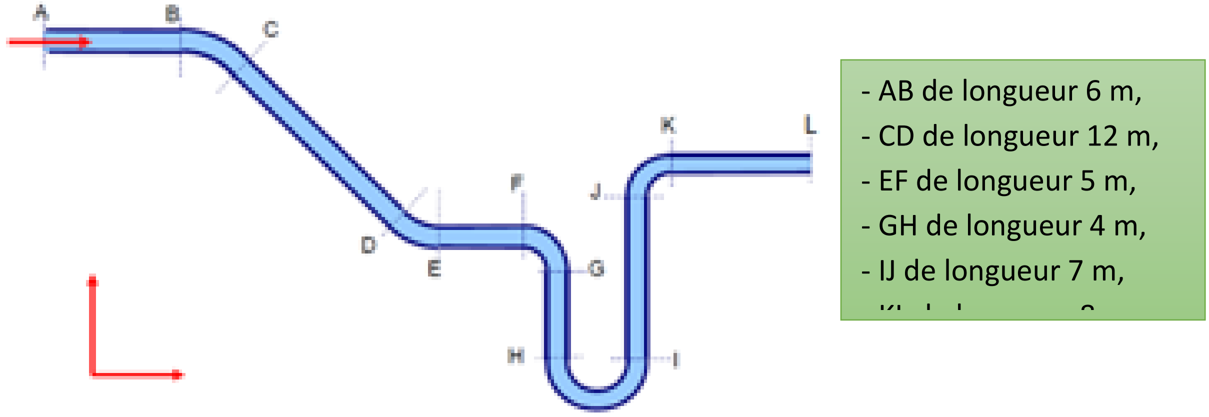
Exercice n°1

De l'huile ayant une viscosité dynamique $\mu = 0{,}7$ Pa.s et $\rho = 896$ est pompée d'un point A vers un point L. Elle circule dans une canalisation de diamètre D=100 mm formée des six tronçons rectilignes suivants :



La canalisation est équipée :
- de deux coudes à 45° : BC, DE : ayant chacun un coefficient de perte de charge $\xi(45°)=0{,}2$,
- de deux coudes à 90° : FG et JK : ayant chacun un coefficient de perte de charge $\xi(90°)=0{,}3$,
- d'un coude à 180 HI: ayant un coefficient de perte de charge $\xi(180°)=0{,}4$,

La pression d'entrée est p_A=8 bars.

La conduite est supposée horizontale et transporte un débit volumique Q_v=2.5 l/s.

1) Calculer la vitesse d'écoulement V en m/s.
2) Calculer le nombre de Reynolds.
3) Il s'agit d'un écoulement laminaire ou turbulent ?
4) Déterminer le coefficient de perte de charges linéaire f .
5) Calculer les pertes de charges linéaires h_f .
6) Calculer les pertes de charges singulières h_s.
7) Déterminer la pression de sortie p_L.
8) Quelle sera la pression de sortie p_L si le débit volumique Q_v atteint 5 l/s.

Solution n°1

1) Vitesse découlement v : $v = \dfrac{4Q}{\pi D^2} = \dfrac{4.2{,}5.10^{-3}}{\pi.0{,}1^2} = 0{,}318 m/s$

2) Nombre de Reynolds : $\mathrm{Re} = \dfrac{v.Q}{\left(\dfrac{\mu}{\rho}\right)} = \dfrac{0{,}3183.0{,}1}{\left(\dfrac{0{,}7}{896}\right)} = 40{,}7$

3) Re < 2000 : il s'agit d'un écoulement laminaire.

