation d'un système de tensions triphasées équilibrées de séquence directe.

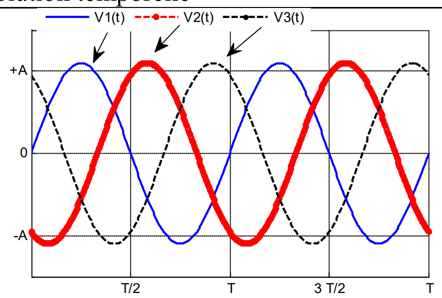
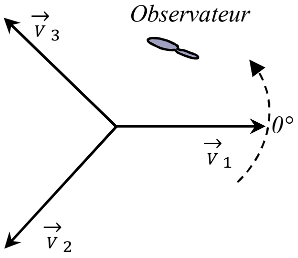
Expression mathématique	Evolution temporelle	Présentation vectorielle
$v_1(t) = V\sqrt{2}\sin(\omega t)$ $v_2(t) = V\sqrt{2}\sin(\omega t - {}^{2\pi}/_{3})$ $v_3(t) = V\sqrt{2}\sin(\omega t - {}^{4\pi}/_{3})$		

Tableau II.1. Présentions d'un système de tensions triphasées équilibrées directe

— **Système triphasé équilibré indirecte** (ou de **séquence indirecte**) L'ordre des phases est inversé, c'est-à-dire que la deuxième phase est en avance de 2π/3 (120°) par rapport à la première phase, et la troisième phase est en avance de 2π/3 (120°) par rapport à la deuxième. Dans ce cas, les vecteurs tournent dans l'ordre : 1 – 3 – 2 – 1 – 3 – 2 -…. Le tableau II.2 illustre la présentation d'un système de tensions triphasées équilibrées de séquence indirecte.

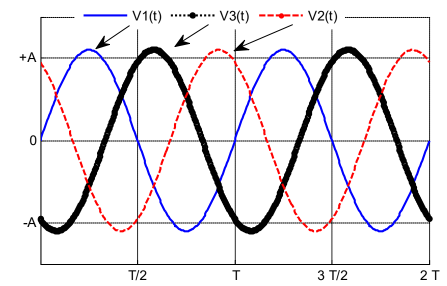
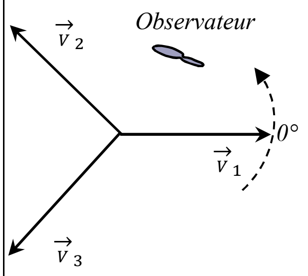
<table>
<tr><th>Expression mathématique</th><th>Evolution temporelle</th><th>Présentation vectorielle</th></tr>
<tr><td>$v_1(t) = V\sqrt{2}\sin(\omega t)$
$v_2(t) = V\sqrt{2}\sin(\omega t - {}^{4\pi}/_{3})$
$v_3(t) = V\sqrt{2}\sin(\omega t - {}^{2\pi}/_{3})$</td><td>
</td><td>
</td></tr>
</table>

Tableau II.2. Présentions d'un système de tensions triphasées équilibrées indirecte

II. 1. 2. 2. Système triphasé déséquilibré

Un système triphasé est dit déséquilibré lorsque les trois grandeurs n'ont pas la même valeur efficace (amplitude), ou/ et ne sont pas déphasés régulièrement de $\frac{2\pi}{3}$ radians (120°) les uns par rapport aux autres.

II. 1. 3. Opérateur mathématique de rotation $\bar{a}$

Afin de simplifier la présentation et les calculs des grandeurs électriques dans un système triphasé équilibré on introduit l'opérateur mathématique de rotation $\bar{a}$, défini comme suit:

$$\bar{a} = e^{j\frac{2\pi}{3}} = \cos\frac{2\pi}{3} + j\sin\frac{2\pi}{3} == -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \tag{II.1}$$

Cet opérateur est particulièrement utile pour représenter les déphasages entre les différentes phases d'un système triphasé équilibré.

La multiplication (ou la division) d'une grandeur électrique, exprimée sous sa forme complexe, par l'opérateur mathématique rotation $\bar{a}$ ne modifie pas son module mais modifier son argument de $\frac{2\pi}{3}$ radians. Autrement dit, cette opération fait tourner le vecteur représentatif de la grandeur électrique de $\frac{2\pi}{3}$ dans le sens positif des angles.

On peut également calculer $\bar{a}^2$ comme suit

$$\bar{a}^2 = e^{j\frac{4\pi}{3}} = \cos\frac{2\pi}{3} + j\sin\frac{2\pi}{3} == -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \tag{II.2}$$

On constate que $\bar{a}^2$est le conjugués de $\bar{a}$

De plus, on peut établir les relations suivantes :

$$\bar{a}^0 = \bar{a}^3 = 1 \tag{II.3}$$

$$\bar{a}^2 = \bar{a}^5 = \bar{a}^* = \bar{a}^{-1} = \frac{1}{\bar{a}} \tag{II.4}$$

$$\bar{a}^4 = \bar{a} = \bar{a}^{-2} \tag{II.5}$$

$$\bar{a}^2 + \bar{a} + 1 = 0 \tag{II.6}$$

Un système de grandeurs électriques triphasées équilibré g_1, g_2 et g_3 de séquence directe peut être sous la forme suivante :

$g_1(t) = G\sqrt{2}\sin(\omega t)$ Sous la forme complexe $\overline{G_1} = G^{\llcorner 0°}$ (II.7)

$g_2(t) = G\sqrt{2}\sin\left(\omega t - {}^{2\pi}/_{3}\right)$ Sous la forme complexe $\overline{G_2} = G^{\llcorner -120°}$ (II.8)

Cette grandeur peut être exprimée en fonction de $\overline{G_1}$ comme suit :

$$\overline{G_2} = \bar{a}^2\overline{G_1} \quad \text{(II.9)}$$

$g_3(t) = G\sqrt{2}\sin\left(\omega t - {}^{4\pi}/_{3}\right)$ Sous la forme complexe $\overline{G_3} = G^{\llcorner 120°}$ (II.10)

