Chapitre 1
Filtres analogiques

1.1. Introduction

Un filtre est un circuit dont le comportement dépend de la fréquence

Un filtre est un circuit linéaire qui modifie l'amplitude du signal et non pas sa fréquence.

Rôle d'un filtre:

- ✓ Supprimer les fréquences indésirables
- ✓ Laisser passer les fréquences désirées

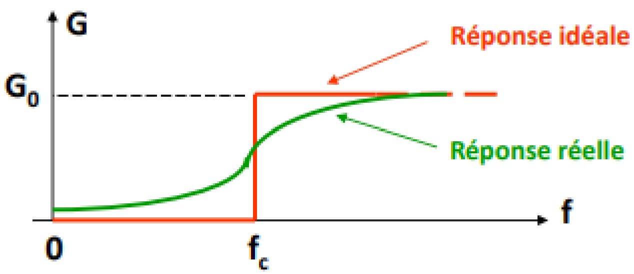
La principale caractéristique d'un filtre est sa réponse en fréquence : A_V (f)

A_V désigne l'amplification en tension (gain en tension):

$$A_V = \frac{\hat{u}_S}{\hat{u}_E} = \frac{\text{amplitude de la tension de sortie}}{\text{amplitude de la tension d'entrée}}$$

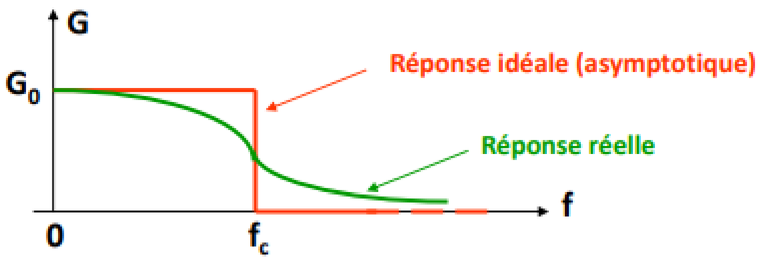
Il existe plusieurs type de filtres (idéaux), dont les plus connus sont :

- **filtre passe-haut**



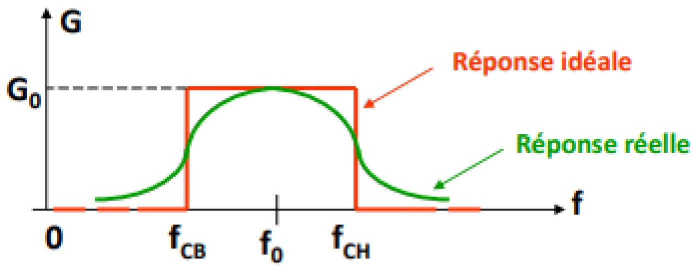
Ce filtre ne laisse passer que les hautes fréquences. BP = [f_C, ∞ [

- **filtre passe-bas**



Ce filtre ne laisse passer que les basses fréquences du signal d'entrée. Les hautes fréquences sont donc filtrées. La limite entre BF et HF est appelée fréquence de coupure f_C. La bande passante est la gamme de fréquence non filtrée : BP = $[0, f_C]$

- **filtre passe-bande**



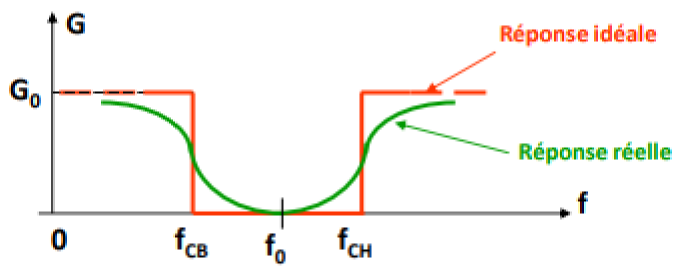
Ce filtre ne laisse passer qu'une bande de fréquences.