4)) Formule de Poiseuille : $f = \dfrac{64}{\mathrm{Re}} = \dfrac{64}{40{,}7} = 1{,}57$

5) $h_f = f\dfrac{L}{D}\rho\dfrac{v_m^2}{2} = 1{,}57\dfrac{42}{0{,}1}896\dfrac{0{,}318^2}{2} = 29873{,}16 Pa$

6) $h_s = \xi\rho\dfrac{v_m^2}{2} = (2.0{,}2 + 2.0{,}3 + 0{,}4)896\dfrac{0{,}318^2}{2} = 63{,}42 Pa$

7) Pression de sortie p_L : $p_L = p_A - h_f - h_s = 8 - 0{,}29873 - 0{,}00063 = 7{,}7\ bar$

8) $p_L^{'} = p_A - 4\left(h_f + h_s\right) = 8 - 4.(0{,}29873 + 0{,}00063) = 6{,}8\ bar$

TD n°2-25

Commentaire : Dans cet exercice, la perte de charge singulière ne dépasse même pas 1 % par rapport à la perte de charge linéaire. Son effet est négligeable sur le résultat de la pression de sortie.

Exercice n°2

Calculer h_f connaissont D=0,091m, Q=0,0056m^3/s, L=304,8m

g=9,81m/s^2 , ε=5,06.10^{-5}m , ν=1,05.10$^{-6}m^2/s$

Solution n°2

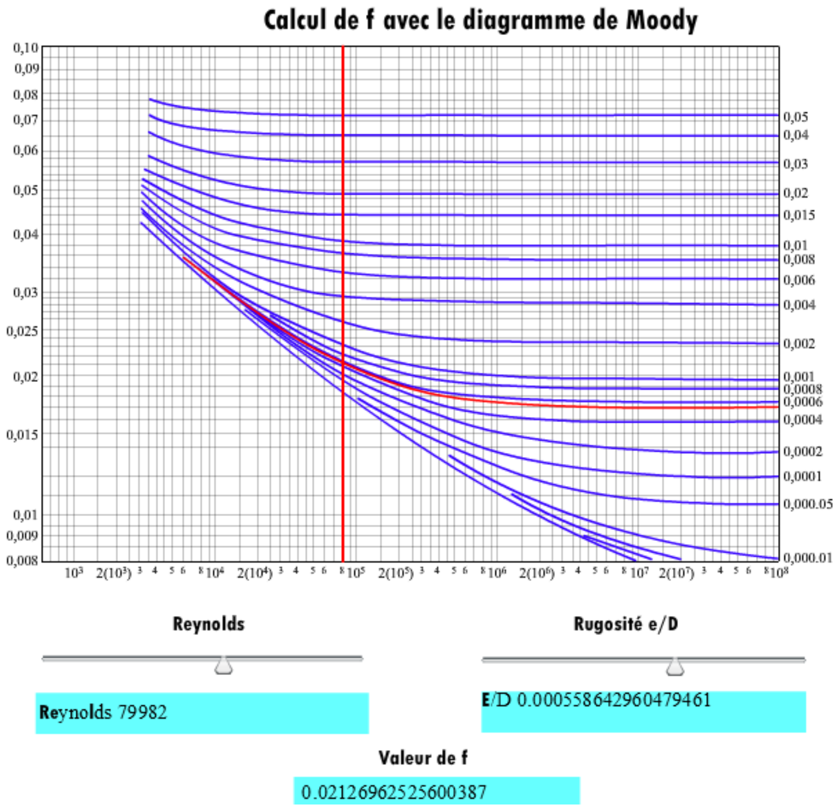
$$Re=\frac{4Q}{\pi D\nu}=7,59.10^4 \quad \frac{\varepsilon}{D}=\frac{5,063.10^{-5}}{0,0915}=0,000554$$

Le coefficient de perte de charges linéaire f est déterminer par :

a) $$f=\frac{0.3086}{\left[\log\left(\left(\frac{\varepsilon}{3.7D}\right)^{1.11}+\frac{6.9}{\mathrm{Re}}\right)\right]^2}=0,0211$$