Cette grandeur peut être exprimée en fonction de $\overline{G_1}$ comme suit :

$$\overline{G_3} = \bar{a}\,\overline{G_1} \quad \text{(II.11)}$$

En additionnant ces trois grandeurs complexes :

$$g_1(t) + g_2(t) + g_3(t) = \overline{G_1}\ (\bar{a}^2 + \bar{a} + 1) = 0 \quad \text{(II.12)}$$

— **Seconde définition d'un système électrique triphasé équilibré :** *Un système électrique triphasé est dit équilibré si et seulement si la somme de ses trois grandeurs instantanées est nulle à tout instant, c'est-à-dire.*

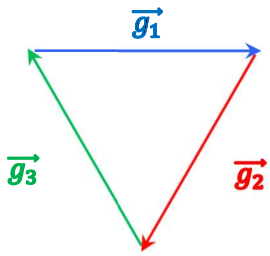
Mathématiquement

$g_1(t) = G\sqrt{2}\sin(\omega t)$
$g_2(t) = G\sqrt{2}\sin\left(\omega t - {}^{2\pi}/_{3}\right)$
$g_3(t) = G\sqrt{2}\sin\left(\omega t - {}^{4\pi}/_{3}\right)$

$g_1(t) + g_2(t) + g_3(t) = 0$

Sous la forme complexe :
$\overline{G_1} + \overline{G_2} + \overline{G_3} = 0$

Calcul Vectoriel



II. 1. 4. Définition des tensions dans un système triphasé

II. 1. 4. 1. Tensions simples V

La tension simple d'un système triphasé est la différence de potentiel entre une phase (conducteur 1, 2 ou 3) et le conducteur neutre.

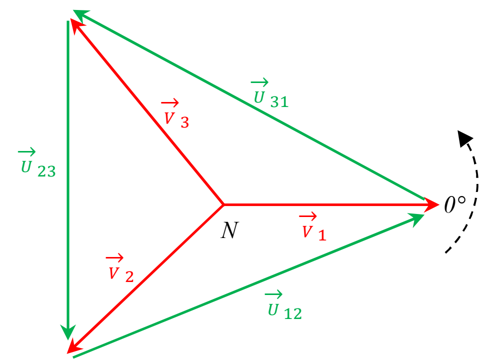
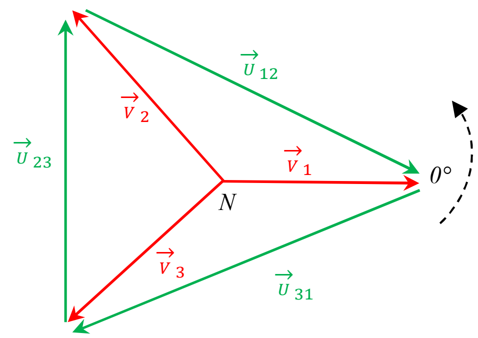
Les tensions simples sont notées : V_1, V_2 et V_3

II. 1. 4. 2. Tensions composées U

La tension composée d'un système triphasé est la différence de potentiel entre deux phases quelconques du système (1 et 2, 2 et 3, ou 3 et 1).

Les tensions composées sont notées : U_{12}, U_{23} et U_{31}

Le tableau II.3 présente les différentes tensions simples et composées du système pour les séquences 123 et 132 respectivement.

Expression mathématique	Présentation vectorielle
<u>Séquence directe 123</u> $\overline{V}_1 = V^{\angle 0°}$ $\overline{V}_2 = V^{\angle -120°}$ $\overline{V}_3 = V^{\angle 120°}$ $\overline{U}_{12} = \overline{V}_1 - \overline{V}_2 = \left(\sqrt{3}\,V\right)^{\angle 30°}$ $\overline{U}_{23} = \overline{V}_2 - \overline{V}_3 = \left(\sqrt{3}\,V\right)^{\angle -90°}$ $\overline{U}_{31} = \overline{V}_3 - \overline{V}_1 = \left(\sqrt{3}\,V\right)^{\angle 150°}$	
<u>Séquence indirecte 132</u> $\overline{V}_1 = V^{\angle 0°}$ $\overline{V}_2 = V^{\angle 120°}$ $\overline{V}_3 = V^{\angle -1\ \ °}$ $\overline{U}_{12} = \overline{V}_1 - \overline{V}_2 = \left(\sqrt{3}\,V\right)^{\angle -30°}$ $\overline{U}_{23} = \overline{V}_2 - \overline{V}_3 = \left(\sqrt{3}\,V\right)^{\angle 90°}$ $\overline{U}_{31} = \overline{V}_3 - \overline{V}_1 = \left(\sqrt{3}\,V\right)^{\angle -150°}$	

La figure II. 1 illustre l'évolution temporelle des tensions simples $v_1(t)$, $v_2(t)$ et $v_3(t)$ et des tensions composées $u_{12}(t)$, $u_{23}(t)$ et $u_{31}(t)$ d'un système triphasé équilibré de séquence directe, telles que:

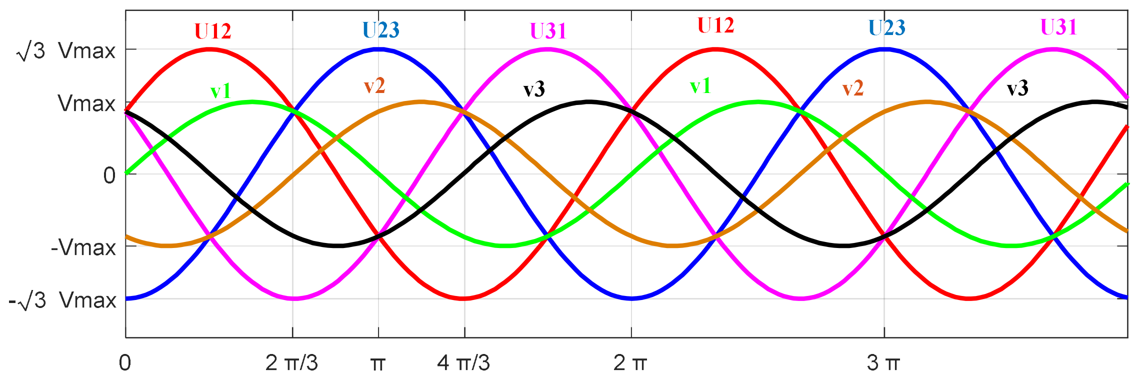


Figure II. 1. Évolution temporelle des tensions simples et composées

II. 1. 4. 3. Relation entre tensions simples et tensions composées

La représentation vectorielle illustrée dans le tableau II.3 a montré qu'une tension composée dans un système triphasé est obtenue par la différence vectorielle entre deux tensions simples. Autrement dit, chaque tension composée peut être représentée par un vecteur reliant les extrémités de deux vecteurs représentant les tensions simples.

