

République Algérienne Démocratique et Populaire

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

UNIVERSITE MOHAMED SEDDIK BEN YAHIA - JIJEL

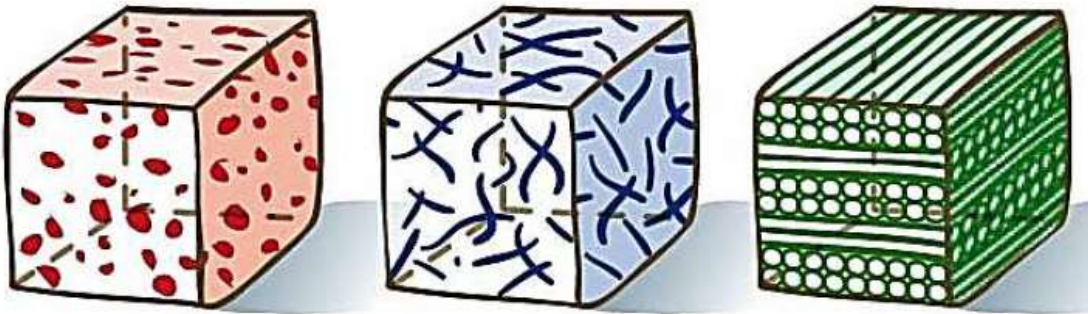
Faculté des Sciences et de Technologie

Département de Génie Mécanique



Support de Cours (Ed. 2021)

Matériaux composites



2^{ème} Année Master Construction Mécanique

Dr: DELIOU Adel

E-Mail: del032003@yahoo.fr

Un matériau composite est un assemblage d'au moins deux matériaux non miscibles. Le nouveau matériau ainsi constitué possède des propriétés que les éléments seuls ne possèdent pas. Ce phénomène, qui permet de perfectionner la qualité de la matière face à une certaine utilisation (légèreté, rigidité à un effort, etc.), explique l'utilisation croissante des matériaux composites, dans différents secteurs industriels. Néanmoins, la description fine des composites reste complexe du point de vue mécanique.

Un matériau composite est constitué d'une ossature nommée renfort qui assure la tenue mécanique et d'une protection nommée matrice qui est le plus souvent une matière plastique (résine thermoplastique ou thermodurcissable) et qui assure la cohésion de la structure et la retransmission des efforts vers le renfort. Il existe actuellement la plupart de matériaux composites qu'on classe le plus souvent en trois familles selon la nature de la matrice :

1. Les composites à matrices organiques (CMO) qui forment, de loin, les volumes principaux actuellement à l'échelle industrielle,
2. Les composites à matrices céramiques (CMC) réservés aux applications de très haute technicité et œuvrant à haute température comme le spatial, le nucléaire et le militaire, mais aussi le freinage (freins céramique)
3. Les composites à matrices métalliques (CMM).

Ce polycopié de cours aborde le comportement mécanique des matériaux composites, et présente plus nettement les procédés et les dispositifs nécessaires qui permettent d'analyser les réponses mécaniques de composites, de type pli(une couche) puis de stratifié (multicouches), à partir des caractéristiques élastiques et physiques des constituants et de leur assemblage.

Cet ouvrage est principalement inspiré des cours de matériaux composites donné par l'auteur au département de génie mécanique de l'université Mohamed Seddik Ben Yahia - Jijel .Il représente en fait l'effort de plusieurs années d'enseignement. Il est destiné aux étudiants de la spécialité génie mécanique et ceux des cursus proches tel que le génie civil, qui poursuivent des études de Master.

Le contenu de cet travail ont été engendré avec les objectifs :

1. Porter à l'étudiant de la branche les éléments essentiels pour traiter des problèmes des matériaux composites.
2. Collaborer et soutenir aux efforts de l'enseignement de cette discipline (Matériaux composites) en plaçant à la disposition de l'étudiant un document riche et pratique.
3. Exposer aux étudiants, cette matière, ses tendances ainsi que ses limites pour qu'ils enrichissent leurs connaissances dans le domaine.

