

## CHAPITRE III

### 1 EQUATION D'EULER /L'EQUATION DE CONSERVATION DE L'ENERGIE

#### 1.1 Les lois de Conservation entre entrée (indice 1) et sortie (indice 2) :

- De la masse (équation de continuité):  $\dot{m} = \rho_1 c_1 A_{1n} = \rho_2 c_2 A_{2n}$
- Du quantile de mouvement  $\vec{Q}_M = m_1 \vec{c}_1 = m_2 \vec{c}_2$
- Du moment angulaire  $M = \dot{m} (c_{2u} r_2 - c_{1u} r_1)$
- Conservation d'énergie (1ere loi de la thermodynamique)  $\dot{W} = \mathbf{M} \boldsymbol{\omega} = \dot{m} (c_{2u} u_2 - c_{1u} u_1)$

Avec

$m_1$  et  $m_2$ =la masse du fluide à l'entrée et sortie respectivement

$A_{1n}$  et  $A_{2n}$ =la section normale à l'entrée et sortie respectivement

$\dot{m}$  et  $\dot{W}$ =le débit massique et la puissance respectivement

$c_1$  et  $c_2$ =vitesse moyenne du fluide à l'entrée et sortie respectivement

$u_1$  et  $u_2$ =vitesse peripherique à l'entrée et sortie respectivement

$u_1$  et  $u_2$ =vitesse peripherique à l'entrée et sortie respectivement

$c_{u_1}$  et  $c_{u_2}$ =Composante tangentielle de la vitesse absolue du fluide à l'entrée et sortie respectivement

#### 1.2 Conservation de l'énergie

L'équation de l'énergie avec  $q=0, S=0$

$$-\dot{W} = \dot{m} \left[ \left( e_{int2} + \frac{p_2}{\rho_2} + \frac{c_2^2}{2} + g_2 z_2 \right) - \left( e_{int1} + \frac{p_1}{\rho_1} + \frac{c_1^2}{2} + g_1 z_1 \right) \right]$$

L'enthalpie du fluide  $h = e_{int} + pV$

$$h_2 = e_{int2} + \frac{p_2}{\rho_2} \quad h_1 = e_{int1} + \frac{p_1}{\rho_1} \quad \text{Avec } e_{int i} : \text{Energie interne}$$

Enthalpie totale ou de stagnation (d'arrêt)

$$h_{02} = h_2 + \frac{c_2^2}{2} + g z_2 \quad h_{01} = h_1 + \frac{c_1^2}{2} + g z_1$$

En plus, au niveau du rotor on peut considérer que la variation de l'énergie potentielle est négligeable par rapport aux autres formes d'énergie (cinétique, de pression et interne). Ainsi,

$$h_{02} = h_2 + \frac{c_2^2}{2} \quad h_{01} = h_1 + \frac{c_1^2}{2} \quad \text{L'équation de l'énergie prend la forme répandue :}$$

$$-\dot{W} = \dot{m} (h_{02} - h_{01})$$

Finalement, si on confronte cette équation par unité de masse avec (la convention de signe pour le travail est l'opposé), on trouve la relation suivante utilisée pour les turbines à gaz et à vapeur :

$$\underbrace{(h_{02} - h_{01})}_{\text{Conservation d'énergie}} \Leftrightarrow \underbrace{(c_{2u} u_2 - c_{1u} u_1)}_{\text{équation d'Euler}}$$

### 1.3 Transfert d'énergie

Dans les machines hydrauliques et pneumatique, le travail spécifique idéal ( $w_e$ ) est décrit par équation d'Euler :

$$w_e = \frac{\dot{W}}{\dot{m}} \quad w_e = c_{2u}u_2 - c_{1u}u_1 = (h_{02} - h_{01}) \quad w_e = (h_{02} - h_{01}) = (h_2 - h_1) + \frac{(c_2^2 - c_1^2)}{2} \quad (1)$$

Cette expression peut être exprimée différemment à l'aide de la relation trigonométrique des cosinus appliquée au triangle de vitesses :

### 1.4 Équation de transfert d'énergie / équation d'énergie d'Euler

- a) Le volume de contrôle considéré inclut tous les passages de l'aube responsables du transfert d'énergie.
- b) Les débits massiques entrant et sortant du volume de contrôle sont égaux et sont donnés par  $\dot{m} = \rho Q$
- c) Il est supposé que la vitesse  $c$  est uniforme d'un aube à l'autre.

### 1.5 Conservation du moment cinétique ou angulaire

Le taux de changement du moment cinétique est égal au couple appliqué

#### 1.5.1 Le couple ( $M$ )

$$M = \dot{m}(c_{2r} \cos \alpha_2 - c_{1r} \cos \alpha_1)$$

$$M = \dot{m} \left( \underbrace{c_2 \cos \alpha_2}_{c_{u2}} r_2 - \underbrace{c_1 \cos \alpha_1}_{c_{u1}} r_1 \right)$$

$$M = \dot{m}(c_{u2}r_2 - c_{u1}r_1)$$

#### 1.5.2 La vitesse linéaire

$$u_i = r_i \omega \quad (i = 1, 2).$$

#### 1.5.3 La puissance

$$\dot{W} = M\omega = \dot{m}(c_{2u}r_2 - c_{1u}r_1)\omega = \dot{m}(c_{2u}u_2 - c_{1u}u_1)$$

#### 1.5.4 Le travail spécifique

$$w_e = \frac{\dot{W}}{\dot{m}} = (c_{2u}u_2 - c_{1u}u_1)$$

Discussion sur l'équation énergétique d'Euler

- Le travail spécifique est indépendant de la densité du fluide. Ainsi, pour une roue donnée tournant à une vitesse donnée, le travail spécifique sera le même pour un gaz ou un liquide, si les effets de viscosité sont négligés.
- Des vitesses non uniformes sont visibles à l'extrémité de la sortie, même si l'écoulement peut être uniforme à l'entrée.

$$\text{Cas spéciaux : } w_e = \frac{\dot{W}}{\dot{m}} = (c_{2u}u_2 - c_{1u}u_1)$$

➤ Pour machine à flux axial.  $u = u_1 = u_2 \quad w_e = \frac{\dot{W}}{\dot{m}} = u(c_{2u} - c_{1u})$

➤ Si  $c_{1u} = 0$  et  $\beta_2 = 90^\circ$   $w_e = \frac{\dot{W}}{\dot{m}} = (c_{2u}u_2) = u_2^2$

- Si les changements de densité sont négligeables, alors :  $w_e = \frac{\dot{W}}{\dot{m}} = \frac{(p_2 - p_1)}{\rho}$
- Ainsi, un gaz manipulant une turbine nécessitera un travail spécifique plus important pour les mêmes variations de pression dans un liquide.
- Ainsi, les tailles seront plus grandes et / ou la vitesse de rotation sera plus élevée.
- En raison de fortes contraintes, les volutes des compresseurs d'air sont généralement en acier épais plaques d'épaisseur croissante vers le moyeu. Mais la volute dans une pompe est généralement en fonte.