Il possède deux fréquences de coupure :

- la fréquence de coupure basse

- et la fréquence de coupure haute BP = $[f_{C\,B}, f_{C\,H}]$

- **filtre réjecteur de bande**



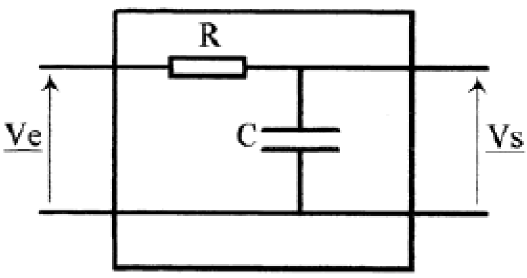
1.2. Filtres passifs

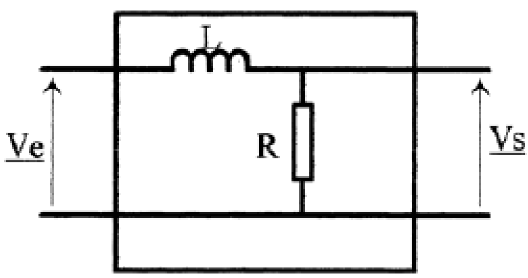
Un filtre passif se caractérise par l'usage exclusif de composants passifs (résistances, condensateurs, bobines).

Les réalisations les plus simples sont basées sur des circuits RC, RL, LC ou Circuit RLC. Mais il est bien sûr permis d'augmenter la complexité du filtre (et le nombre de composants).

1.2.1. Filtre passe bas du premier ordre

Constitution





Fonction de transfert

$$\frac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}} = \frac{1}{1 + jRC\omega}$$

$$\frac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}} = \frac{1}{1 + j\dfrac{L}{R}\omega}$$

Forme générale

$$\frac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}} = \frac{A}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_0}}$$

Par identification on trouve : A = 1 $\omega_0 = \dfrac{1}{RC}$ ou $\omega_0 = \dfrac{R}{L}$

Représentation

Module

$$\left|\frac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}}\right| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}$$

Argument

$$\varphi = \arg\left(\frac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}}\right) = arctg(0) - arctg\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) = -arctg\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$$

En décibel

$$\left|\frac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}}\right|_{db} = 20\log\left(\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}\right) = -20\cdot\frac{1}{2}\cdot\log\left[1+\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right] = -10\log\left[1+\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right]$$

<u>Pulsation de coupure</u>

le calcul de la pulsation de coupure ω_c se fait, pour une atténuation de – 3db.

<u>Diagramme de Bode du gain d'un filtre passe bas</u>

Le diagramme de Bode d'un système de réponse fréquentielle (T(jω)= Vs /Ve)) se compose de deux tracés :

- Le gain (ou amplitude) en décibels (dB). Sa valeur est calculée à partir de $20\log_{10}(|T(j\omega)|)$
- la phase en degré, donnée par $\arg(T(j\omega))$

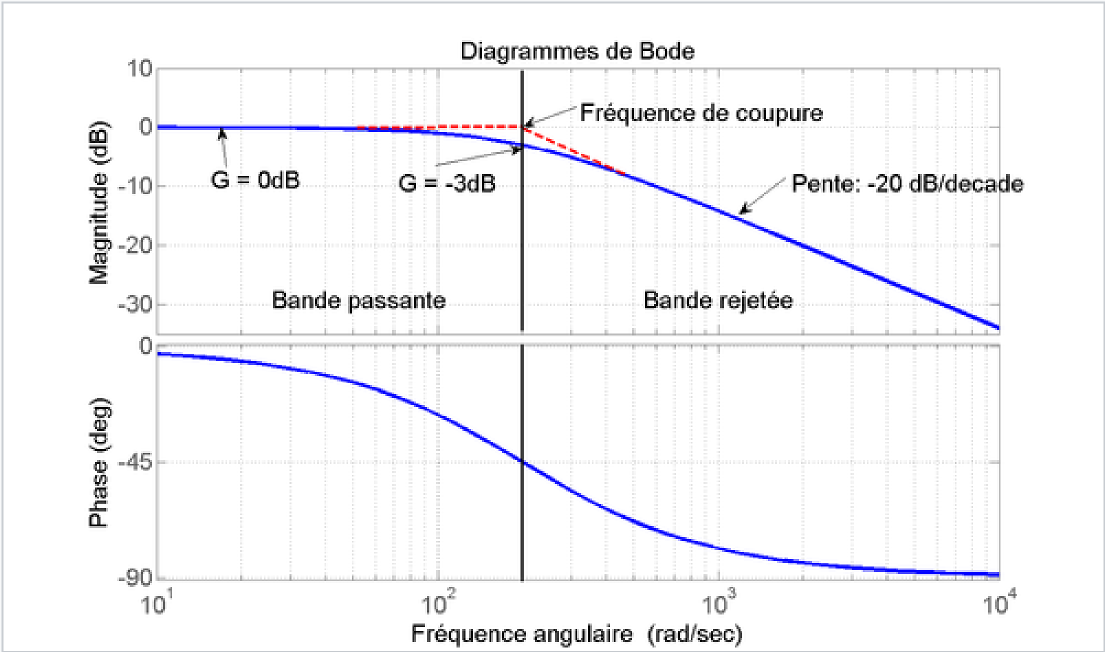
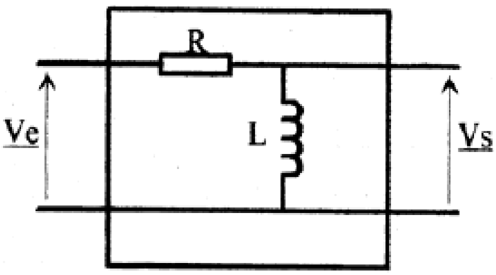
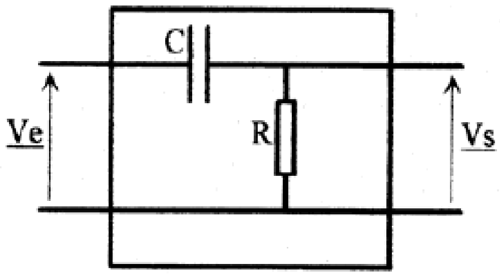


