

## Chapitre 02 : Théorie de la Matrice S et Composants RF et Micro-ondes passifs

1. Introduction.

2. Notion des paramètres S (Scattering parameters)

3. Composants hyperfréquence

3.1 Les 1-port (dipôles)

3.1.1 Charge adaptée ( $50\Omega$ )

3.1.2 Court circuit

3.1.3 Circuit ouvert

3.1.4 Détecteur quadratique

3.2 Les 2-port (quadripôles)

3.2.1 Les 2-port réciproques

a) 2-port de déphasage

b) 2-port d'atténuation

3.2.2 Les 2-port non réciproque : le 2-port isolateur

3.3 Les n-port (multipôles)

3.3.1 Les multipôles réciproques

a) le combineur diviseur de puissance de Wilkinson

b) les coupleurs directifs

c) les Tés

3.3.2 Multipôle non réciproque : le circulateur



## 1. Introduction.

Afin de caractériser les quadripôles linéaires, il existe des paramètres bien connus : H, Y, Z, ABCD. La détermination expérimentale de ces paramètres exige des mesures en court-circuit ou circuit ouvert. Au-delà de 100MHz, la condition de circuit ouvert (impédance infinie) est difficile à réaliser. Quant à la notion de court-circuit, elle entraîne souvent des oscillations. Les mesures de paramètres S se font sur entrée et sortie adaptée ( $50 \Omega$ ) ; elles nécessitent la mesure des ondes directes et inverses. Des dispositifs appropriés permettent l'accès à ces grandeurs.

## 2. Notion des paramètres S (Scattering parameters)

Considérons un système à accès multiples (figure 2) :

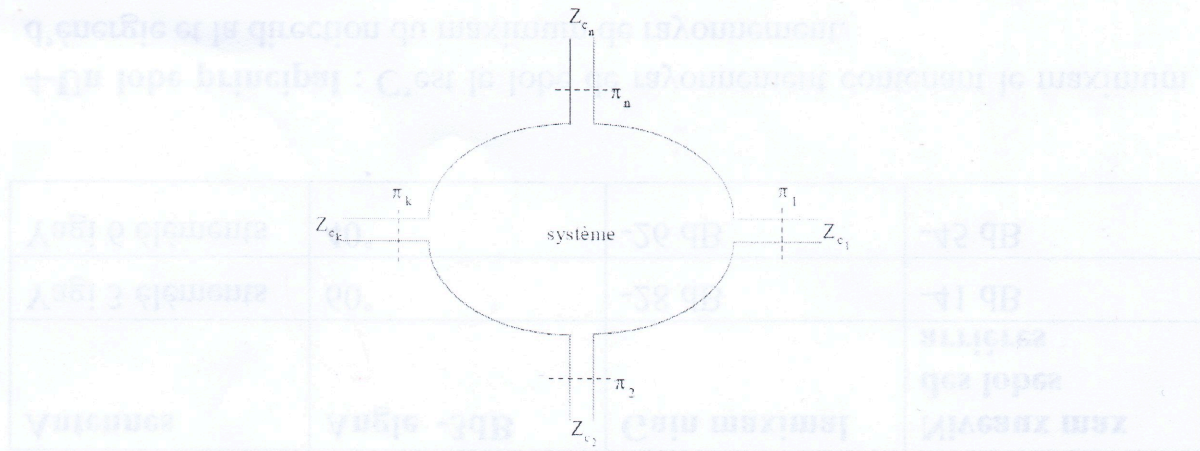


Figure 02

Sur un accès  $k$ , les tensions et les courants le long de la ligne de transmission vérifient les équations suivantes:

$$V_k(z) = V_+ e^{-\gamma z} + V_- e^{+\gamma z} = V_r + V_i$$

$$I_k(z) = I_+ e^{-\gamma z} - I_- e^{+\gamma z} = \frac{V_+}{Z_c} e^{-\gamma z} - \frac{V_-}{Z_c} e^{+\gamma z}$$

Où :  $Z_o$  est l'impédance caractéristique de la ligne de l'accès  $k$ .

$V_+$  et  $V_-$  sont, respectivement, la tension as incidente et la tension réfléchi au port  $k$ .

$I_+$  et  $I_-$  sont, respectivement, le courant incident et le courant réfléchi au port  $k$ .