## 1.6 Composants du transfert d'énergie

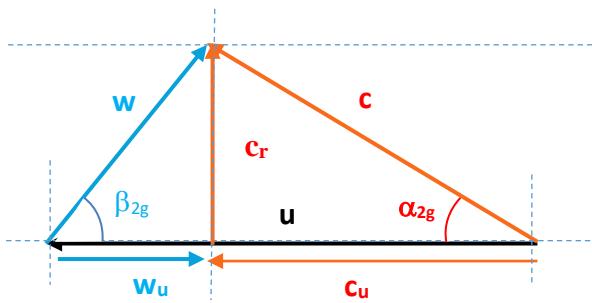


Figure 1 triangle de vitesse

$$\vec{c} = \vec{u} + \vec{w}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2b.c.\cos(\hat{\alpha})$$

$$w^2 = c^2 + u^2 - 2u \underbrace{c \cos \bar{\alpha}}_{c_u} \text{ Avec } \bar{\alpha} = \alpha_g \text{ angle entre } c \text{ et } u \text{ c.à.d. par rapport à la direction tangentiel}$$

Cette relation est exprimée entre l'entrée 1 et la sortie 2 par les équations suivantes :

$$\begin{cases} w_2^2 = c_2^2 + u_2^2 - 2u_2 \underbrace{c_2 \cos \alpha_{2g}}_{c_{2u}} \\ w_1^2 = c_1^2 + u_1^2 - 2u_1 \underbrace{c_1 \cos \alpha_{1g}}_{c_{1u}} \end{cases}$$

$$w_2^2 - w_1^2 = c_2^2 + u_2^2 - 2u_2 \underbrace{c_2 \cos \alpha_{2g}}_{c_{2u}} - c_1^2 - u_1^2 + 2u_1 \underbrace{c_1 \cos \alpha_{1g}}_{c_{1u}}$$

$$u_2 c_{2u} - u_1 c_{1u} = \frac{(c_2^2 - c_1^2) + (u_2^2 - u_1^2) + (w_1^2 - w_2^2)}{2}$$

Le travail spécifique (l'énergie transmise par unité de masse)

$$w_e = \frac{\dot{W}}{\dot{m}} = (c_{2u}u_2 - c_{1u}u_1) \text{ Équation d'Euler}$$

En hydraulique on utilise l'énergie spécifique  $w_e$  par unité de poids,  $mg$

$$gH = c_{2u}u_2 - c_{1u}u_1$$

$$w_e = \underbrace{\frac{(c_2^2 - c_1^2)}{2}}_{I} + \underbrace{\frac{(u_2^2 - u_1^2)}{2}}_{II} + \underbrace{\frac{(w_1^2 - w_2^2)}{2}}_{III}$$

Explication des termes :

- I) Le premier terme indique la variation **d'énergie cinétique** du fluide lors de son passage dans le **rotor**.
- II) Le deuxième peut être interprétée comme la variation d'énergie due aux **forces centrifuges**. C'est le changement dû au mouvement du fluide en rotation d'un rayon  $\mathbf{r}_1$  à un autre  $\mathbf{r}_2$ .
- III) Le troisième, la diminution **d'énergie cinétique relative** qui est transformée en un gain de '**hauteur statique**'.

De l'équation **1** et **2** en peut avoir

$$(h_2 - h_1) + \cancel{\frac{(c_2^2 - c_1^2)}{2}} = \cancel{\frac{(c_2^2 - c_1^2)}{2}} + \frac{(u_2^2 - u_1^2)}{2} + \frac{(w_1^2 - w_2^2)}{2}$$

La variation de l'enthalpie

$$(h_2 - h_1) = \frac{(u_2^2 - u_1^2)}{2} + \frac{(w_1^2 - w_2^2)}{2}$$

Pour une machine à fluide incompressible la variation de pression est :

$$\frac{(p_2 - p_1)}{\rho} = \underbrace{\frac{(u_2^2 - u_1^2)}{2}}_{II} + \underbrace{\frac{(w_1^2 - w_2^2)}{2}}_{III}$$

Les termes **(II)** et **(III)** expliquent ensemble **l'augmentation de la pression statique** à l'intérieur de la roue.

## 2. MACHINE RADIALE

### 2.1 Introduction

Dans les machines radiales, l'écoulement a lieu dans un plan normal à l'axe de rotation.

Pour les pompes et les compresseurs (soufflantes) cet écoulement s'établit à partir de l'œil du rotor vers la périphérie, tandis que pour les turbines, le fluide pénétré par la périphérie et sort par le centre. La figure suivant illustre que pour les machines radiales le triangle de vitesses dans le rotor et le diffuseur se trouve sur le plan radial, tandis que pour les machines axiales l'étage et le triangle de vitesses se trouve sur le plan axial.