Diagramme de Bode du filtre passe-bas passif d'ordre 1. En pointillés rouges, l'approximation linéaire.

1.2.2. Filtre passe haut du premier ordre

Constitution





Fonction de transfert

$$\frac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}} = \frac{jRC\omega}{1+jRC\omega}$$

$$\frac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}} = \frac{j\frac{L}{R}\omega}{1+j\frac{L}{R}\omega}$$

Forme générale

$$\frac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}} = \frac{A.j\frac{\omega}{\omega_0}}{1+j\frac{\omega}{\omega_0}}$$

Par identification on trouve

A = 1

$$\omega_0 = \frac{1}{RC} \qquad \text{ou} \qquad \omega_0 = \frac{R}{L}$$

Argument

$$\varphi = \arg\left(\frac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}}\right) = \frac{\pi}{2} - arctg\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$$

1.2.3. Filtre passe-bande

Constitution

Les filtres passe-bande sont constitués de deux parties :

- une partie qui fait chuter la tension de sortie à basse fréquence,
- une partie qui fait chuter la tension de sortie à haute fréquence.

On pourra avoir un passe-bande avec :

- un circuit RLC,
- une association en cascade d'un passe-haut et d'un passe-bas,
- des montages spécifiques

Fonction de transfert, forme générale

$$\frac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}} = A\frac{j\dfrac{\omega}{\omega_0}}{1+2mj\dfrac{\omega}{\omega_0}+\left(j\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

La bande passante est la plage des fréquences ou de pulsations comprise entre les fréquences ou les pulsations de coupure. Ces deux valeurs marquent la bande passante du filtre.

Les pulsations de coupure sont calculées à partir de la valeur maximale de $\dfrac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}}$

$$\frac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}} = \frac{A}{\dfrac{\omega_0}{j\omega}+2m+j\dfrac{\omega}{\omega_0}} = \frac{A}{j\left(\dfrac{\omega}{\omega_0}-\dfrac{\omega_0}{\omega}\right)+2m}$$

Le maximum est atteint pour $\omega = \omega_{\max} = \omega_0$

alors

$$\left(\frac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}}\right)_{\omega_{\max}} = \frac{A}{2m}$$

Le calcul des pulsations de coupure ω_{Ci} se fait généralement à − 3db . Ainsi on a :

$$\left|\frac{V_s}{V_e}\right|^2_{\omega_{Ci}} = \frac{A^2}{\left(\frac{\omega_{Ci}}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_{Ci}}\right)^2 + 4m^2} = \frac{\left|\frac{V_s}{V_e}\right|^2_{plateau}}{2} = \frac{A^2}{8m^2}.$$