La tension  $V_k(z)$  et le courant  $I_k(z)$  au port  $k$ , sont exprimés comme la superposition d'une onde incidente et une réfléchi.

L'onde incidente est caractérisée par :  $V_i = V_+ e^{-\gamma z}$  et  $I_i = \frac{V_+}{Z_c} e^{-\gamma z}$

L'onde réfléchi est caractérisée par :  $V_r = V_- e^{+\gamma z}$  et  $I_r = \frac{V_-}{Z_c} e^{+\gamma z}$

On introduit ici la notion d'onde incidente et réfléchi par la définition de :

- l'onde entrante normalisée (incidente)  $a_k = \sqrt{Z_{ck}} I_{ik}$



- l'onde sortante normalisée (réfléchie)  $b_k = \sqrt{Z_{ck}} I_{rk}$

Les paramètres  $a_k$  et  $b_k$  sont des grandeurs vectorielles (complexe : module et phase) accessibles par une mesure de puissance et une mesure de phase. Ils caractérisent complètement l'accès considéré. Nous avons donc substitué aux courants et tensions, des paramètres accessibles par des mesures de puissance et de phase.

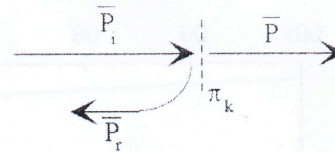
On définit la matrice de répartition  $S$  du multipôle (n-ports) qui relie les ondes réfléchies  $b_i$  aux ondes incidentes  $a_i$  par :

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \dots & S_{1n} \\ S_{21} & S_{22} & \dots & S_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{n1} & S_{n2} & \dots & S_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} \quad \text{ou bien sous la forme : } [b] = [S][a]$$

### 2.1. Remarques :

- Chacun de ces paramètres  $S_{ij}$  est un nombre complexe (module et phase).
- Ces paramètres  $S$  suffisent pour caractériser le comportement d'un réseau linéaire à n-ports (n-accès) à une fréquence spécifique. Comme les paramètres  $S$  d'un dispositif hyperfréquence varient avec la fréquence, il est nécessaire de connaître les paramètres  $S$  à chaque fréquence d'intérêt.
- La grandeur  $|a_k|^2$  représente la puissance incidente à l'entrée du réseau et la grandeur  $|b_k|^2$  représente la puissance réfléchie à l'entrée du réseau. Donc, la puissance moyenne fournie à l'accès  $k$  est exprimée par :

$$\bar{P} = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(VI^*) = \bar{P}_i - \bar{P}_r = \frac{1}{2} |a_k|^2 - \frac{1}{2} |b_k|^2$$



- La connaissance des paramètres  $S$  permet de calculer des grandeurs telles que puissance, gain, atténuation, facteur de réflexion ou impédance...
- Les paramètres  $S$  sont généralement exprimés en décibel :  $S_{ij} (dB) = 20 \log(|S_{ij}|)$ . Les paramètres  $S$  étant des rapports de tension le facteur multiplicatif est 20 et non 10.

### 2.2 Cas d'un 2-ports (quadripôle) : Considérons le 2-ports de la figure 01 :

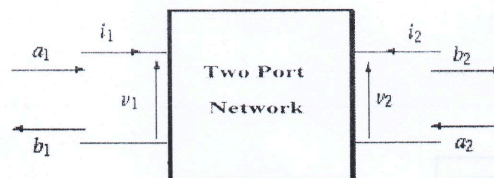


Figure 01

où  $a_1, a_2$ , représentent les ondes incidentes et  $b_1, b_2$ , les ondes réfléchis. Le système peut alors être caractérisé par les deux équations suivantes:



$$\begin{aligned} b_1 &= a_1 \cdot S_{11} + a_2 \cdot S_{12} \\ b_2 &= a_1 \cdot S_{21} + a_2 \cdot S_{22} \end{aligned} \quad \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$$

Dans le cas d'un réseau à deux ports d'accès, l'interprétation de chacun des quatre paramètres S se définit comme suit:

$$S_{11} = \left. \frac{b_1}{a_1} \right|_{a_2=0} \quad \text{Coefficient de réflexion à l'entrée lorsque la sortie est adaptée}$$

$$S_{21} = \left. \frac{b_2}{a_1} \right|_{a_2=0} \quad \text{Coefficient de transmission de l'entrée vers la sortie lorsque la sortie est adaptée}$$

$$S_{12} = \left. \frac{b_1}{a_2} \right|_{a_1=0} \quad \text{Coefficient de transmission inverse (ou } \textit{isolation} \text{) lorsque l'entrée est adaptée}$$

$$S_{22} = \left. \frac{b_2}{a_2} \right|_{a_1=0} \quad \text{Coefficient de réflexion à la sortie lorsque l'entrée est adaptée}$$

$|a_1|^2$  représente la puissance incidente à l'entrée du réseau.