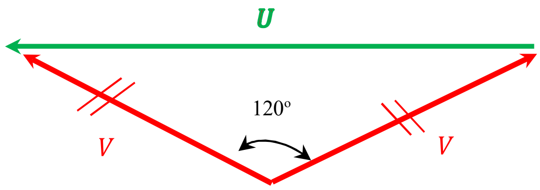


Figure II.2. Présentation vecteur des tensions simple et composée

A partir de la figure II.2, le triangle formé par les vecteurs représentant deux tensions simples et la tension composée est isocèle dont les deux angles de la base du triangle sont égaux à 30°. En appliquant la formule du cosinus dans ce triangle :

$$U^2 = V^2 + V^2 - 2\,V\,V\cos(120^0) = 3V^2 \tag{II.13}$$

Ainsi, on obtient la relation fondamentale entre la tension $\overline{U}$ et la tension $\overline{V}$ dans un système triphasé équilibré :

$$U = \sqrt{3}\,V \tag{II.14}$$

II. 2. Charge triphasée

Une charge triphasée, également appelée récepteur triphasé, est constituée de trois charges, chacune étant caractérisée par une impédance complexe $\overline{Z_\iota}$ (avec $i = 1, 2\ et\ 3$).

Il existe deux types de couplage pour connecter les charges dans un système triphasé :

— Couplage en étoile (Y)

— Couplage en triangle (Δ)

Ces modes de couplage influencent la relation entre les tensions simples et composées, ainsi que les courants de ligne et courants de phase dans le circuit.

II. 2. 1. Charge triphasée équilibrée

Le récepteur est dit équilibré lorsque toutes les impédances sont identiques, c'est-à-dire que:

$$\overline{Z_1} = \overline{Z_2} = \overline{Z_3} = \bar{Z} \tag{II.15}$$

II. 2. 1. 1. Couplage en étoile (Y)

Le schéma du montage en étoile, représenté par la figure II.3, montre les connexions typiques des charges triphasées avec un point commun au neutre .

Dans un montage en étoile :

— Les courants de ligne sont égaux aux courants de phase :$\bar{I} = \bar{J}$

$$\overline{I_1} = \overline{J_1} \tag{II.16}$$

$$\overline{I_2} = \overline{J_2} \tag{II.17}$$

$$\overline{I_3} = \overline{J_3} \tag{II.18}$$

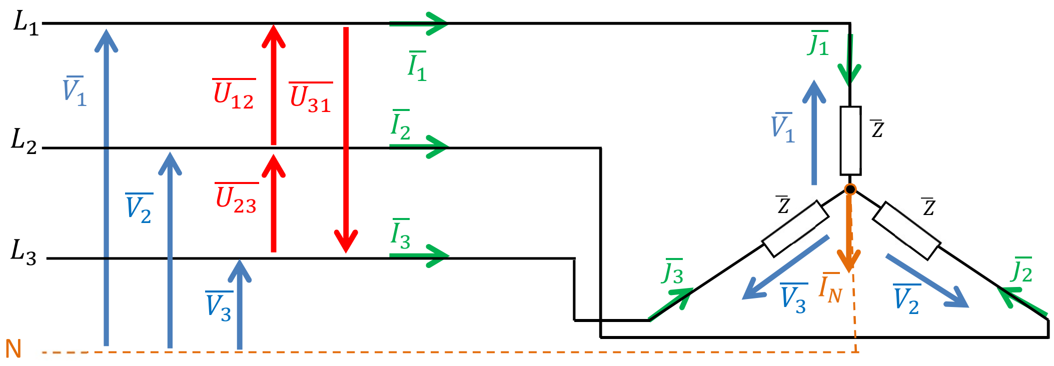


Figure II.3. Présentation de différentes grandeurs du montage triphasé en étoile d'un récepteur équilibré

— Les tensions aux bornes des récepteurs (ou tensions aux bornes des impédances) sont les tensions simples du système.

$$\overline{V_1} = \bar{Z}\ \overline{I_1} \quad \text{(II.19)}$$

$$\overline{V_2} = \bar{Z}\ \overline{I_2} \quad \text{(II.20)}$$

$$\overline{V_3} = \bar{Z}\ \overline{I_3} \quad \text{(II.21)}$$

— Le courant dans le neutre est nul

A nœud N, Si le récepteur est équilibré alors :

$$\overline{I_N} = \overline{I_1} + \overline{I_2} + \overline{I_3} = 0 \quad \text{(II.22)}$$

II. 2. 1. 2. Couplage en triangle (Δ)

Le montage en triangle est illustré par la figure II.4 où chaque impédance du récepteur est connectée entre deux phases.

