Université de Jijel, Faculté des Sciences exactes et Informatique, Département de Physique

Examen de théories de Jauge *26/1/2019 Durée 2h00*

Master 2 en physique théorique *Année universitaire 2018-2019*

(I) Problème 1: Modèle standard de l'interaction électrofaibles

Le modèle standard des interactions électrofaibles est une théorie de jauge basée sur le groupe $SU(2)_L \times U(1)_Y$. On considère qu'une seule famille de leptons (ν_e, e). On note le doublet *left* et le singlet *right* de champs fermioniques par:

$$L = \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_R \end{pmatrix}, \qquad\qquad R = e_R. \tag{1}$$

(1) Résumer la théorie de Fermi et donner ses problèmes (en quelques lignes)

(2) La densité lagrangienne du modèle standard s'écrit, formellement, comme suit:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_G + \mathcal{L}_F + \mathcal{L}_\phi + \mathcal{L}_Y \tag{2}$$

Que représentent $\mathcal{L}_G$, $\mathcal{L}_F$, $\mathcal{L}_\phi$ et $\mathcal{L}_Y$?

(3) Invariance de jauge sous le groupe $SU(2)_L \times U(1)_Y$: la densité lagrangienne $\mathcal{L}_F$ est donné par:

$$\mathcal{L}_F = \overline{L} i\gamma^\mu D_\mu L + \overline{R} i\gamma^\mu D_\mu R. \tag{3}$$

avec

$$D_\mu L = \left(\partial_\mu - ig\vec{I}\cdot\vec{W}_\mu - ig'\frac{Y}{2}B_\mu\right)L, \qquad\qquad D_\mu R = \left(\partial_\mu - ig'\frac{Y}{2}B_\mu\right)R \tag{4}$$

où $\vec{I} = \frac{\vec{\sigma}}{2} = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)/2$ et σ_i sont les matrices de Pauli.

Les transformations sous les groupes $SU(2)_L$ et $U(1)_Y$ (dans la représentation fondamentale) sont données par:

$$SU(2)_L: \; U_1(x) = \exp\left(-i\alpha_i(x)\frac{\sigma_i}{2}\right), \qquad\qquad U(1)_Y: \; U_2(x) = \exp\left(-i\beta(x)\frac{Y}{2}\right) \tag{5}$$

3-1- Que représentent $\vec{I} = (I_1, I_2, I_3)$, Y, g et g'? Donner la relation entre I_3, Y et la charge électrique Q.

3-2- Que vaut I_3 pour ν_e, e_L et e_R?

3-3- Les courants électromagnétique et neutre, respectivement, sont donnés par:

$$J_\mu^{\text{em}} = -\bar{e}_L\gamma_\mu e_L - \bar{e}_R\gamma_\mu e_R, \qquad\qquad J_\mu^3 = \frac{1}{2}\bar{\nu}_e\gamma_\mu\nu_e - \frac{1}{2}\bar{e}_L\gamma_\mu e_L \tag{6}$$

Calculer les charge (de Noether) $\hat{Q}$, $\hat{I}_3$ et $\hat{Y}$. Que vaut Y pour ν_L, e_L et e_R.

3-4- Comment les champs L et R se transforment sous $SU(2)_L$ et $U(1)_Y$?

3-5- Trouver les transformations de $\vec{I}\cdot\vec{W}_\mu$ et B_μ (en fonction de U_1 et U_2) pour que $\mathcal{L}_F$ soit invariant sous $SU(2)_L \times U(1)_Y$.

3-6- Pourquoi un terme de masse pour les fermions est interdit dans $\mathcal{L}_F$?

(4) Le lagrangien $\mathcal{L}_Y$ (dans la jauge unitaire) s'écrit sous la forme:

$$\mathcal{L}_Y = -G_e(\bar{L}\phi R + \bar{R}\phi^\dagger L) + h.c, \qquad\qquad \phi = \begin{pmatrix} 0 \\ (v+H)/\sqrt{2} \end{pmatrix} \tag{7}$$

Trouver la masse de l'électron (m_e) en fonction de G_e et v et la valeur du couplage du Higgs H avec l'électron (H-e-e) en fonction de m_e et v.

(II) Problème 2: $e^-e+ \to \mu^-\mu+$ dans MS

On considère la réaction suivante:

$$e^-(p_1) + e^+(p_2) \to \mu^-(p_3) + \mu^+(p_4) \tag{8}$$

Ce processus peut être d'origine électromagnétique (par l'échange d'un photon) ou faible (par l'échange d'un boson Z_0).

On néglige les masses des fermions ($m_e = m_\mu = 0$) et, on définit les variables de MandelStam comme suit:

$$s = (p_1 + p_2)^2, \qquad t = (p_1 - p_3)^2, \qquad u = (p_1 - p_4)^2. \tag{9}$$

(A) Étude en QED: Dans cette section, on suppose que la réaction est d'origine électromagnétique (par l'échange d'un photon γ).