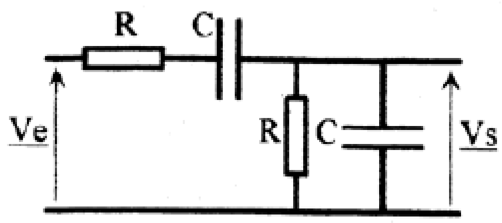
Par résolution de l'équation (équation du 2nd ordre) on obtient :

$$\omega_{C1} = \omega_0\left(\sqrt{\left(1+m^2\right)} - m\right)$$

et

$$\omega_{C2} = \omega_0\left(\sqrt{\left(1+m^2\right)} + m\right)$$

<u>Exemple d'un filtre passe bande</u> : **Pont de Wien**

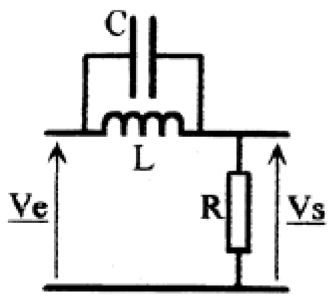


On obtient la fonction de transfert suivante $\frac{V_s}{V_e} = \frac{jRC\omega}{1 + 3jRC\omega + (jRC\omega)^2}$

c-à-d. la fonction de transfert résultant de l' association d'un passe haut et d'un passe bas.

1.2.4. Filtre réjecteur de bande : le circuit bouchon

<u>**Constitution**</u>



Fonction de transfert

$$\frac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}} = \frac{-LC\omega^2 + 1}{1 + j\frac{L}{R}\omega - LC\omega^2}$$

Forme générale

$$A\frac{1 + \left(j\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{1 + 2mj\frac{\omega}{\omega_0} + \left(j\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

Par identification à la forme canonique on obtient :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$m = \frac{1}{2R}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

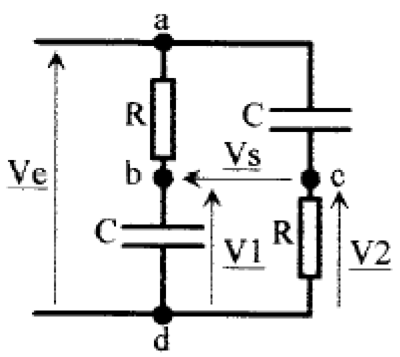
$$A = 1$$

1.2.5. Passe tout

Fonction

On cherche à déphaser le signal de sortie par rapport au signal d'entrée.

Montage



Fonction de transfert

$$\underline{V_s} = \underline{V_1} - \underline{V_2} = \underline{V_e} \cdot \left(\frac{\frac{1}{jC\omega}}{R + \frac{1}{jC\omega}} \right) - \underline{V_e} \cdot \left(\frac{R}{R + \frac{1}{jC\omega}} \right) = \underline{V_e} \cdot \left(\frac{1 - jRC\omega}{1 + jRC\omega} \right)$$

Donc on tire :

$$Arg\left(\frac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}} \right) = -2 \cdot \arctan(R \cdot C \cdot \omega) = \varphi$$

La tension de sortie est donc déphasée par rapport à la tension d'entrée.

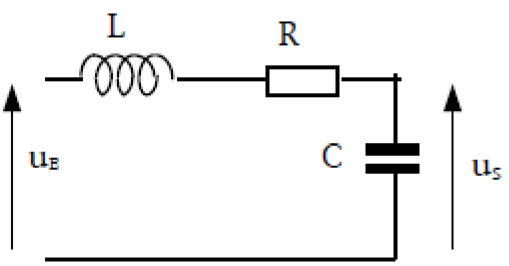
Forme générale

$$A \frac{1 - j\frac{\omega}{\omega_0}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}} \qquad \left| \frac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}} \right| = 1 = cste$$

1.3. Filtres passifs du second ordre

1.3.1. Filtre passe-bas du second ordre

$$T(jx) = \frac{1}{1 + 2\zeta jx + (jx)^2}$$



avec

$$x = \frac{\omega}{\omega_0}$$

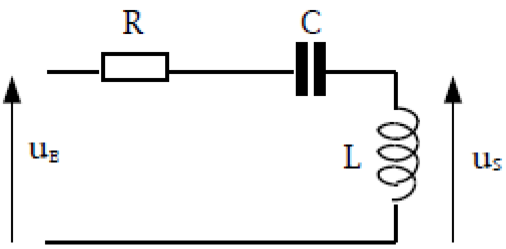
et

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

et

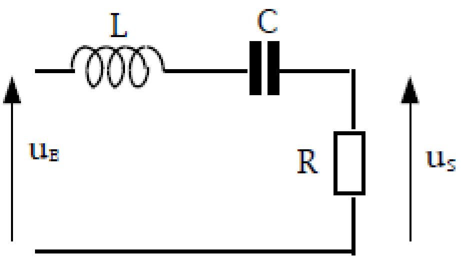
$$\zeta = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}$$