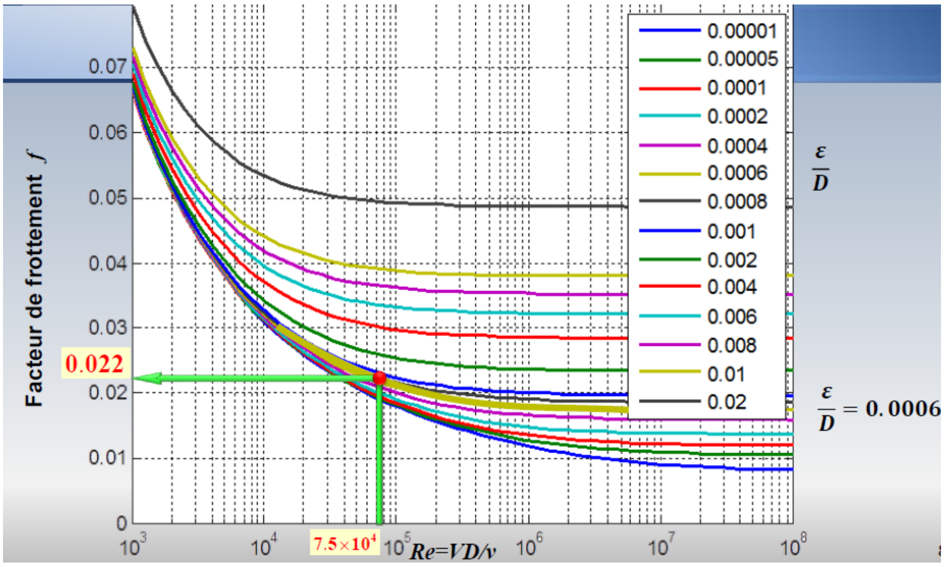
b) Lien : Moody.swf

http://www.groupes.polymtl.ca/mec4270/MECAFLU/Flip3bMF/Moody.swf



c) Diagramme de Moody

TD n°2-25

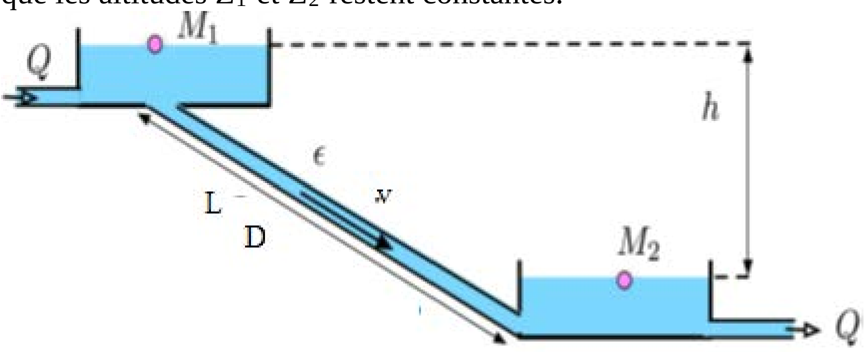


Les pertes de charges linéaires:

$$h_f = f\frac{8}{\pi^2 g}\frac{LQ^2}{D^5} = 0,0211\frac{8.304,8.(0,0056)^2}{(3,14)^2.9,81.(0,091)^5} =$$

Exercice n°3

On considère l'écoulement gravitaire entre deux réservoirs dont les surfaces libres, Représentées par les points M_1et M_2 d'altitudes respectives Z_1et Z_2 sont Séparées d'un différence d'altitude h=Z1-Z2. Les réservoirs sont reliés par une conduite en fonte de longueur, de diamètre D=60cm et de rugosité absolue Ɛ=0,06mm(fonte). Il en résulte un mouvement gravitaire de débit Q=1m^3/s. On suppose que les réservoirs sont alimentés ou vidés de manière à ce que les altitudes Z_1 et Z_2 restent constantes.