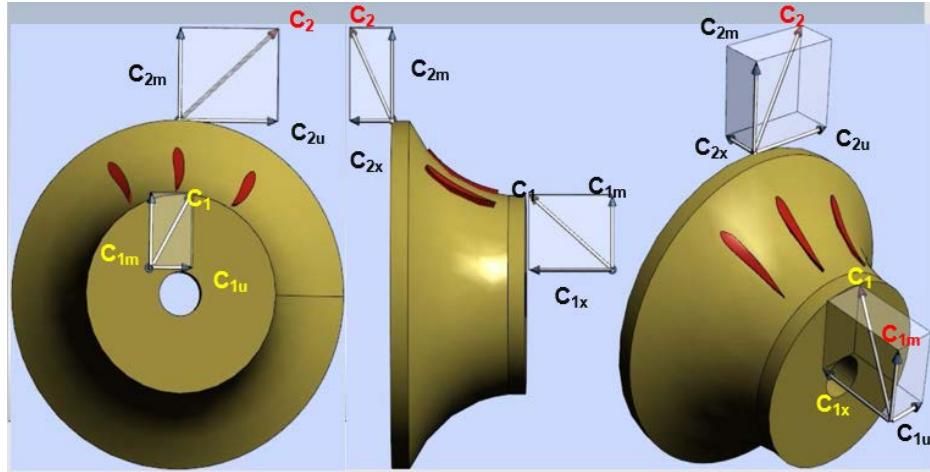
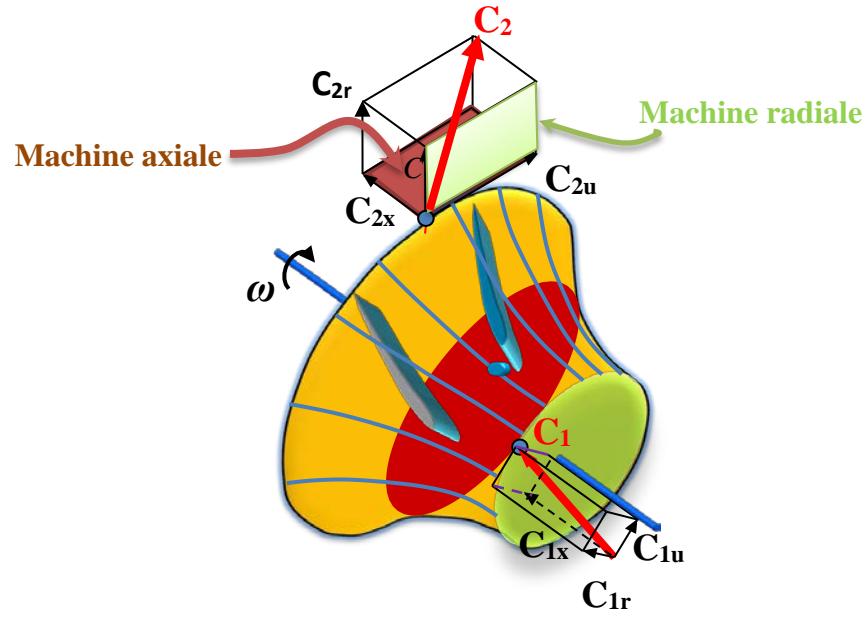


Figure 2 a) représentations tridimensionnelles des vitesses dans une machine mixte  
b) représentations des vitesses dans le plan radiale et axiale

## 2.2 Le triangle de vitesse

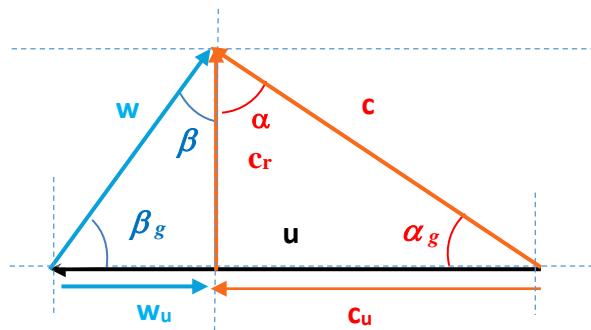


Figure 3 Le triangle des vitesses d'une machine radiale et les composants (Tangentielle, radiale)

### Nomenclature

|  |  |
|--|--|
| <b>c</b>   | Vitesse absolue de l'écoulement  |
| <b>w</b>   | Vitesse relative de l'écoulement   |
| <b>u</b>   | Vitesse périphérique du rotor  |
| <b>c<sub>u</sub>, c<sub>r</sub>, C<sub>x</sub></b> | Composante <b>tangentielle, radiale</b> et axiale de la <b>vitesse absolue du fluide</b>                             |
| <b>w<sub>u</sub>, w<sub>r</sub>, W<sub>x</sub></b> | Composante <b>tangentielle, radiale</b> et axiale de la <b>vitesse relative du fluide</b>                            |
| $\beta$  | mesurée par rapport à la <b>direction radiale</b> dans le sens contraire à la rotation.                              |
| $\beta_g$  | : est mesurée par rapport la <b>direction tangentielle</b> .   |
| $\beta_g$  | correspond au complément de $\beta$ , $\bar{\beta}_i + \beta_i = 90^\circ$ ou bien $\beta_{ig} + \beta_i = 90^\circ$ |

La figure suivante montre Les triangles de vitesse à l'entrée 1 et à la sortie 2 dans une machine radiale

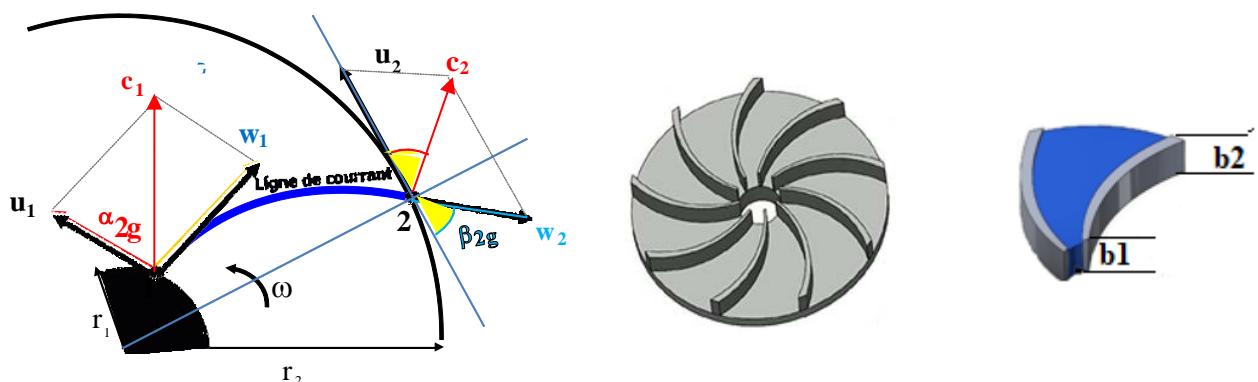


Figure 4 a) représentations des vitesses et les angles sur la ligne de courant  
b) Roue à aube  
c) Epaisseur de l'aube à l'entrée (b<sub>1</sub>) et sortie (b<sub>2</sub>)

D'après l'équation d'Euler appliqué à un fluide incompressible nous avons :

$$gH_t = u_2 \times c_{2u} - u_1 \times c_{1u} \text{ Avec } c_{1u} = 0$$

$$H_{ideal} = \frac{c_{2u}u_2}{g} \quad (c_{1u} = 0)$$

$$H_t = \frac{u_2^2}{g} - \frac{\omega \tan \beta_2}{2\pi b_2 g} Q = A - BQ$$

$$H_t = A - BQ$$

### Remarque

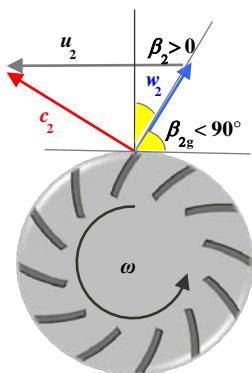
Si au lieu d'une pompe, nous parlions d'un compresseur, la formule correspondante pour exprimer la variation d'énergie en fonction de l'angle  $\beta_2$  est

$$T_{02} - T_{01} = T_{01} (\gamma - 1) \left( \frac{u_2}{a_{01}} \right)^2 \left( 1 - \frac{\tan \beta_2}{\pi D_2 b_2 \rho_2 u_2} \dot{m} \right) = A - B\dot{m}$$