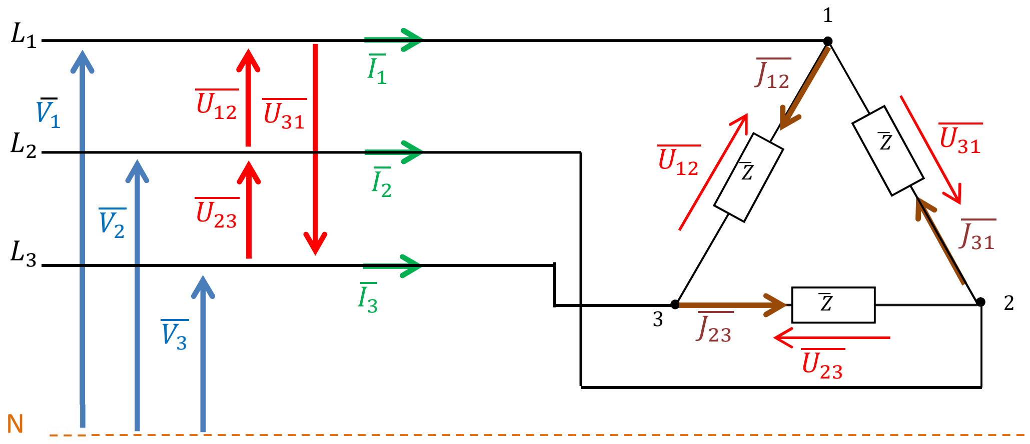


Figure II.4. Présentation de différentes grandeurs du montage en triangle d'un récepteur équilibré

Dans un montage en triangle:

— Les tensions aux bornes des récepteurs (ou aux bornes des impédances) sont les tensions composées du système :

$$\overline{U_{12}} = \overline{V_1} - \overline{V_2} \quad \text{(II.23)}$$

$$\overline{U_{23}} = \overline{V_2} - \overline{V_3} \quad \text{(II.24)}$$

$$\overline{U_{31}} = \overline{V_3} - \overline{V_1} \quad \text{(II.25)}$$

Dans un système équilibré, la relation entre la valeur efficace de la tension composée et la valeur efficace de la tension simple est donnée par l'équation (II. 14)

— Les courants dans les impédances (appelés aussi courants de phase) :

$$\overline{J_{12}} = \frac{\overline{U_{12}}}{\overline{Z}} \tag{II.26}$$

$$\overline{J_{23}} = \frac{\overline{U_{23}}}{\overline{Z}} \tag{II.27}$$

$$\overline{J_{31}} = \frac{\overline{U_{31}}}{\overline{Z}} \tag{II.28}$$

— Les courants de ligne sont différents des courants de phase, en appliquant la loi des nœuds :

Au nœud 1 :

$$\overline{I_1} = \overline{J_{12}} - \overline{J_{31}} \tag{II.29}$$

Au nœud 2 :

$$\overline{I_2} = \overline{J_{31}} - \overline{J_{32}} \tag{II.30}$$

Au nœud 3 :

$$\overline{I_3} = \overline{J_{23}} - \overline{J_{31}} \tag{II.31}$$

Dans un système équilibré, on peut montrer que les courants de ligne sont :

$$I = \sqrt{3}\, J \tag{II.32}$$

$$\varphi_I = \varphi_J + 30° \tag{II.33}$$

II. 2. 2. Charge triphasée déséquilibrée

Le récepteur est dit déséquilibré lorsque les trois impédances qui la composent ne sont pas égales c'est-à-dire que:

$$\overline{Z_1} \neq \overline{Z_2} \neq \overline{Z_3} \tag{II.34}$$

Cela peut se produire dans un montage en étoile ou en triangle, et cela entraîne des conséquences importantes sur le fonctionnement du système.

II. 2. 2. 1. Couplage en étoile (Y) avec neutre

Le schéma du montage en étoile avec neutre pour une charge triphasée déséquilibrée est illustré par la figure II.5.

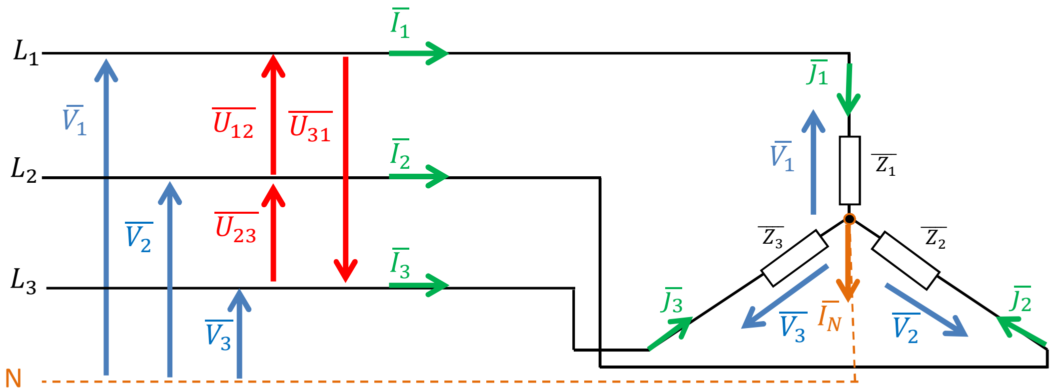


Figure II.5. Schéma du montage triphasé en étoile d'un récepteur déséquilibré

Dans un montage en étoile avec neutre d'une charge déséquilibrée :

— Les tensions appliquées : Chaque impédance est soumise à une tension simple issues d'un système triphasé équilibré $\overline{V_1}$, $\overline{V_2}$ et $\overline{V_3}$.

— Les courants dans les impédances: Puisque les impédances sont différentes, les courants seront également différents

$$\overline{J_1} = \frac{\overline{V_1}}{\overline{Z_1}} \quad \text{(II.35)}$$

$$\overline{J_2} = \frac{\overline{V_2}}{\overline{Z_2}} \quad \text{(II.36)}$$

$$\overline{J_3} = \frac{\overline{V_3}}{\overline{Z_3}} \quad \text{(II.37)}$$

— Les courants de ligne sont égaux aux courants dans les charges: $\overline{I_1} = \overline{J_1}$, $\overline{I_2} = \overline{J_2}$ et $\overline{I_3} = \overline{J_3}$

— Le courant dans le neutre est nul

A nœud N, Si le récepteur est déséquilibré alors :

$$\overline{I_N} = \overline{I_1} + \overline{I_2} + \overline{I_3} \neq 0 \quad \text{(II.38)}$$

Ce courant est nécessaire pour rétablir l'équilibre du point neutre de la charge. Plus le déséquilibre est important, plus le courant dans le neutre augmente.