Cet ouvrage est divisé en sept chapitres, le premier présente des généralités sur les matériaux composites et leurs applications. Le deuxième chapitre est consacré à la présentation des procédés d'obtention des constituants et de fabrication des composites. Dans le troisième chapitre nous avons exposé les propriétés mécaniques des composites. Nous présentons aussi dans le quatrième chapitre le comportement élastique d'un composite unidirectionnel. Le cinquième chapitre est dédié au comportement thermomécanique d'un composite unidirectionnel. Le sixième chapitre a été réservé au comportement en flexion des stratifiés composites. Dans le septième chapitre, nous avons présenté les différentes théories de la rupture et endommagement des composites.

Enfin nous terminons cet ouvrage par une bibliographie générale et nous espérons qu'il servira de référence pour les étudiants.

Le polycopié est déposé pour l'année universitaire 2021/2022 . Je tiens à remercier vivement les experts ayant accepté pour revoir le contenu de ce polycopié.

J'espère qu'il sera un bon document de cours pour tous et s'il y aura un manque ou une insuffisance dans une partie ou autre, je serai disponible pour le soulever.

Enfin nous terminons cet ouvrage par une bibliographie générale et nous espérons qu'il servira de référence pour les étudiants.

Table des matières

Avant propos	I
Table des matières	III
Chapitre 01 : Généralités sur les matériaux composites et leurs applications	
1.1. Bref Historique	1
1.2 .Définition et caractéristiques générales	1
1.3.Classification des matériaux composites	3
1.3.1.Classification selon la forme des composants	3
1.3.1.1.Composites à fibres	3
1.3.1.2. Composites à particules	4
1.3.2.Classification selon la nature des composants	4
1.4.Eléments constituant les matériaux composites	4
1. 5.La matrice	4
1.5.1. Les matrices organiques et polymères	4
1.5.1.1. Les matrices thermoplastiques	5
1.5.1.2. Les matrices thermodurcissables	5
1.5.1.3. Elastomères	5
1.5.2. Matrices minérales	5
1.5.3. Matrices métalliques	6
1.6. Les renforts	6
1.6.1. Types de renfort	7
1.6.1.1.Fibre de carbone	8
1.6.1.2.Fibre de verre	8
1.6.1.3.Fibre d'aramide (Kevlar)	8
1.6.1.4.Fibre de bore	9
1.6.1.5.Fibre de silice (ou de quartz)	9
1.6.1.6.Fibres de polyéthylène	9
1.6.2.Type de renforcement	9
1.6.2.1. Unidimensionnel	9
1.6.2.2. Bidimensionnel	10
1.6.2.3. Multidirectionnel	12
1.7.L'interface	12
1.8. Des charges et additifs	13
1.9.Avantages et inconvénients des matériaux composites	14
1.10.Domaine d'utilisation des Matériaux composites	15
1.10.1. Construction automobile	15
1.10.2. Produits aéronautiques	15
1.10.3. Produits militaires	16
1.10.4. Industrie des articles de sport et de loisir	17
1.10.5. Produits du travaux publics	17
1.11.Architecture du composite	18
1.11.1. Les monocouches	18
1.11.2. Les stratifiées	18
1.11.3. Les sandwiches	19
Chapitre2:Procédés d'obtention des constituants et de fabrication des composites	
2.1. Introduction	20
2.2. Les renforts	20
2.2.1. Obtention de fibre de verre	20