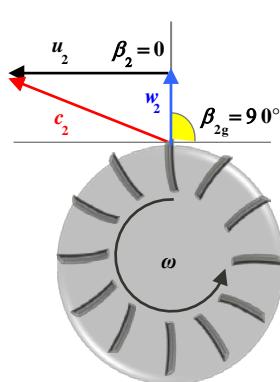
## 2.3 L'inclinaison des pales

Le comportement d'une machine radiale est nettement affecté par l'angle physique (ou de construction)  $\beta_{2g}$  à la sortie des aubes. Pour un compresseur radial, les profils peuvent être :

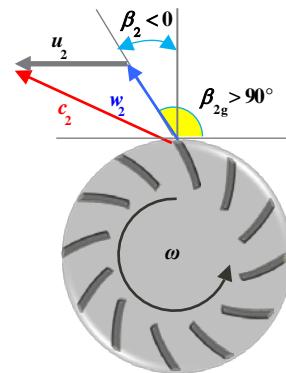
- Courbés en arrière ( $\beta_{2g} < 90^\circ$  ou  $\beta_2 > 0^\circ$ ) ; fournissent les meilleurs rendements (pompe)
- Radiales ( $\beta_{2g} = 90^\circ$  ou  $\beta_2 = 0^\circ$ ) ; idéales du point de vue de la résistance mécanique (ventilateur).
- Courbées en avant ( $\beta_{2g} > 90^\circ$  ou  $\beta_2 < 0^\circ$ ) ; employées pour des grands débits (compresseur)



Courbées en arrière



Radiales



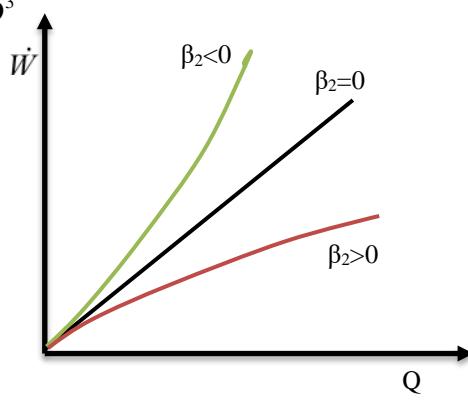
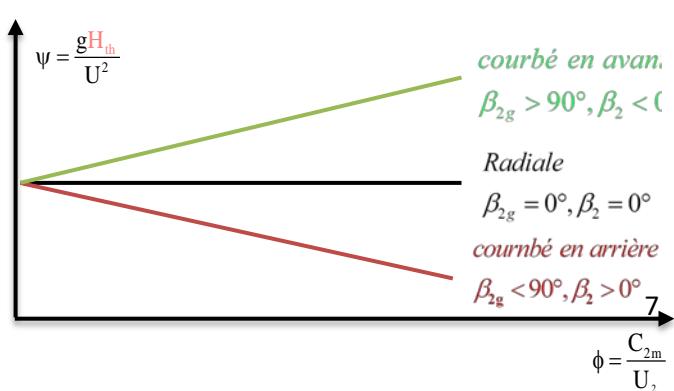
Courbées en avant

## 2.4 Paramètre de conception d'une machine radial (approche classique)

Trois quantités fondamentales sont utilisées dans la conception des machines hydraulique pneumatique :

➤ **Le coefficient de charge  $\psi$  :**  $\psi = \frac{w_e}{u^2} = \frac{gH_t}{u^2}$

➤ **Le coefficient de débit  $\Phi$  :**  $\phi = \frac{c_{x,r}}{u} = \frac{\dot{m} / \rho A}{nD / 2} = \frac{Q}{nD^3}$



➤ **Le degré de réaction R**

- L'énergie totale correspond à la somme des composantes statiques et dynamiques et la proportion relative de chacune d'elles varie avec la conception.
- Le degré de réaction peut être défini de différentes manières.

➤ Ratio du transfert d'énergie dû à la réaction au transfert d'énergie total :

$$R = \frac{h_2 - h_1}{h_{02} - h_{01}}$$

➤ Rapport entre le changement de pression statique à travers le rotor et le changement de pression de stagnation dans l'étage

$$R = \frac{\frac{1}{2} \left[ (u_2^2 - u_1^2) + (w_1^2 - w_2^2) \right]}{w_e} \left\{ \begin{array}{l} R = \frac{\frac{1}{2} \left[ (u_2^2 - u_1^2) + (w_1^2 - w_2^2) \right]}{(u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1})} \\ R = \frac{\left[ (u_2^2 - u_1^2) + (w_1^2 - w_2^2) \right]}{(c_2^2 - c_1^2) + (u_2^2 - u_1^2) + (w_1^2 - w_2^2)} \end{array} \right.$$

- les machines hydraulique et pneumatique peuvent être classées sur la base suivante.
  - $R=0$  Turbine à action, par ex. Pelton turbine, turbine à vapeur à action
  - $R=1$  Machine à réaction pure : arroseur de gazon

La hauteur théorique ( $H_t = \Delta z$ ) produite par une pompe peut être exprimée par

$$H_t = \underbrace{\frac{u_2^2 - u_1^2}{2g}}_{\text{E}_p \text{ de pression}} - \underbrace{\frac{w_2^2 - w_1^2}{2g}}_{\text{E}_{Cinétique}} + \underbrace{\frac{c_2^2 - c_1^2}{2g}}_{H_p + H_v} \quad H_t = H_p + H_v = \frac{(p_2 - p_1)}{\rho g} + \frac{(c_2^2 - c_1^2)}{2g}$$

Pour les pompes, le *degré de réaction* caractérise la distribution de ces deux types de Hauteur lors du passage du fluide par le canal inter aube.

$$R = \frac{H_p}{H_t} = 1 - \frac{H_v}{H_t}$$

Si la vitesse demeure constante,  $H_t = H_p$ ,  $R=1$  et la pompe est dite de **réaction**.

Par contre, si c'est la pression qui ne change pas, soit,  $H_t = H_v$ ,  $R=0$ , la pompe est dite **d'action**.