1) Trouvez le coefficient de perte de charges linéaire f
   a) Par le diagramme de Moody
   b) Par résolution de l'équation non linéaire :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log\left[\frac{\varepsilon}{3.7d} + \frac{2.51}{\text{Re}\sqrt{f}}\right]$$

2) Trouver la valeur de perte de charge linéaire h_f(m)

Solution n°3

TD n°2-25

Comme $h_1 = z_1 + \frac{p_{atm}}{\rho g}$, $h_2 = z_2 + \frac{p_{atm}}{\rho g}$, $h_1 - h_2 = z_1 - z_2 = h$

La vitesse moyenne du fluide est : $v = Q \big/ \left(\pi D^2 / 4\right) = 3,5 m/s$

Le nombre de Reynolds $\mathrm{Re} = \frac{vD}{\upsilon} = 2,1.10^6$ et $r = \frac{\varepsilon}{D} = 0,001$

Le coefficient de frottement *f* se lit sur le diagramme de Moody ou la résolution de l'équation non linéaire avec le code Matlab, on trouve $f = 0,013$

Cette perte de charge est due au frottement dans la conduite et vaut

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g} = 13m$$

Code Matlab

```
clear all;
e=6e-5; g=10; L=1e+3; nu=1e-6;
% D, Q Donnée
D=.6;Q=1;
% Calcul de Re et r
A=pi*D^2/4; %section
v=Q/A;        %vitesse
Re=V*D/nu ;   %Reynolds
r=e/D ;       %coef rigosité
%Valeur initiale estimé au milieu du diagramme de Moody
f_initial = 0.035;
f = f_initial;
for i = 1:10
  f = (2.0 * log10((r/3.7) + (2.51/(Re*f^0.5))))^-2;
end
f;
h=f*L*V^2/(2*g*D);
disp(sprintf('V=%3.1f,Re=%3.2g,r=%3.2g,f=%3.2g,h=%3.1f',V,Re,r,f,h))
%disp(sprintf('h=%3.1f',h))
```

<u>Resulta du programme</u>

V=3.5

Re=2.1e+06 ,

r=0.0001,

f=0.013,

h=13.3

Exercice 4

Soit une installation de pompage fig.1 présenté par les données suivantes :

- Coéf. de perte de charge à l'aspiration : $\xi_1 = \xi_2 = 0.5$ - coéf de perte charge au refoulement : $\xi_3 = \xi_4 = 0.25$
- Longueur d'aspiration : L_{asp} =20m - Longueur de refoulement : L_{ref} =35m
- Epaisseur de rugosité des conduites : e=0.02mm - La hauteur de charge : h_0=2m
- Diamètre des conduites asp.et ref. : D=100mm - viscosité : $\mu = 0.000852 kg/m.s$
- La différence de niveau entre 1 et 2 : h_g=17m -Débit : Q=50m^3/h ;

1) Choisir la caractéristique qui conviendra le mieux pour cette installation fig.2.
2) La puissance consommée par cette pompe si $\eta_{pompe} = 0,62$
3) Versifier qu'il n'Ya pas de cavitation si $\mathbf{NPSH}_{requis} = 4,3m$ et p_{vap}= 4571Pa=0,46m

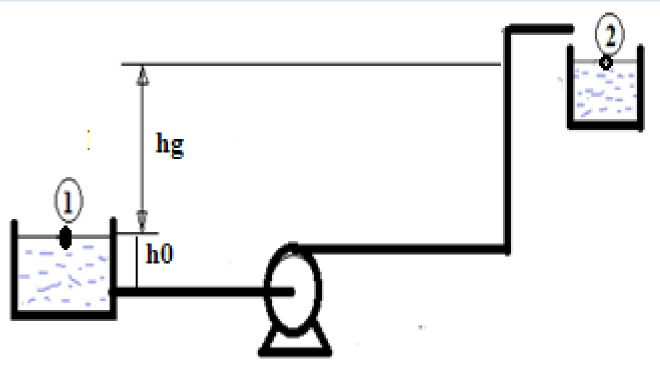


Fig.1

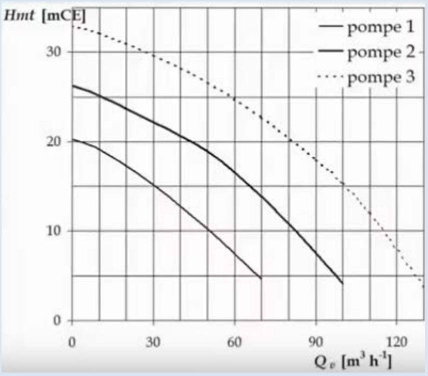


fig.2

Solution4

1) la caractéristique qui conviendra mieux pour 50m^3/h .