2.2.2. Obtention de fibres de carbone	23
2.2.3. Fibres d'aramides	24
2.2.4. Élaboration des fibres de bore	25
2.2.5. Fibres céramiques	25
2.2.6. Autres types de fibres	26
2.3. Matrices organiques et polymères	27
2.3.1. Les thermoplastiques	27
2.3.2. Les thermodurcissables	28
2.3.3. Résines thermostables	29
2.4. Procédés de fabrication	29
2.4.1. Moulage au contact	31
2.4.2. Moulage par projection simultanée	31
2.4.3. Enroulement filamentaire (ou bobinage)	32
2.4.4. Moulage par pultrusion	32
2.4.5. Moulage par compression	33
2.4.5.1. Moulage par injection de résine	33
2.4.5.2. Moulage par compression à froid	33
2.4.5.3. Moulage par compression à chaud	34
2.4.6. Moulage par injection	34
2.4.7. Drapage de pré imprégné	35
Chapitre 3: Propriétés mécaniques des composites	
3.1. Introduction	37
3.2. Notion de volume élémentaire représentatif	37
3.3. Loi des mélanges – Propriétés Mécaniques du Pli	37
3.3.1. Proportions des constituants - Fractions volumiques et massiques	37
3.3.2. Evaluation des constantes élastiques d'un pli unidirectionnel	39
3.3.2.1. Module d'élasticité longitudinal du composite unidirectionnel	40
3.3.2.2. Module d'élasticité dans le sens transversal du composite unidirectionnel	42
3.3.2.3. Coefficient de Poisson	44
3.3.2.4. Module de cisaillement transversal (Module de Coulomb)	45
3.3.3. Evaluation des constantes élastiques d'un pli tissé	46
3.3.4. Evaluation des constantes élastiques du pli chargé avec des mats	47
3.3.4.1. Composites à fibres courtes alignées	48
3.3.4.2. Composites à fibres courtes d'orientation aléatoire	49
Chapitre 4 : Comportement élastique d'un composite unidirectionnel	
4.1. introduction	51
4.2. Généralités sur le comportement élastique du matériau composite	51
4.3. Divers degrés de symétrie matérielle des matériaux composites	53
4.3.1. Matériau monoclinique	54
4.3.2. Matériaux orthotropes	54
4.3.3. Matériau isotrope transverse (unidirectionnel)	55
4.3.4. Matériaux isotropes	56
4.4. Loi de comportement dans le plan d'un composite unidirectionnel par rapport aux axes naturels	57
4.4.1. Comportement en souplesse	57

4.4.2. Comportement en rigidité	58
4.5. Loi de comportement d'un pli par rapport à un système quelconque	59
4.6. Théorie classique d'un stratifié composite	62
4.6.1. Expression du champ des contraintes	65
4.6.2. Résultants en membrane	66
Chapitre 5: Comportement thermomécanique d'un composite unidirectionnel	
5.1. Introduction	69
5.2. Les coefficients de dilatation thermique dans le sens long et travers	69
5.3. Loi de comportement thermomécanique globale d'un pli unidirectionnel	70
5.4. Loi de comportement thermomécanique d'un pli hors des axes d'orthotropie	70
5.5. Comportement thermomécanique des stratifiés	71
Chapitre 6 : Comportement en flexion des Stratifiés composites	
6.1. Flexion des plaques minces (hypothèses de Kirchhoff)	74
6.2. Flexion des plaque épaisses avec cisaillement transverse	75
6.2.1. Théorie de Hencky- Mindlin (prise en compte du cisaillement transverse)	75
6.2.2. Loi de comportement au niveau du stratifié multicouches	79
6.3. Flexion des plaques sandwichs	80
6.3.1. Introduction	80
6.3.2. Hypothèses des plaques sandwichs	81
6.3.3. Loi de comportement globale des plaques sandwichs avec peaux stratifiées	84
Chapitre 7: Rupture et endommagement des composites	
7.1. Introduction	87
7.2. Endommagement des composites et moyen de contrôle	88
7.2.1. Les ultrasons	88
7.2.2. Emission acoustique	89
7.2.3. La radiographie	89
7.2.4. La thermographie	90
7.2.5. L'inspection sous vide	91
7.2.6. Le contrôle destructif	91
7.3. Critères de rupture	92
7.3.1. Critère de rupture classique	92
7.3.1.1. Critère de la contrainte maximale	92
7.3.1.2. Critère de la déformation maximale	95
7.3.2. Critère de rupture interactifs	96
7.3.2. 1. Critère de rupture de Hill	96
7.3.2. 2. Critère de Tsai-Hill	97
7.3.2. 3. Critère de Norris	97
7.3.2. 4. Critère d'Ashkenazi	98
7.3.2. 5. Critère de Fisher	98
7.3.2. 6. Critère de Tsai-Wu	99
Références bibliographiques	101

1.1. Bref historique

Parmi les premiers matériaux composites fabriqués par l'homme on trouve notamment [1] :

