Examen de rattrapage en théories de Jauge *13/6/2019 Durée 1h30*
Master 2 en physique théorique *Année universitaire 2018-2019*

Problème 1: désintégration du boson W en leptons

On suppose que le boson W se désintègre en un électron et un anti-neutrino électronique:

$$W^-(p_1) \longrightarrow e^-(p_2) + \bar{\nu}_e(p_3) \tag{1}$$

où p_1, p_2 et p_3 sont, respectivement, les 4-impulsions de W^-, e^- et $\bar{\nu}_e$, avec $p_1 = p_2 + p_3$.

On note la masse du W par M_W, la masse de l'électron par m_e et on suppose que la masse de ν_e est nulle ($m_{\nu_e} = 0$).

(1) Tracer le diagramme de Feynman décrivant cette réaction.
(2) Écrire l'amplitude (M) associée à ce processus et son complexe conjugué ($\overline{M}$).
(3) Calculer le carré de l'amplitude sommé et moyenné sur le spin et polarisation. Montrer qu'on peut l'exprimer en fonction des masses des particules sous la forme:

$$\overline{\sum}|M|^2 = \frac{g^2}{3}\left[M_W^2 - \frac{1}{2}m_e^2 - \frac{1}{2}\frac{m_e^4}{M_W^2}\right] \tag{2}$$

(4) Calculer le taux de désintégration Γ, avec

$$\Gamma = \frac{1}{2M_W}\int \frac{d^3\vec{p}_2}{(2\pi)^3 2E_2}\frac{d^3\vec{p}_3}{(2\pi)^3 2E_3}\overline{\sum}|M|^2\,(2\pi)^4\delta^4(p_2+p_3-p_1) \tag{3}$$

Problème 2: production de paire en QED

On considère la réaction suivante:

$$e^-(p_1) + e^+(p_2) \to \mu^-(p_3) + \mu^+(p_4) \tag{4}$$

On suppose que ce processus est d'origine électromagnétique (par l'échange d'un photon).

On néglige les masses des fermions ($m_e = m_\mu = 0$) et, on définit les variables de MandelStam comme suit:

$$s = (p_1+p_2)^2, \qquad t = (p_1-p_3)^2, \qquad u = (p_1-p_4)^2. \tag{5}$$

(1) Tracer le diagramme de Feynman décrivant cette réaction.
(3) Écrire l'amplitude associée et son complexe conjugué.
(4) Calculer le carré de l'amplitude sommé et moyenné sur les spins.
(5) Calculer la section efficace différentielle $d\sigma/d\cos(\theta)$ et montrer que la section efficace totale est:

$$\sigma^{(\gamma)} = \frac{4}{3}\frac{\pi\alpha^2}{s}. \tag{6}$$

Appendices:

- Vertex: $W - e - \nu_e \equiv -ig/(2\sqrt{2})\gamma^\mu(1-\gamma_5)$
- Vertex: $\gamma - f - f \equiv -ie\gamma^\mu$
- Somme sur les polarisation du boson W: $\sum_{pol}\epsilon_\mu(p)\epsilon_\nu(p) = -g^{\mu\nu} + \frac{p^\mu p^\nu}{M_W^2}$
- Propriétés des matrices de Dirac et la matrice γ^5:

$$\{\gamma^\mu, \gamma^5\} = 0, \qquad (\gamma^5)^2 = 1, \qquad \gamma^{5\dagger} = \gamma^5. \tag{7}$$

$$\mathrm{Tr}(\gamma^5) = \mathrm{Tr}(\gamma^5\gamma^\mu) = \mathrm{Tr}(\gamma^5\gamma^\mu\gamma^\nu) = \mathrm{Tr}(\gamma^5\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\sigma) = 0, \qquad \mathrm{Tr}(\gamma^5\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\sigma\gamma^\lambda) = -4i\epsilon^{\mu\nu\sigma\lambda}. \tag{8}$$

$$T_{\mu\nu}\epsilon^{\alpha\mu\beta\nu} = 0, \qquad \epsilon^{\alpha\beta\mu\nu}\epsilon_{\alpha\beta\sigma\tau} = -2(g^\mu_\sigma g^\nu_\tau - g^\mu_\tau g^\nu_\sigma), \qquad \epsilon^{\alpha\beta\mu\nu} = -\epsilon^{\alpha\mu\beta\nu} = \epsilon^{\mu\alpha\beta\nu}. \tag{9}$$

où $T_{\mu\nu}$ est un tenseur symétrique sur μ et ν.

$$\mathrm{Tr}(\gamma^\mu\gamma^\nu) = 4g^{\mu\nu}, \qquad \mathrm{Tr}(\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\sigma\gamma^\lambda) = 4(g^{\mu\nu}g^{\sigma\lambda} - g^{\mu\sigma}g^{\nu\lambda} + g^{\mu\lambda}g^{\nu\sigma}) \tag{10}$$

- Section efficace $\hat{\sigma}$:

$$\hat{\sigma} = \frac{1}{4\sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2}} \frac{1}{(2\pi)^2} \int \frac{|\vec{p}_3|^2 d|\vec{p}_3|}{2E_3} \sin(\theta) d\theta d\phi \delta^+((p_1 + p_2 - p_3)^2) \overline{\sum} |\mathcal{M}|^2. \tag{11}$$

- Référentiel du centre de masse:

$$p_1 = \frac{\sqrt{s}}{2}(1, 0, 0, 1), \qquad p_2 = \frac{\sqrt{s}}{2}(1, 0, 0, -1), \qquad p_3 = \frac{\sqrt{s}}{2}(1, \sin(\theta), 0, \cos(\theta)). \tag{12}$$