Si on considère l'équation d'Euler pour un rotor avec une vitesse d'entrée

$$\text{Sans pré rotation } (c_{1u} = 0) \text{ on a } H_t = \frac{c_{2u} u_2}{g}$$

$$\text{Donc, } R = 1 - H_v / H_t \text{ devient : } R = \frac{H_p}{H_t} = 1 - \frac{(c_2^2 - c_1^2)}{2c_{2u} u_2}$$

et avec l'hypothèse  $c_{1r} = c_{2r} = cte$

on trouve:

$$\left. \begin{array}{l} c_2^2 - c_{2u}^2 = c_{2r}^2 \\ c_1^2 - c_{1u}^2 = c_{1r}^2 \end{array} \right\} c_2^2 - c_1^2 = c_{2u}^2 - c_{1u}^2 = c_{2u}^2$$

$$R = \frac{H_p}{H_t} = 1 - \frac{c_{2u}^2}{2u_2 c_{2u}} = 1 - \frac{c_{2u}}{2u_2}$$

S'il n'y a pas de changement de pression statique à travers la roue, la machine est dite à **action**.

S'il y a un changement de pression statique, on l'appelle machine à réaction.

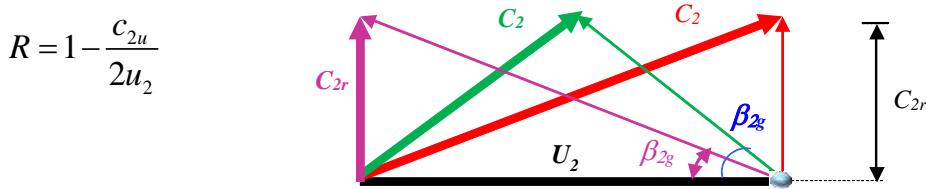
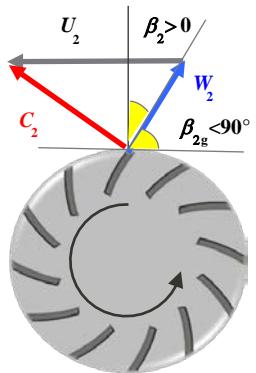


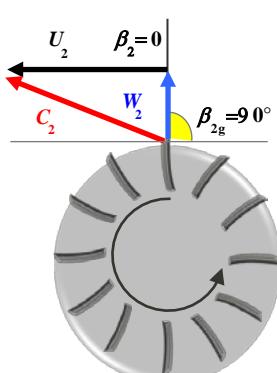
Figure.... Variation de  $R$  avec l'angle  $\beta_{2g}$

Cette figure illustre pour  $u_2 = \text{cte}$ . Pour une plage limitée la dépendance du degré de réaction  $R = f(c_{2u})$  avec l'angle d'inclinaison des aubes  $\beta_{2g}$ .

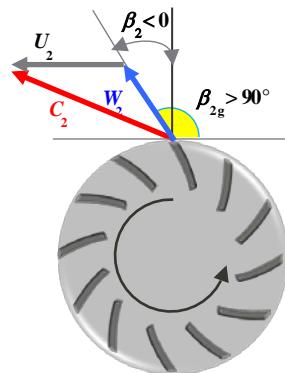
$$R = \left( 1 - \frac{c_{2r}}{2u_2 \tan \beta_{2g}} \right)$$



Courbées en arrière  $R < 0,5$



Radiales  $R = 0,5$



Courbées en avant  $R > 0,5$

### 3. MACHINES AXIALES

#### 3.1 Introducción

Les machines P. axiales (turbines à gaz) sont normalement composées de plusieurs étages

Chaque étage comprend un rotor et un stator

- Dans un compresseur, le fluide est d'abord accéléré dans le rotor et par la suite décéléré dans le stator.

Dans le stator, l'énergie cinétique gagnée dans le rotor est transformée en pression

- Dans une turbine, le fluide à haute énergie est d'abord guidé et accéléré dans le stator.

Par la suite, l'énergie cinétique de l'écoulement est transmise au rotor en même temps qu'un fort changement de direction a lieu.

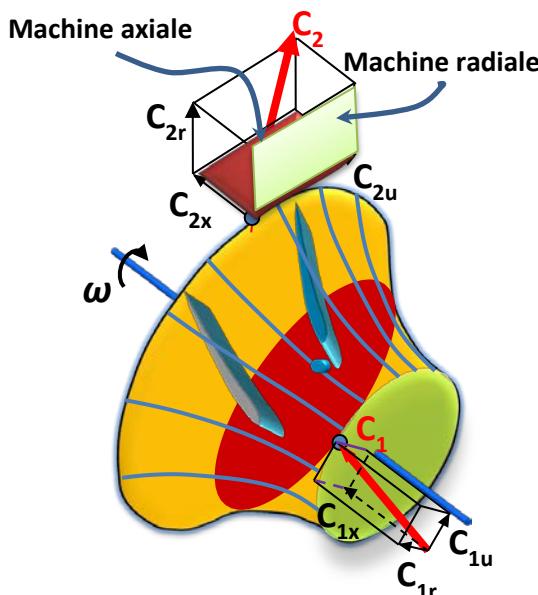
Ces procès sont répétés pour des étages consécutifs

À cause du mouvement du rotor par rapport au stator, deux types de vitesses, relatives et absolues, seront présentes

L'analyse d'une machine requiert de la connaissance de la vitesse de l'écoulement dans le passage inter-aube. Traditionnellement, cette étude s'effectue à l'aide du diagramme ou triangle de vitesses.

### 3.2 Les triangles de vitesse

Les machines axiales opèrent, en des termes relatifs, avec un grand débit et une faible variation énergétique du fluide. En général elles disposent d'une ou plusieurs ensembles de couronnes d'aubes fixes et mobiles. Une couronne d'aubes fixes reçoit le nom de stator et celle d'aubes mobiles est appelée le rotor. L'ensemble roto-stator est connu sous le nom d'étage. Généralement, les machines qui fonctionnent avec des écoulements incompressibles (des liquides et ou des gaz à faible vitesse) ont un seul étage tandis que celles qui opèrent avec des écoulements compressibles ont des étages multiples



L'étude classique des machines axiales considère un écoulement bidimensionnel moyen à un rayon situé à mi-chemin entre le moyeu et le carter. Cet écoulement est assumé comme étant représentatif pour tout l'étage. Par la suite, on construit un diagramme vectoriel en fonction de la vitesse de rotation et des vitesses relative et absolue de l'écoulement à l'entrée et à la sortie du stator et du rotor. On remarque que la vitesse absolue d'écoulement est celle vue par un observateur fixe tandis que la vitesse relative est celle perçue par un observateur en mouvement avec le rotor. Aussi, on note que la composante axiale de la vitesse ne change pas entre l'entrée et la sortie de l'étage.

### 3.3 Nomenclature et convention de signes

**Pour les turbines** l'étage est composé d'un stator et d'un rotor, dans cet ordre. Ainsi, on note le point d'entrée du fluide dans le stator avec l'indice **1**, le point d'entrée du rotor, correspondant avec la sortie du stator, avec l'indice **2**, et finalement la sortie du rotor avec l'indice **3**.