- le bois et le torchis (mélange de terre argileuse et de paille) considérés comme les premiers matériaux composites de l'histoire. Le torchis était le matériau de construction des habitations. Les Celtes l'utilisaient principalement pour la construction des murs de leurs maisons en raison de son faible coût et de ses propriétés isolantes (inertie et accumulation thermique : chaleur en hiver et fraîcheur en été). Le torchis était composé d'une matrice plastique (la terre) et de renforts (les fibres végétales).
- les briques d'argile auxquelles les anciens Egyptiens ajoutaient de la paille pour améliorer leur solidité.
- les poteries auxquelles les Incas ajoutaient des fibres végétales pour les renforcer.
- la glace des igloos à laquelle, les Esquimaux incorporent aujourd'hui encore de la mousse pour la rendre moins cassante et plus façonnable
- les arcs Mongols dont l'âme en bois était contrecollée de corne sur sa face interne et de tendon au dos.
- les sabres traditionnels des Japonais dont le procédé de fabrication (dosage de fer et de carbone, martèlement et pliage) utilisé par les forgerons leur conférait une résistance et une souplesse remarquables.
- l'imperméable avec du caoutchouc sur des tissus inventé en 1823 par Charles Macintosh.
- le béton armé inventé en 1892 par François Hennebique.
- le premier composite à fibre de verre en 1942.

1.2.Définition et caractéristiques générales

Un matériau composite peut être défini comme l'assemblage de deux ou plusieurs matériaux, l'assemblage final ayant des propriétés supérieures aux propriétés de chacun des matériaux constitutifs[3]. On appelle maintenant de façon courante matériaux composites des arrangements de renforts (appelés aussi charges) qui sont noyés dans une matrice. Un matériau composite consiste dans le cas le plus général d'une ou plusieurs phases discontinues

de natures différentes appelée le renfort ou bien matériau renforçant et une phase continue appelée la matrice.

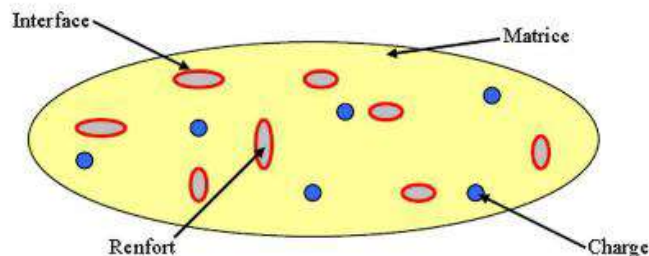


Fig.1.1 : Représentation schématique d'un matériau composite [4]

Le renfort assure souvent la tenue mécanique dans un composite, il forme le squelette, ou encore l'armature du composite. Il a pour fonction d'endosser l'essentiel de l'effort mécanique appliqué au matériau composite, alors que la matrice assure la liaison des renforts entre eux, leur protection du milieu extérieur, la répartition de la charge mécanique au sein du matériau, la cohésion et le transfert des efforts vers le renfort [5]

Il existe plusieurs types de matériaux composites. Cependant, deux grandes familles se distinguent en fonction des caractéristiques de la matrice et des renforts :

Les *composites de grande diffusion* (GD), qui sont peu dispendieux et occupent une grande part du marché. Ils représentent 95 % des matériaux composites utilisés. En général, ce sont des plastiques armés ou des plastiques renforcés dont le taux volumique de renfort avoisine 30 %.

Les principaux constituants de base sont les résines polyester (résines thermodurcissables) avec des fibres de verre. Les demandeurs les plus importants sont l'industrie des transports (Automobile, ferroviaire) et la construction électrique, destinés à des fabrications en grande série, souvent très automatisés.

- Les *composites à hautes performances* (HP), qui se trouvent le plus souvent renforcés par des fibres de carbone ou d'aramide, et sont surtout réservés à des secteurs de forte valeur ajoutée comme le secteur médical, l'aéronautique, les sports et les loisirs.

1.3. Classification des matériaux composites

Les matériaux composites sont classés en trois grandes familles en fonction de la nature des constituants et en deux familles selon la forme des constituants.