1.3.2. Filtre passe-haut du second ordre



$$T(jx) = \frac{(jx)^2}{1 + 2\zeta\ jx + (jx)^2} \quad avec \quad x = \frac{\omega}{\omega_0} \quad et \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad et \quad \zeta = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}$$

1.3.3 Filtre passe-bande



$$T(jx) = \frac{2\zeta\ (jx)}{1 + 2\zeta\ jx + (jx)^2} \quad avec \quad x = \frac{\omega}{\omega_0} \quad et \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad et \quad \zeta = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}$$

1.4. Fréquence de coupure

► La fréquence particulière pour laquelle le gain de la fonction de transfert est égal à 1/√2 est la fréquence de coupure.

$$\boxed{G(f_c) = 1/\sqrt{2} \qquad ou \qquad G(\omega_c) = 1/\sqrt{2}}$$

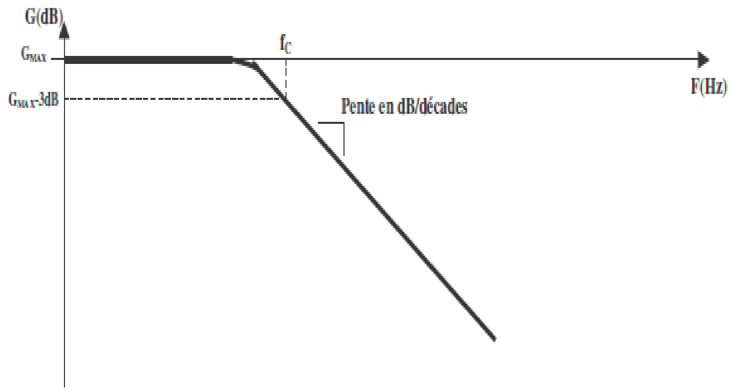
► Une fréquence de coupure définit la limite entre deux bandes de fréquences

► La fréquence de coupure est une caractéristique d'un filtre car elle est calculée en fonction des éléments de celui-ci.

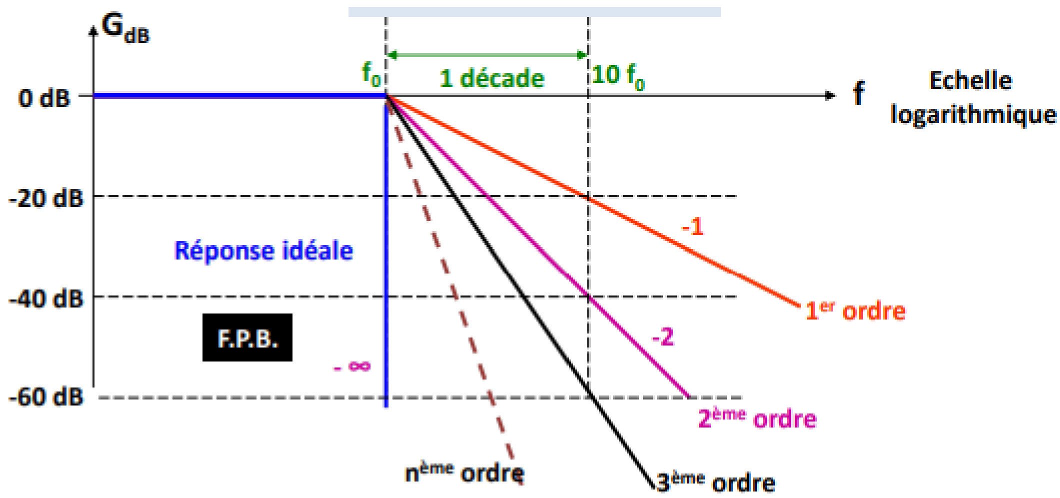
1.5. L'ordre d'un filtre

L'ordre d'un filtre définit l'efficacité avec laquelle on supprime les fréquences par rapport à la ou les fréquences de coupures. Plus l'ordre du filtre est élevé plus son efficacité est élevée. L'ordre du filtre dépend de la pente du diagramme de Bode du gain.