II. 2. 2. 2. Couplage en étoile (Y) sans neutre

Puisque les impédances sont déséquilibrées et qu'il n'y a pas de conducteur de neutre (il n'y a pas de fil de neutre qui relie les trois phases au point central du récepteur), le point neutre de la charge N' n'est pas à potentiel nul : il flotte. Ce phénomène est appelé neutre flottant.

Cela entraîne :

— Des tensions déséquilibrées aux bornes de la charge même si l'alimentation est équilibrée

$$V_1 \neq V_2 \neq V_3 \quad \text{(II.39)}$$

— Les courants de lignes sans différents $\overline{I_1} \neq \overline{I_2} \neq \overline{I_3}$ mais leurs somme est nulle

$$\overline{I_1} + \overline{I_2} + \overline{I_3} = 0 \quad \text{(II.40)}$$

Le potentiel du point N'de la charge est flottant c'est-à-dire que la tension à ce point n'est pas nulle et donc peut être calculer en utilisant le théorème de Millman, où :

$$\overline{V_{N'}} = \frac{\frac{\overline{V_1}}{\overline{Z_1}}+\frac{\overline{V_2}}{\overline{Z_2}}+\frac{\overline{V_3}}{\overline{Z_3}}}{\frac{1}{\overline{Z_1}}+\frac{1}{\overline{Z_2}}+\frac{1}{\overline{Z_3}}} \quad \text{(II.41)}$$

Ce type de montage n'est pas recommandé pour les charges très déséquilibrées, car les tensions peuvent varier de manière significative et endommager les équipements.

Puisqu'il n'y a pas de conducteur neutre (ou le neutre n'est pas relié) :

Les tensions simples (entre chaque phase et le point neutre N') ne sont pas connues directement. À la place, on applique des tensions composées

II. 2. 2. 3. Couplage en triangle (Δ)

Le montage en triangle pur un récepteur triphasé déséquilibré est illustré par la figure II.6 où chaque impédance du récepteur est connectée entre deux phases.

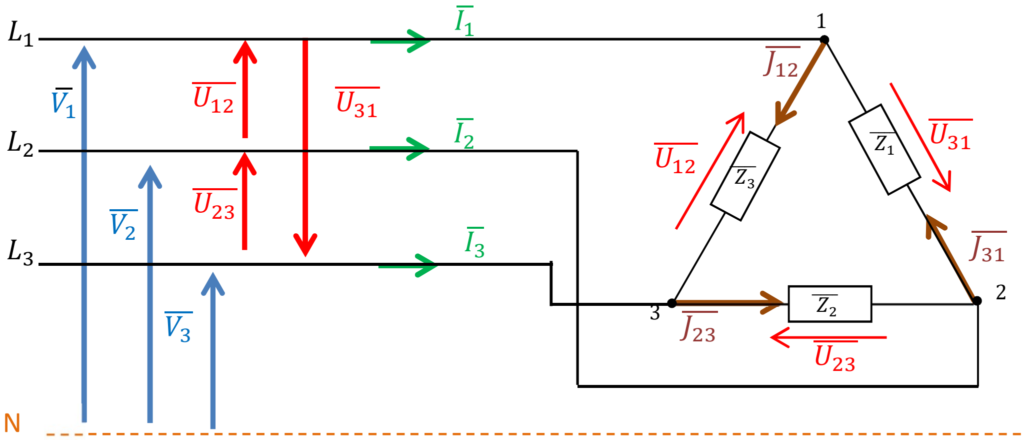


Figure II.6. Schéma du montage triphasé en triangle d'un récepteur déséquilibré

— Les tensions aux bornes des récepteurs (ou aux bornes des impédances) sont les tensions composées du système données par les équations (II. 23), (II. 24) et (II. 25) .

— Les courants dans les impédances (appelés aussi courants de phase) sont différents $J_{12} \neq J_{23} \neq J_{31}$ et données par les équations (II. 26), (II. 27) et (II. 28). Mais la somme de ces courants reste nulle.

$$J_{12} + J_{23} + J_{31} = 0 \qquad \text{(II.42)}$$

II. 3. Puissance électrique en triphasé

II. 3. 1. Calcul de puissance électrique en triphasé

En régime triphasé, la puissance électrique (active, réactive ou apparente) fait référence à la puissance totale absorbée par l'ensemble des trois phases du récepteur. Cette définition s'applique que le système soit équilibré, et quelle que soit la nature du couplage (étoile ou triangle).

— Quels que soit les tensions simple $v_1(t)$, $v_2(t)$ et $v_3(t)$ et les courants de ligne $i_1(t)$, $i_2(t)$ et $i_3(t)$ la puissance instantanée $\mathcal{P}(t)$ est:

$$\mathcal{P}(t) = v_1(t)\, i_1(t) + v_2(t)\, i_2(t) + v_3(t)\, i_3(t) \qquad \text{(II.43)}$$

— Pour les tensions et courants sinusoïdaux

La puissance active P :

$$P = V_1\, I_1 \cos\varphi_1 + V_2\, I_2 \cos\varphi_2 + V_3\, I_3 \cos\varphi_3 \qquad \text{(II.44)}$$

La puissance réactive Q :

$$Q = V_1\, I_1 \sin\varphi_1 + V_2\, I_2 \sin\varphi_2 + V_3\, I_3 \sin\varphi_3 \qquad \text{(II.45)}$$

— Si de plus le système triphasé est équilibré

$$V_1 = V_2 = V_3 = V \qquad \text{(II.46)}$$

$$I_1 = I_2 = I_3 = I \qquad \text{(II.47)}$$

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \varphi \qquad \text{(II.48)}$$