1.3.1. Classification selon la forme des composants

Les matériaux composites sont classés en deux grandes classes[6-7]:

- Les matériaux composites à fibres.
- Les matériaux composites à particules.

1.3.1.1. Composites à fibres

Dans ce cas de composite, le renfort se trouve sous forme de fibres, ces dernières se présentent soit sous forme de fibres continues (longues) ou discontinues (fibres courtes, coupées), ...etc. L'arrangement des fibres et leur orientation permettent de moduler les propriétés mécaniques des matériaux composites MC, pour obtenir des matériaux fortement anisotropes à des matériaux isotropes dans un plan.

Le concepteur dans ce cas possède un matériau qu'il peut modifier ses caractéristiques en jouant sur : la nature des constituants, la proportion des constituants, l'orientation des fibres et le cahier de charges imposées, etc.

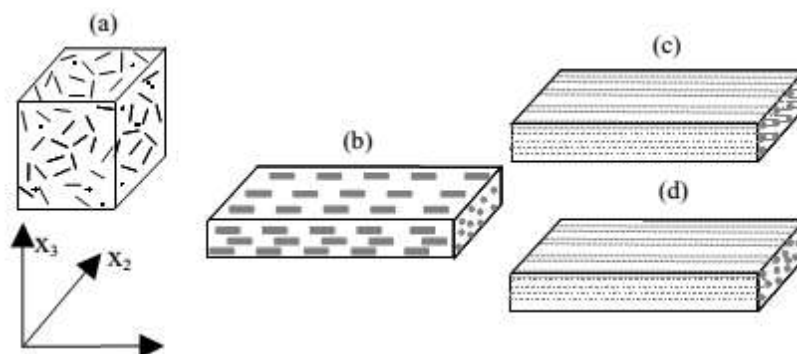


Fig. 1.2: Matériaux composites à fibres

1.3.1.2. Composites à particules

Un matériau composite est dit composite à particules si le renfort se trouve sous forme de particules. Une particule, par opposition aux fibres ne possède pas de dimension privilégiée. Les particules sont utilisées généralement pour améliorer certaines propriétés des

matériaux ou des matrices : rigidité, tenue à la température, résistance à l'abrasion, diminution du retrait...etc. Mais dans plusieurs cas, les particules sont utilisées comme charges pour réduire

les coûts des matériaux, sans altérer aux caractéristiques de ces derniers.

1.3.2.Classification selon la nature des composants

Selon la nature des matrices, les MC sont classés comme[8] :

- Des composites à matrice organique.
- Des composites à matrices minérales.
- Des composites à matrices métalliques.

1.4.Eléments constituant les matériaux composites

Un matériau composite est constitué de :

- **Une matrice** : son rôle est de lier les fibres constituant le renfort, répartir les efforts, et assurer la protection chimique. Par définition, c'est un polymère ou une résine organique.
- **Un renfort** : constitué de fibres, considéré comme l'armature, ou le squelette de la structure à laquelle il assure la tenue mécanique (résistance à la traction et rigidité). Il est souvent de nature filamenteuse (des fibres organiques ou non organiques).
- Il existe **une interface** qui assure la compatibilité renfort-matrice et qui transmet les contraintes de l'un à l'autre sans déplacement relatif.

Des charges et additifs: sont ajoutés au composite afin de lui conférer de nouvelles propriétés et, ainsi, de lui permettre de remplir davantage de fonctions techniques. De manière générale, les charges et additifs jouent un rôle essentiel dans l'obtention des propriétés des polymères, qu'ils soient utilisés seuls ou comme matrices de composites.

1.5. La matrice

1.5.1. Les matrices organiques et polymères

Les résines polymères les plus employées dans les matériaux composites sont les résines thermodurcissables (TD) et les résines thermoplastiques (TP). La structure des matrices thermoplastiques (TP) se présente sous forme de chaînes linéaires, il faut les chauffer pour les mettre en forme (les chaînes se plient alors), et les refroidir pour les fixer (les chaînes se bloquent), cette opération est réversible. La structure des matrices thermodurcissables (TD)

a la forme d'un réseau tridimensionnel qui se ponte (double liaison de polymérisation) pour durcir en forme de façon définitive, lors d'un échauffement, la transformation est donc irréversible.