**Pour les compresseurs** l'étage est constitué d'un rotor suivi d'un stator. Dans ce cas, l'entrée du rotor est notée par l'indice **1** et la sortie par l'indice **2**.

La nomenclature varie légèrement d'un type d'application à une autre. Dans ces notes, les symboles utilisés pour l'étude des turbomachines sont :

$$\vec{c} = \vec{u} + \vec{w}$$

$c$  : vitesse absolue de l'écoulement

$w$  : vitesse relative de l'écoulement

$u$  : vitesse périphérique du rotor

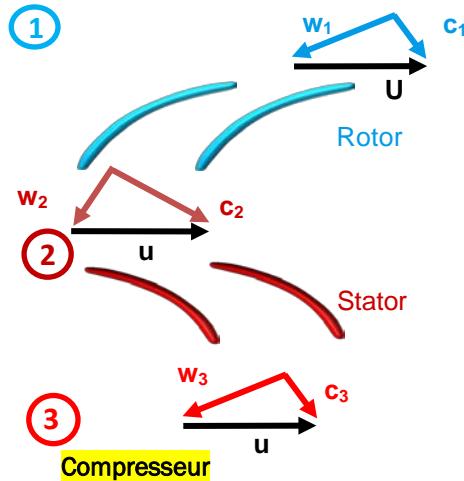
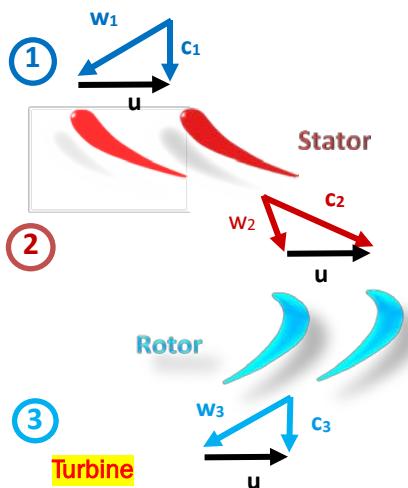
$c_u$ ,  $c_r$  et  $c_x$  : composantes tangentielles, radiales et axiales de la vitesse absolue.

$w_u$ ,  $w_r$  et  $w_x$  : composantes tangentielles, radiales et axiales de la vitesse relative

$\alpha$  : angles des vitesses absolues

$\beta$  : angles des vitesses relatives.

Les angles de l'écoulement  $\alpha$  et  $\beta$  sont mesurés par rapport à la direction axiale. La forme des pales du rotor est donnée par les angles  $\beta$ , c'est-à-dire par les vitesses dans le repère relatif au rotor. D'autre part, la forme des pales du stator est donnée par les angles  $\alpha$ , c'est-à-dire par les vitesses dans le repère absolu, celui des stators.



### 3.4 Le triangle normal

Quoique la vitesse axiale ainsi que la vitesse périphérique du rotor peuvent varier entre l'entrée et la sortie du rotor, dans la plupart des cas d'analyse des turbomachines axiales on assumera que la vitesse périphérique du rotor demeure constante et que la composante axiale de la vitesse reste aussi constante entre l'entrée et la sortie des aubages. Cette hypothèse est valable si les changements d'aire et de masse volumique entre l'entrée et la sortie sont petits, ou bien si  $\rho A = cte$  , puisque dans l'expression  $\dot{m} = \rho_1 c_{1x} A_1 = \rho_2 c_{2x} A_2$  les termes en  $\rho$  et  $A$ , s'annulent. Donc :  $c_{1x} = c_{2x} = c_x = cte$

Aussi, pour une machine axiale avec  $u_3 = u_2 = u = cte$  , l'équation d'énergie devient :

$$-w_e = u(c_{3u} - c_{2u})$$

Cette équation simplifiée indique que pour une *turbine*, avec  $c_{3u} \leq c_{2u}$ ,  $w_e > 0$  tandis que pour un *compresseur*, où  $c_{3u} \geq c_{2u}$ ,  $w_e < 0$ .

Étant donné que la vitesse périphérique est considérée comme une constante, le triangle de vitesse à l'entrée (noté par l'indice 2) et à la sortie (avec l'indice 3) du rotor d'un étage peut être superposés et aussi ajouter la forme approximative des pales. Cette configuration, illustrée sur la figure suivant reçoit le nom *de triangle normal de vitesse* et l'étage correspondant stator-rotor, est appelé étage normal. Il s'agit d'un étage répétitif pour lequel

$$c_3 = c_2 \quad \alpha_3 = \alpha_1 \quad u = cte \quad c_x = cte$$

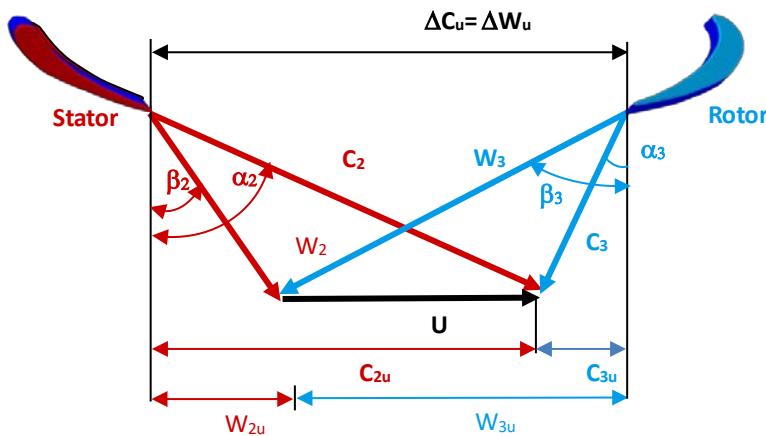
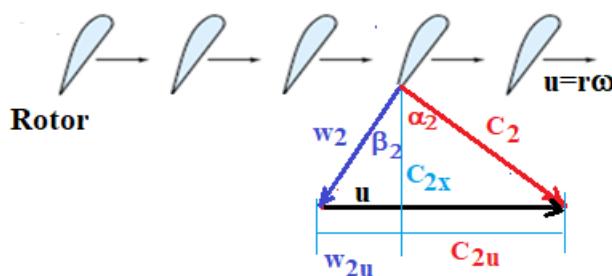
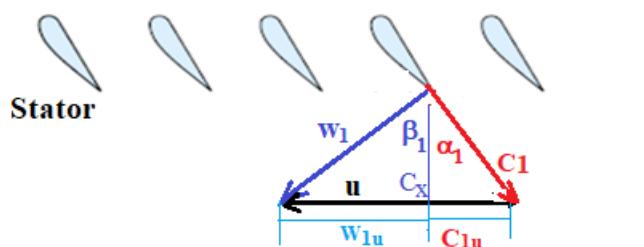
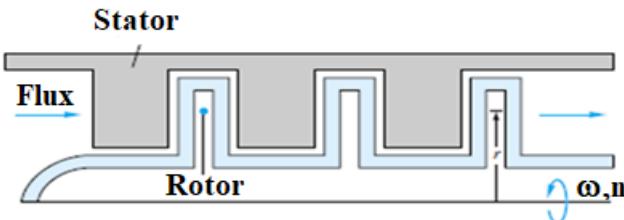