La puissance active P :

$$P = 3\, VI \cos\varphi = \sqrt{3}\, UI \cos\varphi \tag{II.49}$$

La puissance réactive Q :

$$Q = 3\, VI \sin\varphi = \sqrt{3}\, U\, I \sin\varphi \tag{II.50}$$

La puissance apparente S:

$$S = 3\, VI = \sqrt{3}\, UI \tag{II.51}$$

— En triphasé équilibré, la puissance active Pest égale à la puissance instantanée $\mathcal{P}(t)$. En effet, de l'équation II. 43 on peut trouver :

$$\mathcal{P}(t) = V\sqrt{2}\, \cos(\omega\, t) \times I\sqrt{2}\, \cos(\omega\, t - \varphi) + V\sqrt{2}\, \cos\left(\omega\, t - \frac{2\pi}{3}\right) \times I\sqrt{2}\, \cos\left(\omega\, t - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right) + V\sqrt{2}\, \cos\left(\omega\, t - \frac{4\pi}{3}\right) \times I\sqrt{2}\, \cos\left(\omega\, t - \varphi - \frac{4\pi}{3}\right) \tag{II.52}$$

Finalement,

$$\mathcal{P}(t) = 3\, V\, I\, \cos\varphi = P \tag{II.53}$$

Ce comportement, illustré par l'équation II.53, constitue l'un des avantages majeurs du triphasé : une puissance instantanée $\mathcal{P}(t)$ continue et sans pulsation, particulièrement utile pour les charges comme les moteurs, car il permet un fonctionnement fluide sans vibrations.

II. 3. 2. Mesure de puissance électrique en triphasé

L'instrument de mesure utilisé pour évaluer la puissance active dans un circuit électrique est le wattmètre. Il est constitué de deux éléments essentiels : une bobine de courant (ou bobine ampèremétrique), généralement fixe, et une bobine de tension (ou bobine voltmétrique), souvent mobile. L'interaction du champ magnétique engendré par la circulation du courant à travers la bobine fixe de courant, connectée en série avec la charge, et le champ magnétique crée par la bobine mobile de tension, connectée en parallèle avec la charge, génère une force de torsion sur l'aiguille (dans le modèle analogique) ou alimente un circuit de mesure (dans les modèles numériques) telle que :

$$P = U\, I\, \cos\varphi \tag{II.54}$$

II. 3. 2. 1. Méthode de trois wattmètres (ligne à 4 fils)

Dans le cas générale d'un système triphasé (équilibré ou déséquilibré, avec neutre ou sans neutre), la puissance active consommée par un récepteur triphasé peut être mesurée par la méthode des trois wattmètres, comme illustré à la figure II.7.

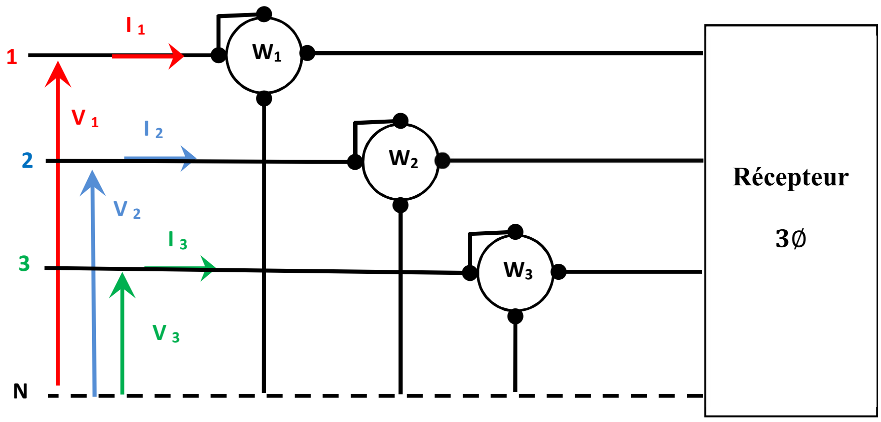


Figure II.7. Schéma de connexion de la méthode des trois wattmètres

La figure II.7 montre le branchement typique des trois wattmètres dans un réseau triphasé. Chaque wattmètre est connecté de manière à mesurer la puissance active d'une phase : la bobine de courant est placée en série avec la phase, tandis que la bobine de tension est connectée entre cette phase et le neutre (ou une autre phase dans les systèmes sans neutre).

La somme des lectures des trois wattmètres donne alors la puissance active totale absorbée par la charge triphasée, même en présence de déséquilibre.

$$P_T = P_1 + P_2 + P_3 \tag{II.55}$$

Autrement dit, elle correspond à la somme des puissances relatives à chacune des charges ou impédances de phase. Cette définition s'applique que le système soit équilibré ou déséquilibré, et quelle que soit la nature du couplage (étoile ou triangle).

II. 3. 2. 2. Méthode de deux wattmètres (ligne à 3 fils)

La méthode des deux wattmètres est une technique classique utilisée pour mesurer la puissance active totale dans un système triphasé à trois fils (sans conducteur neutre). Elle est largement utilisée dans le milieu industriel car elle permet une mesure fiable et efficace avec seulement deux instruments, même en cas de charge déséquilibrée. Cette configuration de mesure est représentée dans la figure II.8.

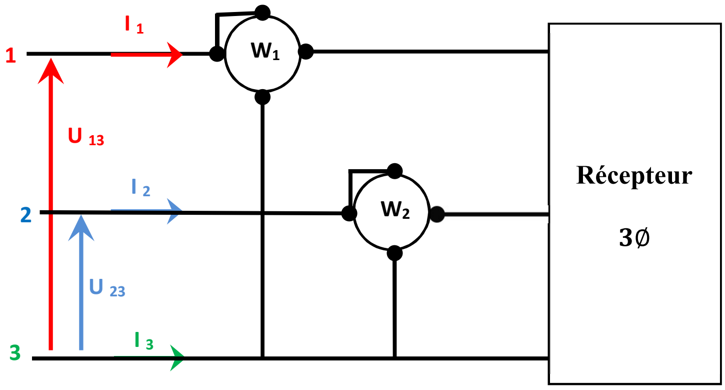


Figure II.8. Schéma de connexion de la méthode des deux wattmètres

La figure II.8 illustre le schéma de connexion typique de la méthode des deux wattmètres. Chaque wattmètre est relié à l'une des phases (souvent L1 et L2) pour la mesure du courant, tandis que leurs bobines de tension sont connectées entre ces phases et une phase de référence (souvent L3).