1.5.1.1. Les matrices thermoplastiques

Les polymères utilisés sont essentiellement des thermoplastiques techniques qui présentent à l'état vierge de bonnes caractéristiques mécaniques. Un renforcement, à l'aide de fibres et de charges, leur confère des tenues thermiques et mécaniques améliorées et une bonne stabilité dimensionnelle[7].

1.5.1.2. Les matrices thermodurcissables

Les thermodurcissables ou les thermodurs sont des polymères qui ne peuvent être mis en forme qu'une seule fois, mais possèdent des propriétés mécaniques et thermomécaniques élevées par rapport aux thermoplastiques[9]. On retrouve dans cette famille les polyesters insaturés (vinyle ester, les dérivés allyliques, les polyesters condensés, etc.), les résines époxydes, les résines de condensation (les phénoliques, les aminoplastes,...etc.).

1.5.1.3. Elastomères

Les élastomères sont des matières réticulées d'une manière incomplète. Le degré de réticulation est faible à la différence des thermodurcissables. Les pontages permettent aux macromolécules de revenir en place plus ou moins rapidement après une déformation sous contraintes. C'est la propriété fondamentale des élastomères.

1.5.2. Matrices céramiques

Beaucoup moins répandus que leurs homologues à matrice organique en raison d'un coût élevé, les composites à matrices céramiques CMC s'adressent aux applications à très haute température. Ils sont principalement utilisés dans l'industrie spatiale et l'aéronautique militaire, ainsi que pour la conception d'organes haut de gamme comme des disques ou plaquettes de freins. Les céramiques possèdent de nombreux atouts pour de telles applications : elles peuvent résister à des températures très élevées, sont plus légères que de nombreux métaux, et présentent une bonne stabilité chimique. Malheureusement, leur grande fragilité limite fortement leur domaine d'utilisation.

1.5.3. Matrices métalliques

Ces matrices ont été développées pour améliorer certaines caractéristiques des métaux et pour répondre à certains inconvénients des composites à matrices organiques (température d'utilisation limitée, vieillissement, etc.). Le renforcement des métaux et de leurs alliages par des fibres permet une amélioration de la rigidité, de la résistance mécanique et la tenue à la fatigue. Les matrices métalliques sont des d'alliages d'aluminium, de magnésium, de titan, de zinc ou de nickel. Ces matrices sont renforcées par des fibres de carbone, de carbure de silicium, d'alumine ou de bore. Ces composites présentent des caractéristiques mécaniques élevées et les conservent jusqu'à des hautes températures (400°C pour la matrice d'aluminium).

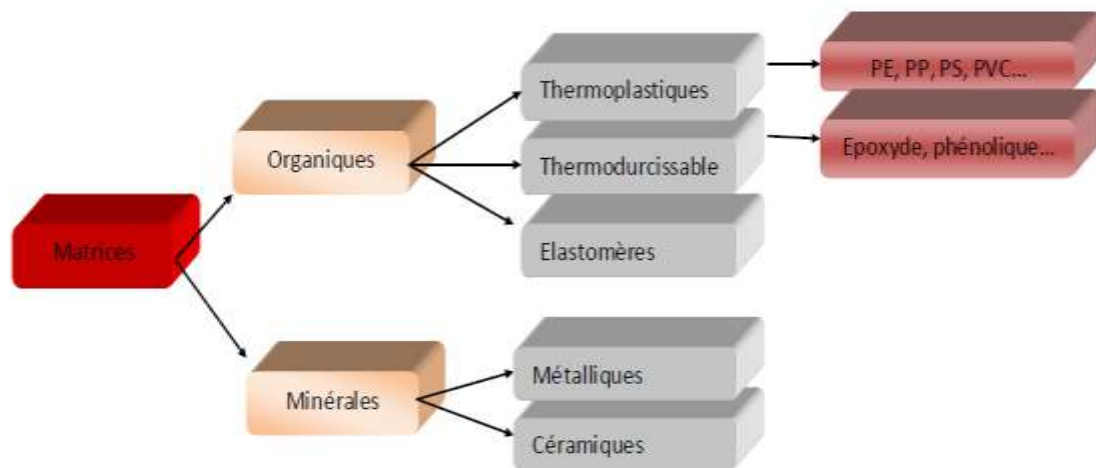


Fig. 1.3: Différents types de matrice[10]