$|b_1|^2$  représente la puissance réfléchie à l'entrée du réseau.

$|a_2|^2$  représente la puissance incidente à la sortie du réseau.

$|b_2|^2$  représente la puissance réfléchie à la sortie du réseau.

### 2.3. Propriétés

1) La matrice S d'un multipôle passif sans pertes, contenant des milieux isotropes ou anisotropes, est unitaire. C'est à dire que :

$${}^t[\bar{S}] [\bar{S}] = [I] \quad \text{ou} \quad {}^t[\bar{S}] [\bar{S}^*] = [I]$$

2) Un multipôle passif, avec ou sans pertes, qui ne contient que des matériaux isotropes est **Réciproque**. Cette propriété se traduit par  $S_{ij} = S_{ji}$  et donc par le fait que la matrice S soit symétrique :

$$(\bar{S}) = {}^t(\bar{S})$$

3) Un multipôle passif sans pertes et ne contenant que des matériaux isotropes est tel que :

$$(\bar{S}) (\bar{S}^*) = (I)$$



**3.1. 1-port (dipôle) :** est une boîte fermée auquel on accède par une ligne de transmission. Le plan P est considéré comme entrée du dipôle. Ce dipôle, connecté à une ligne de transmission, est un obstacle. On le caractérise par son coefficient de réflexion complexe  $\Gamma_0$  au plan P. Le coefficient de réflexion est défini par :

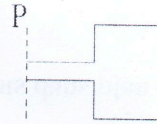
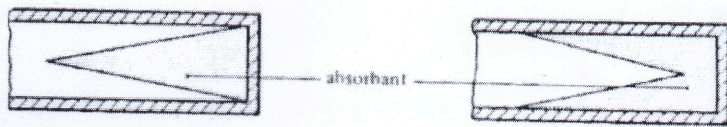


figure 02

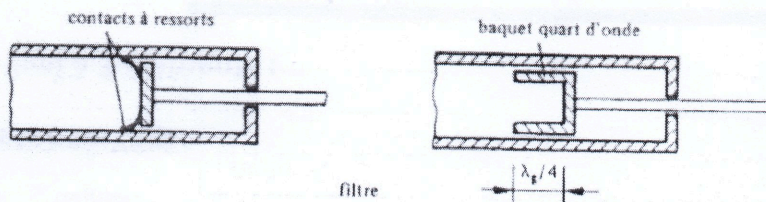
$$\Gamma_0 = \frac{V_{-0}}{V_{+0}} = |\Gamma_0| e^{i\phi}$$

**a) charge adaptée :** sert à pouvoir disposer, sur une ligne, d'une onde progressive pure. C'est à dire qu'il n'y a pas d'onde réfléchie (absorption totale de l'énergie) :  $\Gamma_0 = S_{11} = 0$



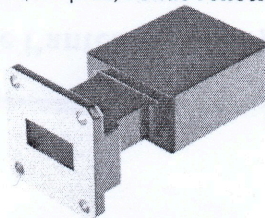
(a)

**b) court-circuit :** Un court-circuit est caractérisé par un coefficient de réflexion  $\Gamma_0 = -1$ . C'est à dire qu'il y a réflexion totale de l'énergie, mais que l'onde réfléchie est en opposition de phase avec l'onde incidente.



(b)

**c) Circuit ouvert :** Un circuit ouvert correspond à la terminaison d'une ligne de transmission. Il est caractérisé par  $\Gamma_0 = 1$ . D'où il y a réflexion totale de l'énergie et, de plus, l'onde réfléchie est en phase avec l'onde incidente.



