

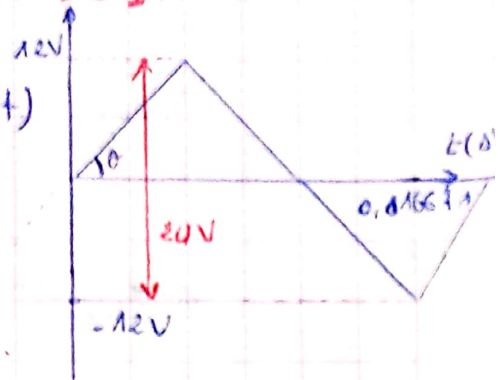
Solution TD N° 01

Solution TD N° 01

1. La valeur crête à crête de $s(t)$ est $A - (-A) = 2A = 12 \times 2 = 24 \text{ V}$

La fréquence de $s(t)$ est $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,01667} = 60 \text{ Hz}$.

L'amplitude de $s(t)$ est : $A = 12 \text{ V}$.



2. $s(t)$ est une grandeur (tension) périodique, alternative et triangulaire.

3. L'expression de $s(t)$.
Il suffit de définir $s(t)$ sur une période.

$$s(t) = \begin{cases} \alpha t + B & -\frac{T}{4} \leq t < \frac{T}{4} \\ \gamma t + \delta & \frac{T}{4} \leq t < \frac{3T}{4} \end{cases}$$

$-\frac{T}{4} \leq t < \frac{T}{4}$
le graphe de $s(t)$ est une droite qui passe par l'origine

$\Rightarrow B = 0$. (à $t=0$ $s(t)=0 \Rightarrow B=0$)

la pente est $\tan \theta = \alpha = \frac{12 - 0}{(0,01667/4) - 0} = 2880$

$$\frac{T}{4} \leq t < \frac{3T}{4}$$

le graphe de $s(t)$ est une droite qui ne passe pas par l'origine $\Rightarrow$

$$\begin{aligned} \text{à } t = \frac{T}{4} \quad s\left(\frac{T}{4}\right) &= 12 \text{ V} & \gamma \frac{T}{4} + \delta &= 12 \\ \text{à } t = \frac{3T}{4} \quad s\left(\frac{3T}{4}\right) &= -12 \text{ V} & \gamma \frac{3T}{4} + \delta &= -12 \end{aligned}$$

$$\gamma = -2880 \quad \delta = 24$$

$$s(t) = \begin{cases} 2880 t & -\frac{T}{4} \leq t < \frac{T}{4} \\ -2880 t + 24 & \frac{T}{4} \leq t < \frac{3T}{4} \end{cases} \quad \begin{matrix} (\text{V}) \\ (\text{V}) \end{matrix}$$

4. Calcul de la valeur moyenne et la valeur efficace.

$$V_{\text{moy}} = \frac{1}{T} \int_{(T)} s(t) \cdot dt = \frac{1}{T} \left(\int_{-\frac{T}{4}}^{\frac{T}{4}} (2880t) dt + \int_{\frac{T}{4}}^{\frac{3T}{4}} (-2880t + 24) dt \right)$$

$$= \frac{1}{T} \left(\frac{1}{2} \cdot 2880 \cdot \left(\left(\frac{T}{4} \right)^2 - \left(-\frac{T}{4} \right)^2 \right) + \frac{1}{2} (-2880) \left(\left(\frac{3T}{4} \right)^2 - \left(\frac{T}{4} \right)^2 \right) + 24 \left(\frac{3T}{4} - \frac{T}{4} \right) \right)$$

$$= \frac{1}{T} \left(-720 \left(\frac{1}{60} \right)^2 + 24 \left(\frac{2}{60} \right) \right) = 0$$

D'après le cours on sait que $V_{\text{moy}}(s(t)) = 0$.

• valeur efficace.

$$V_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{(T)} s^2(t) \cdot dt}$$

$$V_{\text{eff}}^2 = \frac{1}{T} \int_{(T)} s^2(t) \cdot dt = \frac{2}{T} \int_{(T/2)} s^2(t) dt$$

$$= \frac{2}{T} \int_{\left(\frac{T}{2}\right)} (\alpha t)^2 dt = \frac{2}{T} \left[\frac{1}{3} \alpha^2 t^3 \right]_{-\frac{T}{4}}^{\frac{T}{4}}$$

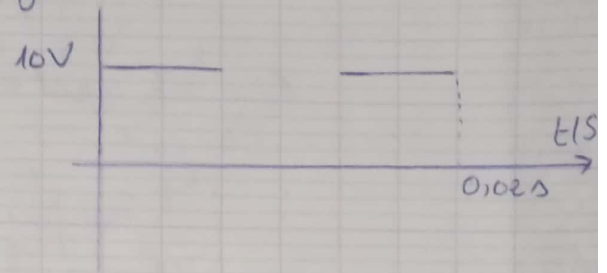
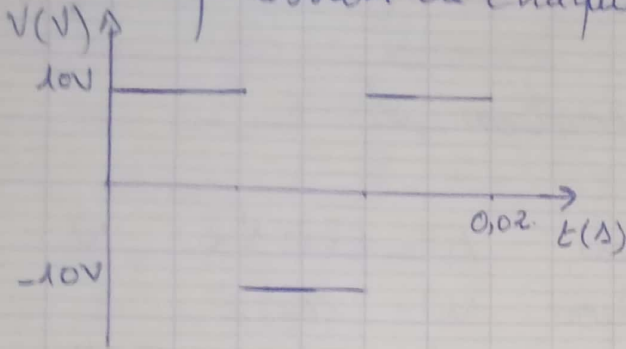
$$= \frac{2}{T} \frac{1}{3} \left(\frac{A \times 4}{T} \right)^2 \left(\left(\frac{T}{4} \right)^3 - \left(-\frac{T}{4} \right)^3 \right) = \frac{2}{T} \frac{1}{3} \frac{16 A^2}{T^2} \frac{2T^3}{64}$$

$$= \frac{A^2}{3}$$

$$\Rightarrow V_{\text{eff}} = \frac{A}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot 12$$

Exo 02.

