**Université de Jijel, Faculté des Sciences exacte et Informatique, Département de Physique**

*Examen de rattrapage de théories de jauge* *Jeudi 15/03/2018, Durée 2h30*
*Master 2 physique théorique* *Année universitaire 2017-2018*

## (I) Exercice: Transformation de jauge non-abélienne et Isospin

Considérons la densité lagrangienne du Nucléon

$$\mathcal{L} = \overline{\psi}(i\partial_\mu \gamma^\mu - m)\psi, \qquad \psi = \begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix} \tag{1}$$

où on a supposé que les masses du proton et de neutron sont égales ($m_p \approx m_n = m$).

(1) Montrer que la densité lagrangienne $\mathcal{L}$ est invariante sous la transformation d'Isospin globale:

$$U(\vec{\alpha}) = \exp(i\frac{\vec{\alpha}\cdot\vec{\sigma}}{2}), \qquad \vec{\sigma} \equiv (\sigma^1, \sigma^2, \sigma^3), \qquad \vec{\alpha} \equiv (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3). \tag{2}$$

où $\sigma_i$ et $\alpha_i$ sont les matrices de Pauli et les paramètres du groupe (des constantes arbitraires).

(2) Montrer que le courant de Noether correspondant est

$$\vec{J}^\mu = \frac{i}{2}\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \psi(x))}\vec{\sigma}\psi(x) = \overline{\psi}\gamma^\mu \frac{\vec{\sigma}}{2}\psi. \tag{3}$$

(3) Montrer que pour que la densité lagrangienne suivante:

$$\mathcal{L} = \overline{\psi}(iD_\mu \gamma^\mu - m)\psi. \tag{4}$$

soit invariante sous la transformation de jauge locale (ç.à.d. $\vec{\alpha} \equiv \vec{\alpha}(x)$). Il faut que

$$D_\mu = \partial_\mu + igB_\mu, \qquad B'_\mu = U(x)B_\mu U^{-1}(x) + \frac{i}{g}(\partial_\mu U(x))U^{-1}(x). \tag{5}$$

(4) Calculer l'opérateur Isospin (correspond à la charge de Noether!)

(5) Utiliser la transformation infinitésimale pour montrer que

$$b^{l\prime}_\mu = b^l_\mu - \epsilon_{jkl}\alpha^j(x) b^k_\mu - \frac{\partial_\mu \alpha^l(x)}{g}.$$
$$\text{où } B_\mu = \frac{1}{2}\vec{\sigma}\cdot\vec{b}_\mu = \frac{1}{2}\sigma^l \cdot b^l_\mu. \tag{6}$$

## (II) Problème 1: Diffusion $\nu + nucléon$

On considére d'abord la diffusion $\nu(p_1) + d(p_2) \to e^-(p_3) + u(p_4)$ d'un neutrino sur un quark $d$ pour produire un electron et un quark u. On suppose $\nu, e^-, d, u$ tous de masse nulle. Le processus se fait par échange d'un boson de jauge massif $W$ dans la voie $t$. On définit la cinématique

$$s = (p_1 + p_2)^2, \qquad t = (p_1 - p_3)^2, \qquad u = (p_1 - p_4)^2 \tag{7}$$

(1) Écrire l'amplitude de diffusion ; montrer en utilisant l'équation de Dirac que le terme en $(p_1 - p_3)^\mu (p_1 - p_3)^\nu / M_W^2$ ne contribue pas.

(2) Calculer l'amplitude au carré moyennée/sommée sur la polarisation des particules.

(3) Calculer la section efficace différentielle de production de l'électron d'impusion $p_3$; on suppose maintenant que l'on peut négliger $t$ comparé à $M_W$ (approximation de basse énergie) : calculer la section efficace totale.

(4) On considére les corrections QCD au 1er ordre. Tracer sans les calculer les diagrammes réels correspondants (il y a deux diagrammes) ; tracer sans les calculer les diagrammes virtuels (il y en a 3). Indiquer seulement les facteurs de couleur dans chacun des cas.

(5) On suppose le proton fait de quarks $u$, $d$ et d'antiquarks $\bar{u}$, $\bar{d}$. Ecrire dans le cadre du modéle des partons la section efficace totale. Il faut introduire les distributions partoniques dans le proton $F_i(x)$ oú $i = u, d, \bar{u}, \bar{d}$.

## (III) Appendices

- Propriétés des matrices de Pauli:

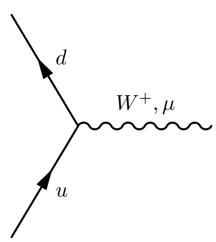
$$\sigma_i^2 = 1, \qquad \sigma_i \sigma_j = i\sigma_k, \qquad [\sigma_i, \sigma_j] = i\epsilon_{ijk}\sigma_k. \tag{8}$$

- Courant de Noether pour la densité lagrangienne $\mathcal{L}(\partial\phi_r, \partial_\mu\phi_r)$:

$$j^\mu = \frac{\partial}{\partial(\partial_\mu \phi_r)}\delta\phi_r. \tag{9}$$

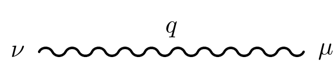
où $\phi_r$ (pour $r = 1, 2, \cdots$) sont les champs de la théorie.

- Vertex quark-quark-boson W:




$$-i\frac{e}{2\sqrt{2}\sin\theta_W}\gamma^\mu(1-\gamma_5)$$

- Propagateur du boson $W$:




$$\frac{-i(g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu/M_W^2)}{q^2 - M_W^2}$$

- Section efficace partonique:

$$d\sigma = \frac{1}{4\sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - m_1^2 m_2^2}}\,|M|^2\,\frac{d^3\vec{p}_3}{(2\pi)^3 2E_3}\cdots\frac{d^3\vec{p}_n}{(2\pi)^3 2E_n}\,(2\pi)^4\delta^4(p_3 + p_4 + \ldots + p_n - p_1 - p_2) \tag{10}$$

P. Aurenche et M. S. ZIDI

Bon courage

s