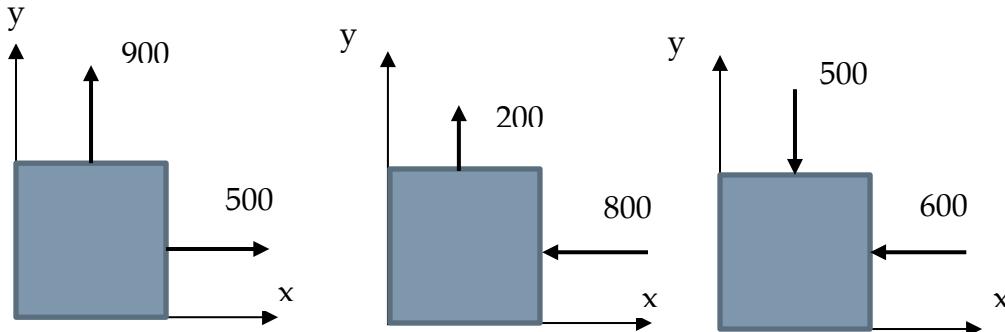


Corrigé des travaux dirigés sur les critères de résistance

Exercice 1



1) Tenseurs correspondant aux trois états de contraintes.

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} 500 & 0 & 0 \\ 0 & 900 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} MPa; [\sigma] = \begin{bmatrix} -800 & 0 & 0 \\ 0 & 200 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} MPa; [\sigma] = \begin{bmatrix} -600 & 0 & 0 \\ 0 & -500 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} MPa$$

2) Contraintes équivalentes de Rankine, de Tresca et de Von-Mise.

$$\begin{array}{lll} \sigma_R = 900 MPa; & \sigma_R = 800 MPa; & \sigma_R = 600 MPa; \\ \sigma_T = 900 MPa; & \sigma_T = 1000 MPa; & \sigma_T = 600 MPa; \\ \sigma_{VM} = 781.02 MPa; & \sigma_{VM} = 916.51 MPa; & \sigma_{VM} = 556.77 MPa \end{array}$$

3) L'état de contrainte le plus dangereux selon les trois critères :

Rankine : Etat 1

Tresca : Etat 2

Von-Mises : Etat 2

Exercice 2

1) Contraintes principales.

Invariants des contraintes :

$$I_1 = \sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz} = 20 MPa$$

$$I_2 = \sigma_{xx}\sigma_{yy} + \sigma_{xx}\sigma_{zz} + \sigma_{yy}\sigma_{zz} - \sigma_{xy}^2 - \sigma_{xz}^2 - \sigma_{yz}^2 = -6.125 MPa$$

$$I_3 = \sigma_{xx}\sigma_{yy}\sigma_{zz} + 2\sigma_{xy}\sigma_{xz}\sigma_{yz} - \sigma_{xx}\sigma_{yz}^2 - \sigma_{yy}\sigma_{xz}^2 - \sigma_{zz}\sigma_{xy}^2 = -211 MPa$$

Équation caractéristique

$$\begin{aligned} -\sigma_p^3 + I_1\sigma_p^2 - I_2\sigma_p + I_3 &= 0 \\ -\sigma_p^3 + 20\sigma_p^2 + 6.125\sigma_p - 211 &= 0 \end{aligned}$$

La résolution numérique de l'équation ci-dessus donne :

$$\sigma_1 = 64.213 MPa$$

$$\sigma_2 = 39.331 MPa$$

$$\sigma_3 = -83.544 MPa$$

2) Contrainte équivalente de Von Mises σ_{VM} .

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\frac{1}{2}((\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2)} = 137 \text{ MPa}$$

3) Vérification de la résistance du matériau :

$$\sigma_{VM} = 137 \text{ MPa} > 120 \text{ MPa}$$

Le matériau ne résiste pas.