(c)

Figure 03 : exemples des 1-port en guide d'onde

**d) Détecteurs quadratique :** Les détecteurs hyperfréquence utilisent des diodes Schottky. Ce sont des jonctions métal-semi-conducteur de très faible surface. Leur fréquence de coupure peut être très élevée (100 GHz et plus). Ces détecteurs sont montés dans des structures coaxiales ou dans des guides d'ondes. Le courant détecté est proportionnel à la puissance micro-onde reçue. On a alors une détection quadratique

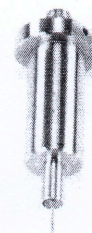
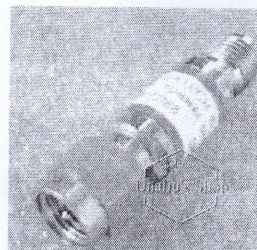
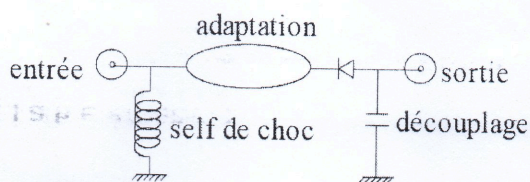


Figure 04 : schéma de principe d'un détecteur hyperfréquence



### 3.2 Les 2-port (quadripôles)

Un 2-port est un circuit quadripôles à deux accès, chacune d'elles étant reliée au quadripôle par deux pôles. Un 2-port est donc représenté par une matrice  $S$  d'ordre 2 :

#### 3.2.1 Les 2-port réciproques

##### a) 2-port de déphasage

Un déphaseur est un 2-port inséré sur une ligne qui transmet une onde incidente avec un déphasage  $\phi'$  (différent du déphasage  $\phi$  correspondant à la longueur de la ligne  $l$  occupée par le quadripôle) indépendant du sens de propagation. D'où le déphaseur est un quadripôle réciproque ( $S_{12} = S_{21}$ ). De plus, les déphaseurs sont adaptés aux deux accès. C'est à dire que les coefficients de réflexion aux deux accès sont nuls ( $S_{11} = S_{22} = 0$ ).

##### b) 2-port d'atténuation

Un atténuateur est un 2-port inséré sur une ligne qui transmet une onde incidente avec une atténuation indépendante du sens de propagation. L'atténuateur est donc un quadripôle réciproque ( $S_{12} = S_{21}$ ), adapté aux deux accès ( $S_{11} = S_{22} = 0$ ). Un atténuateur est caractérisé par le rapport, exprimé en dB, et appelé atténuation, de la puissance transmise à la puissance incidente.

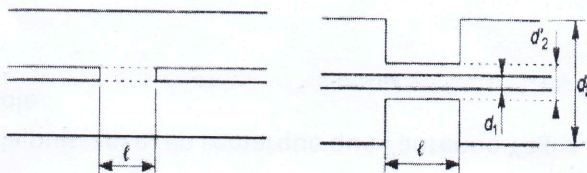


Figure 05: atténuateur coaxial avec a) tronçon central à pertes b) changement de dimensions

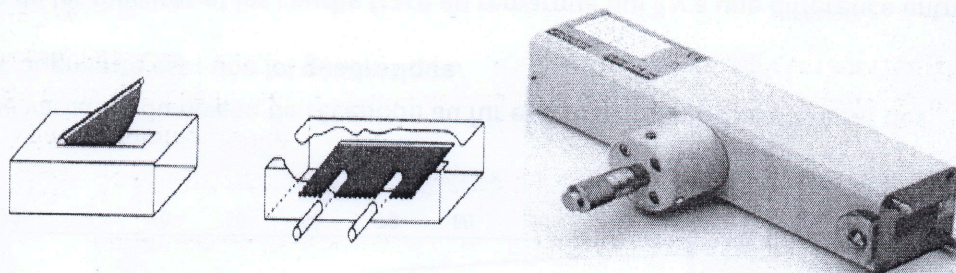


Figure 06 : atténuateur en guide d'ondes avec une lame dissipative. a) à enfoncement variable b) à position variable

#### 3.2.2 Les 2-port non réciproque : le 2-port isolateur

C'est un 2-port qui fait propager l'onde dans un sens et l'atténue fortement dans l'autre sens. L'isolateur est donc un quadripôle non-réciproque ( $S_{12} \neq S_{21}$ ). De plus les isolateurs sont d'habitude adaptés aux deux accès ( $S_{11}=S_{22}=0$ ).