Fig 3.3 : Triangle normal (turbine)

### 3.5 Energie spécifiques de la machine axiale (pompe et compresseur)



$$\vec{w}_1 = \vec{c}_1 - \vec{u} \quad c_{1x} = c_{2x} = c_x \quad + \begin{cases} c_x \tan \alpha_1 = c_{1u} \\ c_x \tan \beta_1 = w_{1u} \end{cases} \quad c_{1u} + w_{1u} = u$$

$$\left. \begin{array}{l} \tan \alpha_1 + \tan \beta_1 = \frac{u}{c_x} \\ \tan \alpha_2 + \tan \beta_2 = \frac{u}{c_x} \end{array} \right\} \Rightarrow \tan \alpha_1 + \tan \beta_1 = \tan \alpha_2 + \tan \beta_2$$

$$\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2 = \tan \beta_2 - \tan \beta_1$$

$$w_e = \frac{\dot{W}}{\dot{m}} = (c_{2u}u_2 - c_{1u}u_1) \text{ Équation d'Euler}$$

$$u_1 = u_2 = u \quad w_e = \frac{\dot{W}}{\dot{m}} = u(c_{2u} - c_{1u}) \quad c_x \tan \alpha_2 = c_{2u} \quad c_x \tan \alpha_1 = c_{1u}$$

$$\tan \alpha_1 + \tan \beta_1 = \frac{u}{c_x} \Rightarrow \tan \beta_1 = \frac{u}{c_x} - \tan \alpha_1$$

$$w_e = \frac{\dot{W}}{\dot{m}} = uc_x (\tan \alpha_2 - \tan \alpha_1)$$

$$= uc_x (\tan \beta_1 - \tan \beta_2) \quad \text{et} \quad \tan \beta_1 = \frac{u}{c_x} - \tan \alpha_1$$

$$= uc_x \left( \frac{u}{c_x} - \tan \alpha_1 - \tan \beta_2 \right) = u(u - c_x (\tan \alpha_1 + \tan \beta_2))$$

$$w_e = \frac{\dot{W}}{\dot{m}} = uc_x (\tan \alpha_2 - \tan \alpha_1) \text{ incompressible}$$

$$c_p (T_{02} - T_{01}) = uc_x (\tan \alpha_2 - \tan \alpha_1) \text{ compressible}$$

## 4 MACHINES À FLUIDE COMPRESSIBLES

### 4.1 Diagrammes en T-s pour les processus de compression et de détente

Les fluides compressibles sont des substances actives dans les turbines à gaz, compresseurs centrifuges et axiales. Pour inclure la compressibilité de ces types de fluides (gaz), de nouvelles variables doivent être ajoutées à celles déjà discutées dans le cas de des machines hydrauliques et des modifications doivent être apportées à certaines des définitions utilisées.

Les paramètres importants des machines à fluide compressible sont la pression et Température. Des diagrammes en T-s pour les processus de compression et de détente sont illustrés.

Les processus isentropiques de compression et de détente sont représentés par s et T

L'indice 0 fait référence à la stagnation ou aux conditions totales. 1 et 2 se réfèrent respectivement aux états d'entrée et de sortie du gaz.

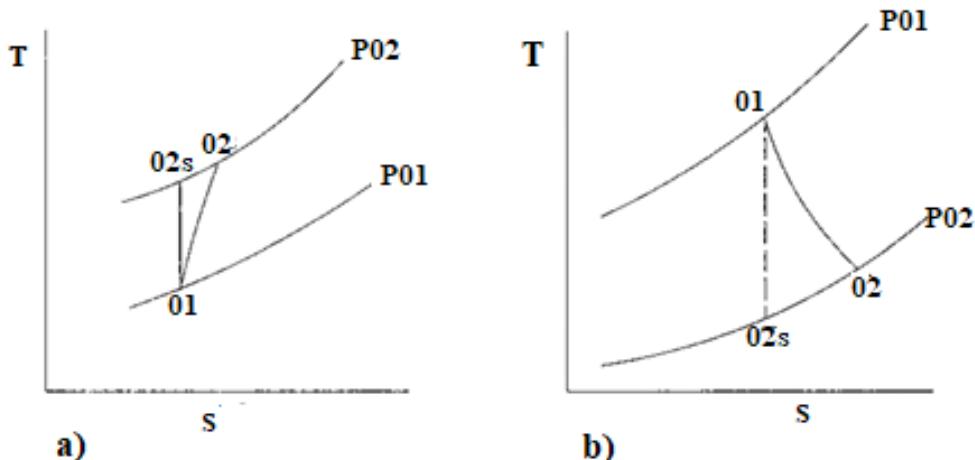


Figure.....Compression et détente dans les machines à fluide compressible :

(a) compression, b) détente.

La pression à la sortie,  $P_{02}$ , peut être exprimé comme suit ;  $p_{02} = f(D, n, m, p_{01}, T_{01}, T_{02}, \rho_{01}, \rho_{02}, \mu)$

Le rapport de pression  $p_02/p_01$  remplace la hauteur  $H$ , tandis que le débit massique  $m$

(kg/s) remplace  $Q$ . En utilisant l'équation du gaz parfait, la densité peut être écrite comme

$\rho = p / RT$ . Maintenant, en supprimant la densité et en combinant R avec T, la fonction

la relation peut être écrite comme  $p_{02} = f(p_{01}, RT_{01}, RT_{02}, \dot{m}, n, D, \mu)$

En substituant les éléments des dimensions de base et en assimilant les indices, La relation fondamentale suivante peut être obtenue

$$\frac{p_{02}}{p_{01}} = f \left( \frac{RT_{02}}{RT_{01}}, \underbrace{\frac{\dot{m}\sqrt{RT_{01}}}{p_{01}D^2}}_{\phi}, \underbrace{\frac{nD}{\sqrt{RT_{01}}}}_{M_a}, Re \right)$$