1. Expression de chaque signal



Les deux signaux sont périodiques
il suffit de les définir sur une seule période

$$S_1(t) = \begin{cases} 0 \leq t < \frac{T}{2} & 10 \text{ V} \\ \frac{T}{2} \leq t < T & -10 \text{ V} \end{cases}$$

$$S_2(t) = \begin{cases} 0 \leq t < \frac{T}{2} & +10 \text{ V} \\ \frac{T}{2} \leq t < T & 0 \text{ V} \end{cases}$$

2. Valeur moyenne

$$\begin{aligned} V_{\text{moy}1} &= \frac{1}{T} \int_0^T S_1(t) dt \\ &= \frac{1}{T} \left[\int_0^{\frac{T}{2}} 10 dt + \int_{\frac{T}{2}}^T -10 dt \right] \\ &= \frac{1}{T} \left[10 \frac{T}{2} - 10 \frac{T}{2} \right] = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_{\text{moy}2} &= \frac{1}{T} \int_0^T S_2(t) dt \\ &= \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} 10 dt = \frac{2}{T} 10 t \Big|_0^{\frac{T}{2}} \\ &= \frac{2}{T} 10 \frac{T}{2} = A = 10 \text{ V} \end{aligned}$$

3. Valeur efficace

$$\begin{aligned} V_{\text{eff}1} &= \frac{1}{T} \int_0^T S_1(t)^2 dt \\ &= \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} (10)^2 dt = \frac{2}{T} 10^2 t \Big|_0^{\frac{T}{2}} \\ &= \frac{2}{T} 10^2 \frac{T}{2} = 100 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_{\text{eff}2} &= \frac{1}{T} \int_0^T S_2(t)^2 dt \\ &= \frac{1}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} A^2 dt = \frac{1}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} 10^2 dt \\ &= \frac{1}{T} 10^2 \frac{T}{2} = 50 \text{ V} \end{aligned}$$

$$V_{\text{eff}1} = \frac{A}{\sqrt{2}}, \quad V_{\text{eff}2} = \frac{10}{\sqrt{2}}$$

$$V_{\text{eff}1} = A, \quad V_{\text{eff}2} = 10 \text{ V}$$

Ex 103.

$$G(t) = 220\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right).$$

1°) $\uparrow$ détermination de.

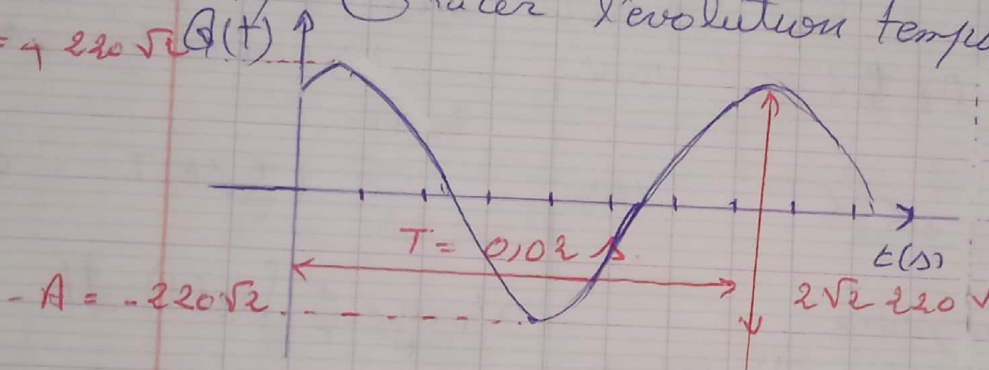
L'amplitude $A = 220\sqrt{2} \quad \checkmark$

La pulsation $\omega = 100\pi$

La fréquence $f = \frac{\omega}{2\pi} = 50 \text{ Hz}$, $T = \frac{1}{f}$

La phase initiale $\phi_0 = -\frac{\pi}{6}$ rad (-30°)

2°) Tracer l'évolution temporelle de $G(t)$



3°) Calcul de la valeur moyenne

$$V_{\text{moy}} = \frac{1}{T} \int_0^T 220\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right) dt = 0$$

$$V_{\text{moy}} = \frac{1}{T} \int_0^T A\sqrt{2} \cos(\omega t - \phi_0) dt = 0$$

4°) valeur efficace

$$V_{\text{eff}}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T \left(220\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right)\right)^2 dt$$

$$= \frac{(220\sqrt{2})^2}{T} \int_0^T \frac{(1 - \sin 2 \cdot 100\pi t - \frac{\pi}{3})}{2} dt$$

$$= \frac{(220\sqrt{2})^2}{2T} \left[\int_0^T dt - \int_0^T \sin(2 \cdot 100\pi t - \frac{\pi}{3}) dt \right]$$

$$= \frac{(220\sqrt{2})^2}{2T} [T - 0] = 220^2$$

$$V_{\text{eff}} = \frac{A}{\sqrt{2}}$$