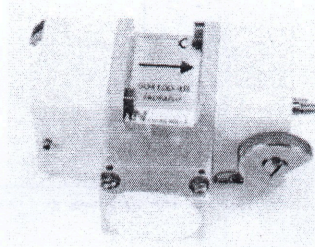
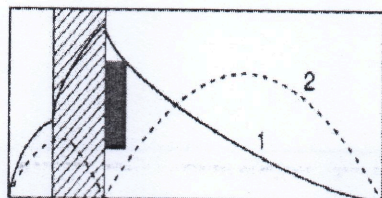


Figure 07 : isolateur à déplacement de champ (coupe transversale)



### 3.3 Les n-ports (multipôles)

Un n-port est un circuit qui est relié aux circuits extérieurs par n vois d'accès et représenté par une matrice S d'ordre n.

#### 3.3.1 Les n-ports réciproques

##### a) le combineur diviseur de puissance de Wilkinson

Un Wilkinson est un 3-port (hexapôle) adapté à ces trois accès. C'est à dire que :

Les voies d'accès (1) (2) (3) ont une impédance caractéristique  $Z_0$ ;

Les voies (1) - (2) et (1) - (3) sont reliées par des lignes  $\lambda/4$  d'impédance caractéristique  $Z_1$ ;

Les voies (2) - (3) sont reliées par une résistance  $2R_0$ .

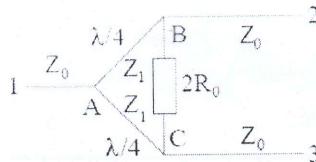
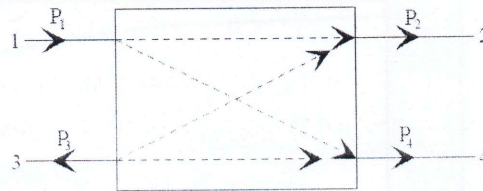


Figure 08 : le combineur diviseur de puissance de Wilkinson

##### b) les coupleurs directifs

Un coupleur directif est un 4-port (octopôle) réunissant entre elles deux paires de lignes ou de guides de telle manière que les lignes d'une même paire (1) et (3) ou (2) et (4) soient découplées.



La voie (1) ou (3) est couplée aux voies (2) et (4) et découplées de la voie (3) ou (1).

La voie (2) ou (4) est couplée aux voies (1) et (3) et découplées de la voie (4) ou (2).

Soient  $P_1$  la puissance envoyée dans la voie (1) et  $P_2, P_3, P_4$  les puissances sortant dans les Voies (2), (3) et (4) lorsqu'elles sont adaptées.

Dans le cas d'un coupleur parfait :

Les quatre accès sont adaptés :  $S_{11} = S_{22} = S_{33} = S_{44} = 0$

Les voies (1) et (3) d'une part, (2) et (4) d'autre part sont découplées :  $S_{13} = S_{31} = S_{24} = S_{42} = 0$

La transmission entre les voies situées en ligne droite est identique (directivité) :  $S_{12} = S_{21} = S_{34} = S_{43} = d = |d| e^{j\theta}$

La transmission entre les voies situées en diagonale est identique (couplage) :  $S_{14} = S_{41} = S_{32} = S_{23} = c = |c| e^{j\theta}$

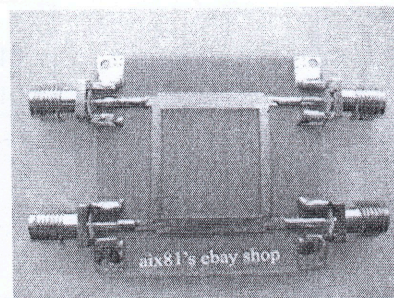
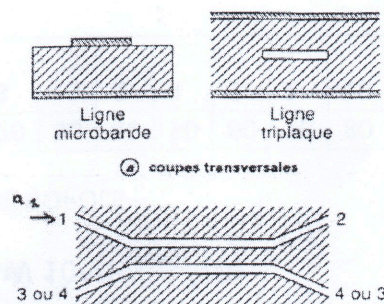


Figure 9 : Coupleur par proximité en technologie planaires