Grâce à cette disposition, la puissance active totale absorbée par la charge est obtenue en effectuant la somme algébrique des lectures des deux wattmètres, même lorsque le système est déséquilibré. Cette méthode est donc particulièrement utile dans les réseaux industriels où le neutre est absent.

L'indication des deux wattmètres est donnée comme suit:

— Wattmètre W_1 :

$$W_1 = U_{13}\, I_1\, \cos\left(\widehat{\overrightarrow{U_{13}}\,\overrightarrow{I_1}}\right) \tag{II.56}$$

D'après la représentation vectorielle de la figure II.9, le déphasage entre le courant $\overline{I_1}$ et la tension $\overline{U_{13}}$:

$$\widehat{\overrightarrow{U_{13}}\,\overrightarrow{I_1}} = \frac{\pi}{6} - \varphi \tag{II.57}$$

En remplaçant l'équation II. 57 dans l'équation II.56, on obtient

$$W_1 = U\, I\, \cos\left(\frac{\pi}{6} - \varphi\right) \tag{II.58}$$

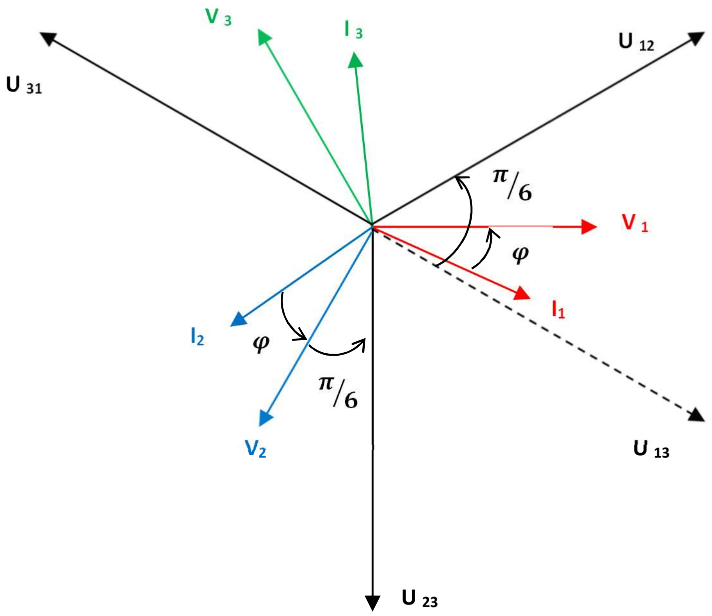


Figure II.9. Représentation vectorielle des différents déphasages

— Wattmètre W_2 :

$$W_2 = U_{23}\, I_2\, \cos\left(\widehat{\overrightarrow{U_{23}}\,\overrightarrow{I_2}}\right) \tag{II.59}$$

D'après la représentation vectorielle de la figure II.9 , le déphasage entre le courant $\overline{I_2}$ et la tension $\overline{U_{23}}$:

$$\widehat{\overrightarrow{U_{23}}\,\overrightarrow{I_2}} = \frac{\pi}{6} + \varphi \tag{II.60}$$

En remplaçant l'équation II. 59 dans l'équation II.60, on obtient

$$W_2 = U\, I\, \cos\left(\frac{\pi}{6} + \varphi\right) \tag{II.61}$$

Les deux indications W_1et W_2 , prises individuellement, n'ont aucun sens. Mais le calcul de leurs sommes donne :

$$W_1 + W_2 = U\, I\, \left(\cos\left(\frac{\pi}{6} - \varphi\right) + cos\left(\frac{\pi}{6} + \varphi\right)\right) = 2\, U\, I\, \cos\left(\frac{\pi}{6}\right)\, \cos(\varphi) \tag{II.62}$$

La puissance totale consommée par le système est :

$$P = W_1 + W_2 = \sqrt{3} U\, I\, \cos(\varphi) \tag{II.63}$$

On déduit aussi que le calcul de la différence entre les deux indications donne :

$$W_1 - W_2 = U\, I\, \left(\cos\left(\frac{\pi}{6} - \varphi\right) - cos\left(\frac{\pi}{6} + \varphi\right)\right) = 2\, U\, I\, \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\, \sin(\varphi) \tag{II.64}$$

La puissance réactive totale du système est :

$$Q = W_1 - W_2 = \sqrt{3} U\, I\, \sin(\varphi) \tag{II.65}$$

Dans le cas d'un système triphasé équilibré, il est également possible de mesurer la puissance réactive à l'aide d'un seul wattmètre, en le disposant selon le schéma présenté à la figure II. 10.

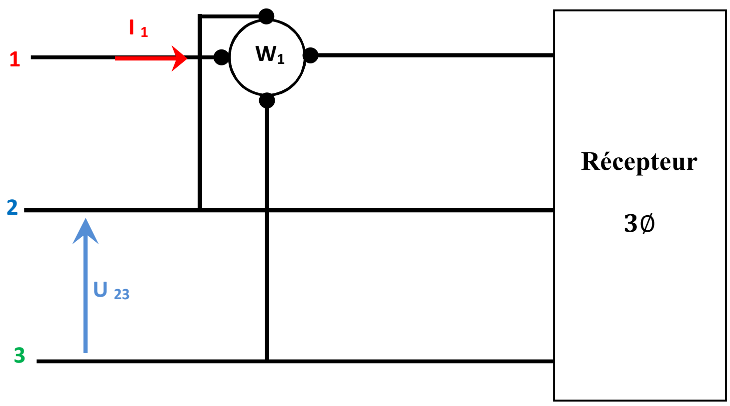


Figure II.10. Schéma de connexion d'un wattmètre pour mesurer la puissance réactive

L'indication du wattmètre est :

$$W = U_{23}\, I_1 \, \cos\left(\widehat{\overrightarrow{U_{23}}\, \overrightarrow{I_1}}\right) \tag{II.66}$$