L'équation générale de Bernoulli est :

$$\left(\frac{p}{\rho g}+\frac{v^2}{2g}+z\right)_1 + h_{pompe} - \cancel{h}_{turbine} - h_{frott} = \left(\frac{p}{\rho g}+\frac{v^2}{2g}+z\right)_2$$

$$p_1 = p_2 = p_{atm} \qquad = z_2 - z_1 = h_g$$

$$\left(\cancel{p} + \rho \underbrace{\frac{v^2}{2}}_{=0 \text{ R. large}} + \rho g\, z\right)_1 + p_{pompe} - p_{frott} = \left(\cancel{p} + \rho \underbrace{\frac{v^2}{2}}_{\approx 0} + \rho g\, z\right)_2$$

$$p_{pompe} - p_{frott} = \rho g \underbrace{(z_2 - z_1)}_{hg}$$

$$p_{pompe} = \rho g h_g + (p_{sing} + p_{lin})$$

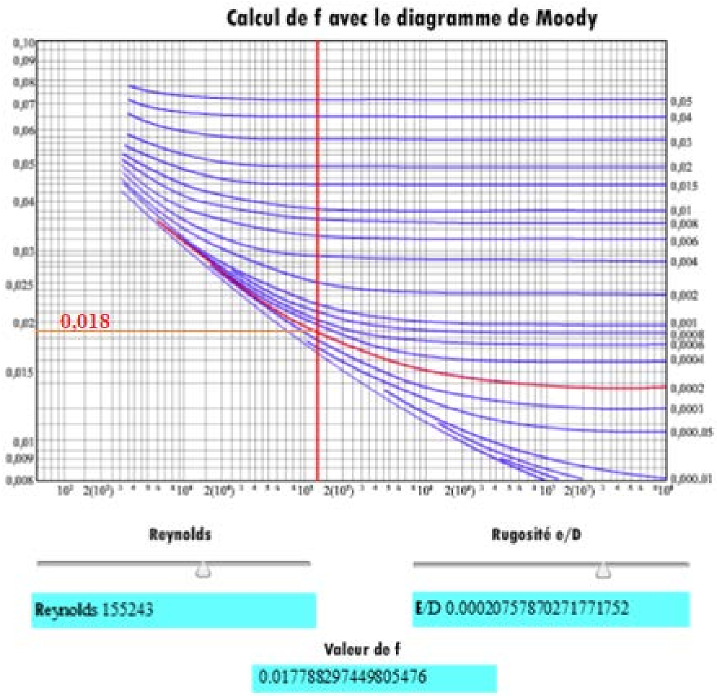
$$Q = v_m \times A \qquad A = \frac{\pi D^2}{4} \qquad v_m = \frac{4Q}{\pi D^2}$$

Au point de fonctionnement $h_{pompe} = h_{syst} = h_{mt}$

TD n°2-25

Le nombre de Reynolds : $\mathrm{Re} = \rho \dfrac{v_m D}{\mu} = \rho \dfrac{\left(\dfrac{4Q}{\pi D^2}\right) D}{\mu} = 1,5.10^5$

r= $\dfrac{e}{D} = \dfrac{0,02}{100} = 2.10^{-4}$



$$p_{\sin g} = \sum_1^4 \xi \rho \frac{\left(\dfrac{4Q}{\pi D^2}\right)^2}{2} (en\,Pascal) \qquad p_{lin} = f\,\frac{\rho}{2}\frac{\left(L_{asp}+L_{ref}\right)}{D}\left(\frac{4Q}{\pi D^2}\right)^2 (en\,Pascal)$$

$$p_{pompe} = \rho g h_g + \left(\sum_1^4 \xi \rho \frac{\left(\dfrac{4Q}{\pi D^2}\right)^2}{2} + f\,\frac{\rho}{2}\frac{\left(L_{asp}+L_{ref}\right)}{D}\left(\frac{4Q}{\pi D^2}\right)^2 \right) = A + BQ^2$$ **En pascal**

$$h_{pompe} = h_g + \left(\sum_1^4 \xi \frac{\left(\dfrac{4Q}{\pi D^2}\right)^2}{2g} + f\,\frac{1}{2g}\frac{\left(L_{asp}+L_{ref}\right)}{D}\left(\frac{4Q}{\pi D^2}\right)^2 \right) = A + BQ^2$$ **en m**