Dans cette équation,  $R$  est constant peuvent être éliminé. Le nombre de Reynolds dans la plupart des cas est très élevé et le régime est turbulent et donc des changements dans ce le paramètre sur la plage de fonctionnement habituelle peuvent être négligés. Cependant, en raison de d'importants changements de densité, une réduction significative de  $Re$  peut se produire qui doit être pris en considération. Pour une machine à diamètre constant, le diamètre  $D$  peut être ignoré, et donc

$$\frac{p_{02}}{p_{01}} = f \left( \left( \frac{\cancel{X}T_{02}}{\cancel{X}T_{01}} \right), \left( \frac{\dot{m}\sqrt{\cancel{X}T_{01}}}{p_{01} \cancel{D}} \right), \left( \frac{n \cancel{D}}{\sqrt{\cancel{X}T_{01}}} \right), \cancel{Re} \right)$$

Le terme  $\left( \frac{nD}{\sqrt{RT_0}} \right)$  indique l'effet du nombre de Mach.

$$\frac{p_{02}}{p_{01}} = f \left( \left( \frac{T_{02}}{T_{01}} \right), \left( \frac{\dot{m} \sqrt{T_{01}}}{p_{01}} \right), \left( \frac{n}{\sqrt{T_{01}}} \right) \right)$$

Dans cette équation certains termes sont nouveaux et ne sont plus sans dimension.

Pour une machine particulière, les courbe  $p_{02}/p_{01}$  et  $T_{02}/T_{01}$  en fonction du débit massique

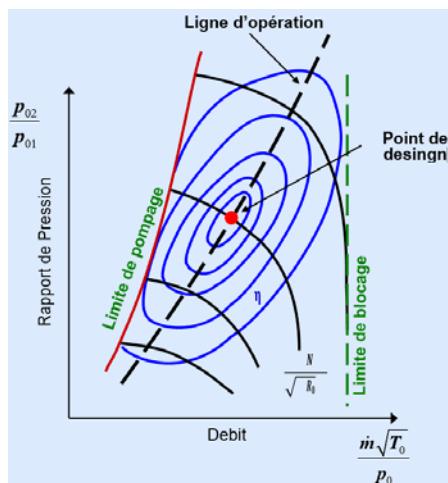
Paramètre de vitesse  $\left( \frac{\dot{m} \sqrt{T_{01}}}{p_{01}} \right)$  pour différentes valeurs du paramètre de vitesse  $\left( \frac{n}{\sqrt{T_{01}}} \right)$

La dernière équation doit être utilisée de modifier la taille de la machine.

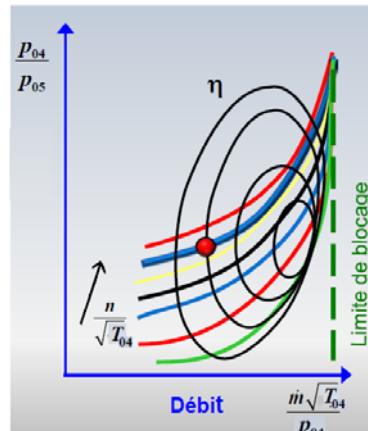
Cela se produit car le la vitesse de l'hélice  $u \propto nD$  et la vitesse acoustique  $a_{01} \propto RT_{01}$ , tandis que le

nombre Mach  $M_a = \frac{c}{a_{01}}$

#### 4.2 Les courbes de performances d'un compresseur à flux axial et d'une turbine



Caractéristiques du compresseur axial

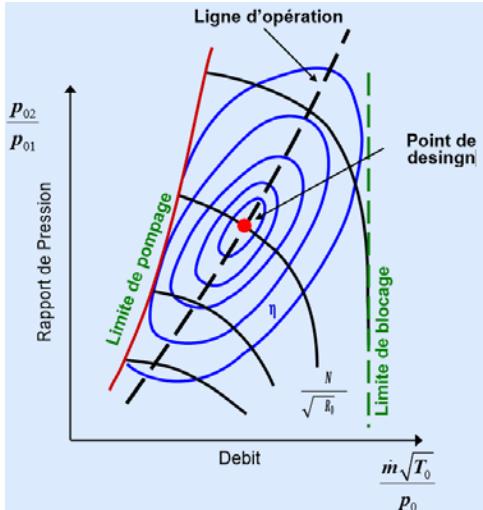


Caractéristiques des turbines à gaz à flux axial

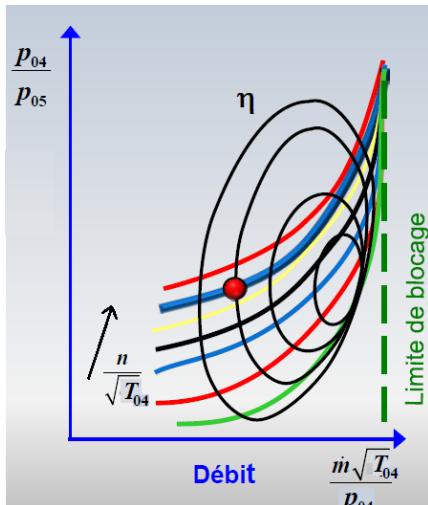
#### 4.3 La Carte du compresseur

L'évaluation de la performance d'un compresseur est caractérisée au travers de l'ensemble de paramètres  $\eta$ ,  $\Psi$ ,  $\Phi$ ,  $M_a$ . Le champ d'opération du compresseur est représenté par des courbes de nombre de Mach  $M_a$  constant dans le plan  $\Psi$ ,  $\Phi$ . Il est d'usage de superposer dans carte du compresseur, des contours d'iso rendement  $\eta$ . Selon les simplifications présentées, en pratique on utilise le taux de compression au lieu d'une autre forme. Aussi le nombre de Mach  $M_a$  est substitué par la vitesse de rotation corrigée  $n/(T_{01})^{1/2}$ .

Dans cette carte on distingue deux limites qui contraintent la plage d'opération d'un compresseur : le pompage et le blocage sonique



Caractéristiques du compresseur axial



Caractéristiques des turbines à gaz à flux axial

**Le pompage :** il s'agit d'un phénomène qui a lieu des faibles débits. Il est associé à une chute soudaine du taux de compression suivie par des fortes oscillations de la pression, parfois accompagnée d'une inversion de l'écoulement. Sous cette condition le compresseur est inopérable

**Le blocage sonique :** ce phénomène a lieu des forts débits. Il s'agit de l'apparition d'une section sonique dans l'étage qui limite le débit massique maximal. Dans cette limite, la performance du compresseur chute rapidement

Sur la carte d'un compresseur on trace également la ligne d'opération ou **ligne de fonctionnement du compresseur**. Il s'agit du lieu géométrique des points de fonctionnement du moteur correspondants pour diverses vitesses de rotation à différents débits imposés par la turbine. Chaque compresseur a un point d'opération optimal sur la ligne d'opération.

Cette position dans la carte c'est le point de design où le compresseur fonctionnera la plupart du temps