(1) Tracer le diagramme de Feynman décrivant cette réaction.
(3) Écrire l'amplitude associée et son complexe conjugué.
(4) Calculer le carré de l'amplitude sommé et moyenné sur les spins.
(5) Calculer la section efficace différentielle $d\sigma/d\cos(\theta)$ et montrer que la section efficace totale est donnée par:

$$\sigma^{(\gamma)} = \frac{4}{3}\frac{\pi\alpha^2}{s}. \tag{10}$$

(B) Étude dans le Modèle Standard: Dans cette section, on suppose que la réaction est d'origine électrofaible (échange d'un photon, d'un boson Z_0 et d'un Higgs).

(1) Tracer les trois diagrammes de Feynman décrivant la réaction dans ce cas.
(2) Expliquer pourquoi la contribution du Higgs est nulle (voir la question (4) dans le problème 1).
(3) Écrire les amplitudes associées ($M^{(\gamma)}$ et $M^{(Z)}$) et leurs complexes conjugués.
(4) Calculer le carré de l'amplitude sommé et moyenné sur les spins.
(5) Calculer la section efficace différentielle $d\sigma/d\cos(\theta)$ et la section efficace totale.

(III) Appendices

- Propriétés des matrices de Dirac et la matrice γ^5:

$$\{\gamma^\mu, \gamma^5\} = 0, \qquad (\gamma^5)^2 = 1, \qquad \gamma^{5\dagger} = \gamma^5. \tag{11}$$

$$\mathrm{Tr}(\gamma^5) = \mathrm{Tr}(\gamma^5\gamma^\mu) = \mathrm{Tr}(\gamma^5\gamma^\mu\gamma^\nu) = \mathrm{Tr}(\gamma^5\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\sigma) = 0, \qquad \mathrm{Tr}(\gamma^5\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\sigma\gamma^\lambda) = -4i\epsilon^{\mu\nu\sigma\lambda}. \tag{12}$$

$$T_{\mu\nu}\epsilon^{\alpha\mu\beta\nu} = 0, \qquad \epsilon^{\alpha\beta\mu\nu}\epsilon_{\alpha\beta\sigma\tau} = -2(g^\mu_\sigma g^\nu_\tau - g^\mu_\tau g^\nu_\sigma), \qquad \epsilon^{\alpha\beta\mu\nu} = -\epsilon^{\alpha\mu\beta\nu} = \epsilon^{\mu\alpha\beta\nu}. \tag{13}$$

où $T_{\mu\nu}$ est un tenseur symétrique sur μ et ν.

$$\mathrm{Tr}(\gamma^\mu\gamma^\nu) = 4g^{\mu\nu}, \qquad \mathrm{Tr}(\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\sigma\gamma^\lambda) = 4(g^{\mu\nu}g^{\sigma\lambda} - g^{\mu\sigma}g^{\nu\lambda} + g^{\mu\lambda}g^{\nu\sigma}) \tag{14}$$

- Section efficace $\hat{\sigma}$:

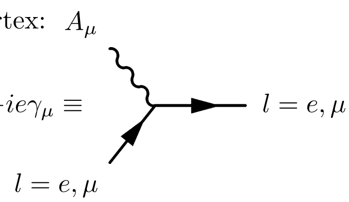
$$\hat{\sigma} = \frac{1}{4\sqrt{(p_1\cdot p_2)^2}}\frac{1}{(2\pi)^2}\int\frac{|\vec{p}_3|^2 d|\vec{p}_3|}{2E_3}\sin(\theta)d\theta d\phi\delta^+((p_1+p_2-p_3)^2)\overline{\sum}|\mathcal{M}|^2. \tag{15}$$

- Référentiel du centre de masse:

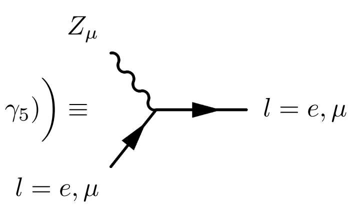
$$p_1 = \frac{\sqrt{s}}{2}(1,0,0,1), \qquad p_2 = \frac{\sqrt{s}}{2}(1,0,0,-1), \qquad p_3 = \frac{\sqrt{s}}{2}(1,\sin(\theta),0,\cos(\theta)). \tag{16}$$

- Vertex:

$-ie\gamma_\mu \equiv$



$$\frac{-ie}{s_W c_W}\gamma_\mu\left(a^l_L(1-\gamma_5) + a^l_R(1+\gamma_5)\right) \equiv$$



(17)

où $s_W = \sin(\theta_W)$, $c_W = \cos(\theta_W)$, $a^l_L = -1/2 + s^2_W$ et $a^l_R = s^2_W$ (θ_W est l'angle de Weinberg où $s^2_W \approx 0.25$).

- Propagateurs:

$$\frac{-ig_{\mu\nu}}{k^2} \equiv \qquad \frac{i}{k^2 - M_Z^2}\left(-g_{\mu\nu} + \frac{k_\mu k_\nu}{M_Z^2}\right) \equiv$$

(18)

M. S. ZIDI
Bon courage