Examen 2 de théories de Jauge *16/2/2019 Durée 1h30*
Master 2 en physique théorique *Année universitaire 2018-2019*

(I) Exercice: Invariance de jauge et le groupe $SU(3)$

Considérons la densité lagrangienne d'un seul type de quark

$$\mathcal{L} = \overline{\psi}(i\partial_\mu\gamma^\mu - m)\psi, \quad \text{avec} \quad \psi = \begin{pmatrix}\psi_r\\ \psi_b\\ \psi_v\end{pmatrix} \tag{1}$$

où m est la masse du quark.

(1) Montrer que la densité lagrangienne $\mathcal{L}$ est invariante sous la transformation de jauge globale:

$$U = \exp(i\alpha_a\lambda_a/2), \qquad \text{pour} \qquad a = 1, 2, \cdots, 8. \tag{2}$$

où λ_a sont les matrices de Gell-Man et α_a sont les paramètres du groupe (des constantes arbitraires).

(2) On remplace la dérivé normale par la dérivé covariante, on obtient la densité lagrangienne suivante:

$$\mathcal{L} = \overline{\psi}(iD_\mu\gamma^\mu - m)\psi, \qquad D_\mu = \partial_\mu + ig_s(\lambda_a/2)G^a_\mu \tag{3}$$

où D_μ est la dérivé covariante, g_s est la constante de couplage forte et G^a_μ est le champ du gluon.

Montrer que la densité lagrangienne dans ce cas est invariante sous la transformation de jauge locale

$$U(x) = \exp(i\alpha_a(x)\lambda_a/2), \qquad \text{pour} \qquad a = 1, 2, \cdots, 8. \tag{4}$$

sachant que

$$(\lambda_a/2)G^{a\prime}_\mu = U(x)((\lambda_a/2)G^a_\mu)U^{-1}(x) + \frac{i}{g}(\partial_\mu U(x))U^{-1}(x). \tag{5}$$

(3) Écrire le terme cinétique des champs de gluons. Est-il invariant sous la transformation de jauge locale $SU(3)$? (justifier votre réponse)

(II) Problème: Réactions avec deux photons

On considère le processus suivant:

$$\gamma(p_1) + \gamma(p_2) \to q_i(p_3) + \bar{q}_i(p_4).$$

la production d'une pair de quarks (de masse nulle) dans la réaction photon-photon.

(1) Tracer les deux diagrammes de Feynman (de Born) qui décrivent cette réaction.

(2) Écrire l'amplitude de chaque diagramme.

(3) Calculer le complexe conjugué de chaque amplitude.

(4) Calculer le module carré de l'amplitude (moyenné sur les polarisations de l'état initial) en fonction des variables de Mandelstam.

(5) On considère la réaction suivante:

$$q_i(p_1) + \bar{q}_i(p_2) \to \gamma(p_3) + \gamma(p_4).$$

tracer les deux diagrammes de Feynman qui décrivent cette réaction.

(6) Déduire le module carré de l'amplitude (moyenné sur spins et couleurs initiaux) sans refaire le calcul.

(7) Calculer la section efficace dans les deux cas.

(III) Appendices

- Propriétés des matrices de Dirac:

$$\mathrm{Tr}(\gamma^\mu\gamma^\nu) = 4g^{\mu\nu}, \qquad \mathrm{Tr}(\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\sigma\gamma^\lambda) = 4(g^{\mu\nu}g^{\sigma\lambda} - g^{\mu\sigma}g^{\nu\lambda} + g^{\mu\lambda}g^{\nu\sigma}) \tag{6}$$

- Section efficace $\hat{\sigma}$:

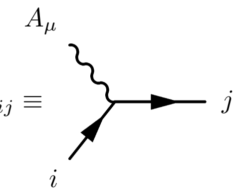
$$\hat{\sigma} = \frac{1}{4\sqrt{(p_1\cdot p_2)^2}}\frac{1}{(2\pi)^2}\int\frac{|\vec{p}_3|^2 d|\vec{p}_3|}{2E_3}\sin(\theta)d\theta d\phi\delta^+((p_1+p_2-p_3)^2)\overline{\sum}|\mathcal{M}|^2. \tag{7}$$

- Référentiel du centre de masse:

$$p_1 = \frac{\sqrt{s}}{2}(1,0,0,1), \qquad p_2 = \frac{\sqrt{s}}{2}(1,0,0,-1), \qquad p_3 = \frac{\sqrt{s}}{2}(1,\sin(\theta),0,\cos(\theta)). \tag{8}$$

- Vertex:

$$-ie\gamma_\mu\delta_{ij} \equiv \tag{9}$$



- Propagateur du photon:

$$\sum_\lambda \epsilon_\mu^{(\lambda)}(p)\epsilon_\nu^{(\lambda)}(p) = -g_{\mu\nu}. \tag{10}$$

M. S. ZIDI
Bon courage