Pour les filtres passe haut et passe bas :



Pente de – 1 est une pente de – 20 dB/décade
Pente de – 2 est une pente de – 40 dB/décade
……… ………
Pente de – n est une pente de – n . 20 dB/décade

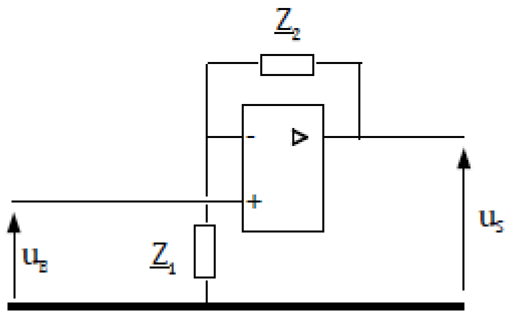


1.6. Filtres actifs

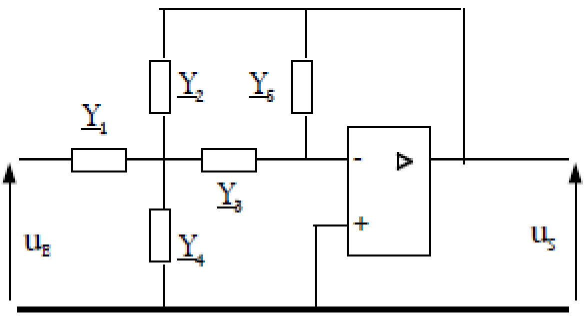
1.5.1 Filtre utilisant une contre-réaction simple

La fonction de transfert de ce filtre s'écrit:

$$\underline{T} = 1 + (\underline{Z}_2 / \underline{Z}_1)$$



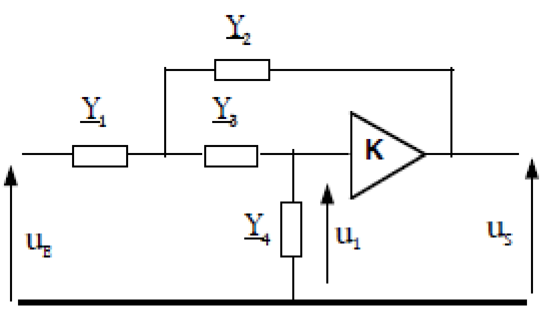
1.6.2. Filtre à contre-réaction multiple: Structure de Rauch

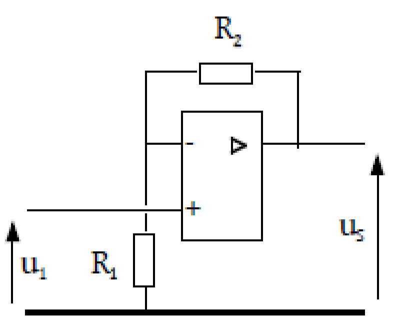


La fonction de transfert de ce filtre s'écrit:

$$T = \frac{-Y_1 Y_3}{Y_2 Y_3 + Y_5 (Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4)}$$

1.6.3 Structure de Sallen-Key



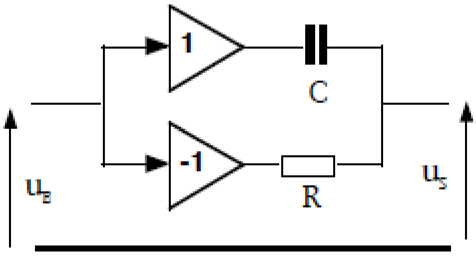


L'amplificateur de tension de gain K est réalisé par le montage de la figure de droite;
$K = 1 + (R_2 / R_1)$ pour $R_2 = R_1 \Rightarrow K = 2$

La fonction de transfert de ce filtre s'écrit:

$$T = \frac{KY_1Y_3}{(Y_1+Y_2)(Y_3+Y_4)+Y_3(Y_4-KY_2)}$$

1.6.4 Filtre déphaseur ou passe-tout



Les amplificateurs de gain +1 et -1 sont réalisés en utilisant les montages de base des amplificateurs à AOP La fonction de transfert de ce filtre s'écrit:

$$T(jx) = \frac{1-jx}{1+jx} \quad avec \quad x = \frac{\omega}{\omega_0} \quad et \quad \omega_0 = \frac{1}{RC}$$

C = 10 nF R = 1 kΩ