D'après la représentation vectorielle de la figure II.9 , le déphasage entre le courant $\overline{I_1}$ et la tension $\overline{U_{23}}$:

$$\widehat{\overrightarrow{U_{23}}\, \overrightarrow{I_1}} = \frac{\pi}{2} - \varphi \tag{II.67}$$

En remplaçant l'équation II. 67 dans l'équation II.66, on obtient

$$W = U\, I\, \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) = U\, I\, \sin(\varphi) \tag{II.68}$$

La puissance réactive totale est :

$$Q = \sqrt{3}\, W = \sqrt{3} U\, I\, \sin(\varphi) \tag{II.69}$$

II. 4. Exercices

Exercice N° 01

Un réseau triphasé $100\times\sqrt{3}$ V – 50 Hz (séquence 123, voire de figure 1) à quatre conducteurs alimente un récepteur équilibré connecté en étoile dans lequel on a :$\overline{Z} = 20\angle 45°\Omega$.

1. Calculer l'intensité des courants électriques dans les conducteurs d'alimentation et dans le neutre (détailler les calculs, écrire les complexes sous formes cartésienne et polaire lorsque nécessaire). En faire une représentation vectorielle.
2. Calculer la puissance active totale absorbée.
3. Calculer la puissance réactive totale absorbée.

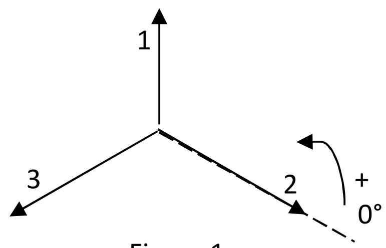
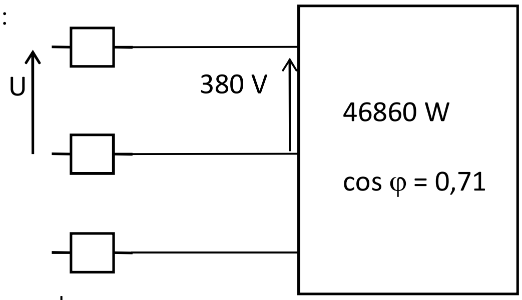


Figure 1

Exercice N° 02

Un récepteur triphasé équilibré absorbe une puissance active totale de 46860 watts avec un cos φ = 0,71 (courant en retard sur la tension), ce récepteur doit être alimenté sous 380 V entre phases par une ligne dont chaque conducteur présente une résistance de 0,2 Ω. Déterminer :

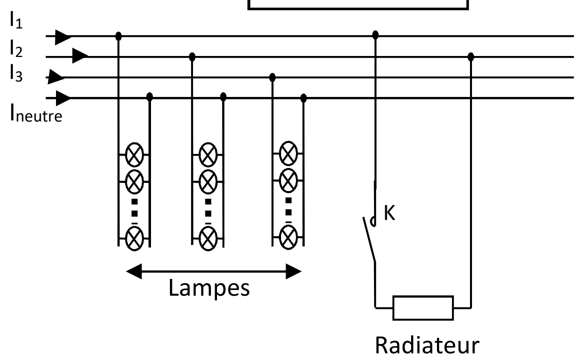


1. le courant de ligne I

2. la tension V nécessaire à l'entrée de la ligne pour que le récepteur soit normalement alimenté.

Exercice N° 03

Sur une distribution triphasé 380 V – 50 Hz avec fil neutre, on branche en dérivation entre phase et neutre, trois groupes de 16 lampes à incandescence de 100 W chacune.



1. Déterminer le courant absorbé dans les lignes lorsque le contacteur K du radiateur est ouvert. Quelle est la valeur du courant dans le fil du neutre ?

2. On ferme le contacteur K permettant de connecter le radiateur. Ce dernier dégage une puissance de 3800 W. Calculer l'intensité qu'il absorbe. Calculer la nouvelle valeur des intensités I1, I2, I3, Ineutre.

Exercice N° 04

Pour alimenter une installation électrique on dispose d'un réseau triphasé 220/380V, 50Hz. Le réseau est utilisé pour alimenter une installation électrique comprenant :

- 60 lampes de 500W chacune (cosφ=1), réparties de façon à équilibrer les trois phases.
- un groupe moteur aux bornes duquel la méthode des deux wattmètres a donné les indications suivantes : P1 = 60kW P2 = 200kW.
- un four thermique absorbant une puissance 1500W.

1. Quelles sont les puissances active, réactive et apparente absorbées par le groupe moteur ?
2. Quels sont l'intensité du courant et le facteur de puissance à l'entrée de la dérivation du groupe moteur ?
3. Quels sont l'intensité du courant et le facteur de puissance en tête de réseau ?

Exercice N° 05

Trois impédances identiques de $30\angle 30°\ \Omega$ branchées en triangle sont alimentées par un réseau triphasé U = 208 V – 50 Hz. Sachant que chaque conducteur de la ligne d'alimentation possède une impédance de : (0,8 + j 0,6) Ω, calculer l'amplitude de la tension aux bornes du récepteur.

On place un ensemble de trois condensateurs de réactance : - j 60 Ω chacun en parallèle avec le récepteur. Calculer la nouvelle tension aux bornes du récepteur.

Exercice N° 06

Un réseau triphasé 208 V – 50 Hz (séquence 123°) à quatre conducteurs alimente une charge connectée en étoile dans laquelle on a :

$$\underline{Z_1} = 10\angle 0° \ \Omega, \quad \underline{Z_2} = 15\angle 30° \ \Omega, \quad \underline{Z_3} = 10\angle -30° \ \Omega.$$

1. Calculer l'intensité des courants électriques dans les différents conducteurs ainsi que la puissance active totale absorbée.

On alimente maintenant cette charge déséquilibrée par un réseau 208 V – 50 Hz à trois conducteurs (le conducteur neutre n'est plus connecté à la charge).

2. Calculer les courants dans les conducteurs ainsi que les tensions aux bornes des impédances constituant la charge.