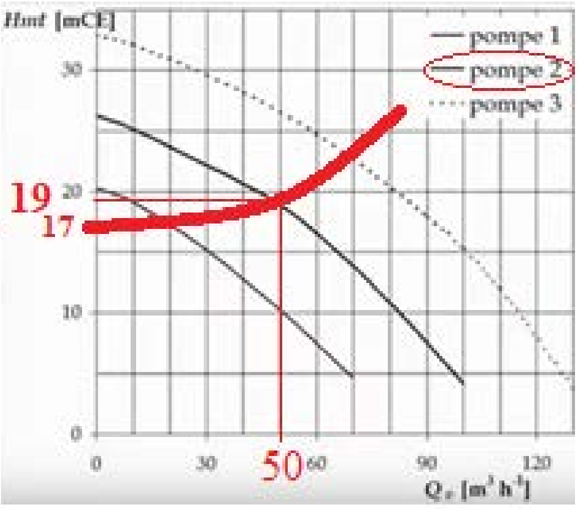
La hauteur manométrique totale

$$h_{mt}(m) = h_g + BQ^2 = 17m + 10064Q^2(m^3/s)$$

$$pour\ Q = 50m^3/h = 0,0139m^3/s$$

$$h_{mt} = 19m$$

TD n°2-25



La caractéristique qui convient le mieux pour ce débit de 50m^3/h :la Pompe2

2) La puissance hydraulique $\dot{W}_h = \rho g Q H_{mt} = 2,6kW$,d'où La puissance absorbée est:

$$\dot{W}_{abs} = \frac{\rho g Q H_{mt}}{\eta} = 4,16kW$$

3) NPSH$_{disp}$ $= \frac{p_{atm}}{\rho g} + h_0 - \frac{p_{frot-asp}}{\rho g} - \frac{p_{vap}}{\rho g}$

$$pour\ \ Q = 50m^3/h = 0,0139m^3/s$$

$$p_{\sin g}\left(en\,Pascal\right) = \sum_1^2 \xi \rho \frac{\left(\frac{4Q}{\pi D^2}\right)^2}{2} = (0,5+0,5)1000\frac{\overbrace{\left(\frac{4\times 0,0139}{3,14\times(0,1)^2}\right)^2}^{3,134}}{2} = 1000\times 1,56 = 1567,07Pa$$

$$h_{\sin g} = \frac{1567,07Pa}{9810} = 0,159m$$

$$p_{lin} = f\frac{\rho}{2}\frac{L_{asp}}{D}\left(\frac{4Q}{\pi D^2}\right)^2 = 0,018\times\frac{1000}{2}\times\frac{20}{0,1}\left(\overbrace{\left(\frac{4\times 0,0139}{3,14\times(0,1)^2}\right)^2}^{3,134}\right) = 5641,2Pa$$

$$h_{lin} = \frac{5641,2Pa}{9810} = 0,575m$$

$$h_{frot-asp} = h_{lin} + h_{\sin} = 0,575 + 0,159 = 0,734m$$

NPSH$_{disp}$ $= \frac{p_{atm}}{\rho g} + h_0 - \frac{p_{frot-asp}}{\rho g} - \frac{p_{vap}}{\rho g} = 10,20 + 2 - 0,734 - 0,46 \approx 11m$

NPSH$_{disp}$ $>$ **NPSH**$_{requis}$ $\Rightarrow 11m > 4,3m$ Donc il n'y a **pas de risque de cavitation**