1.6..Les renforts

C'est le principal porteur constitutif dans le matériau composite, il représente la phase discontinue d'un matériau composite, présent sous forme de particules ou de fibres (fibres de verre, fibres de carbone, fibres d'aramides...etc.), ainsi que les fibres végétales (lin, coton, farine de bois, farine de grignon d'olive...etc.) , il confère aux composites leurs caractéristiques mécaniques : rigidité, dureté...etc. Ces renforts permettent également d'améliorer certaines des propriétés physiques : comportement thermique, propriétés électriques,...etc.

Le renfort apporte au composite ses performances mécaniques élevées, tandis que la matrice a pour rôle de transmettre les sollicitations mécaniques extérieur et de protéger les fibres vis-à-vis des agressions extérieures.

Les caractéristiques recherchées pour les renforts sont :

- Des propriétés mécaniques élevées,
- Une masse volumique faible,
- Une bonne compatibilité avec les résines,
- Une facilité de mise en œuvre,
- Un faible coût.

Les renforts peuvent être classés en fonction de leur utilisation suivant leurs origines en renfort d'origine organique ou minéral.

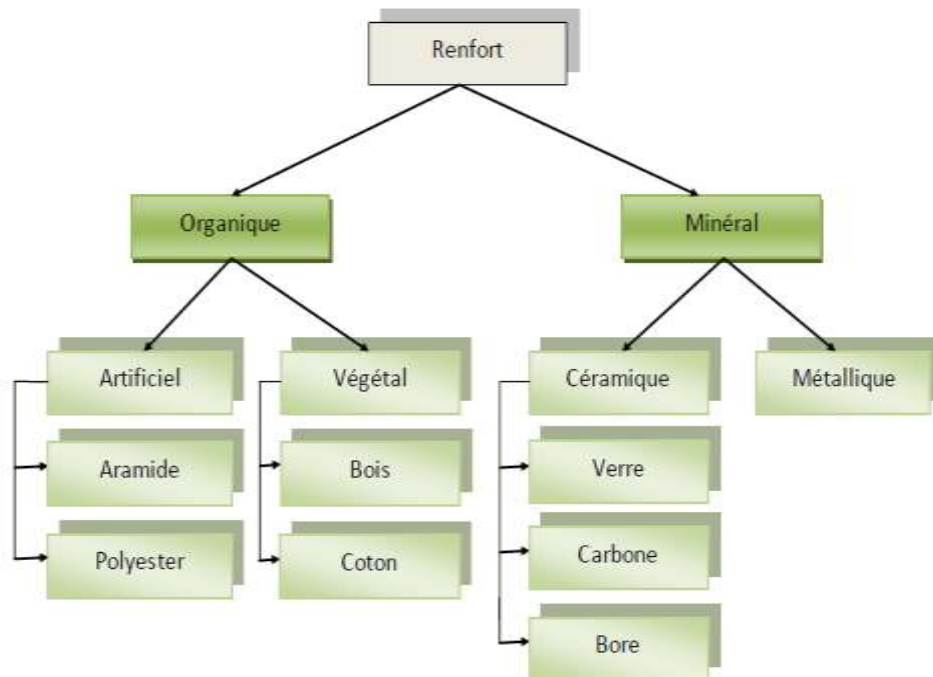


Fig. 1.4: Les différents types de renfort de base.

1.6.1. Types de renfort

On distingue plusieurs natures de fibres

1.6.1.1.Fibre de carbone

C'est la fibre la plus utilisées dans les applications hautes performances. Elle est obtenue par carbonisation de la fibre de PAN (Polyacrylonitrile). Selon la température de combustion, on distingue deux types de fibres :

- Fibres haute résistance (HR) : pour une combustion de 1000 à 1500 °C ;
- Fibres haut module (HM) : pour une température de combustion de 1800 à 2000 °C.

1.6.1.2.Fibre de verre

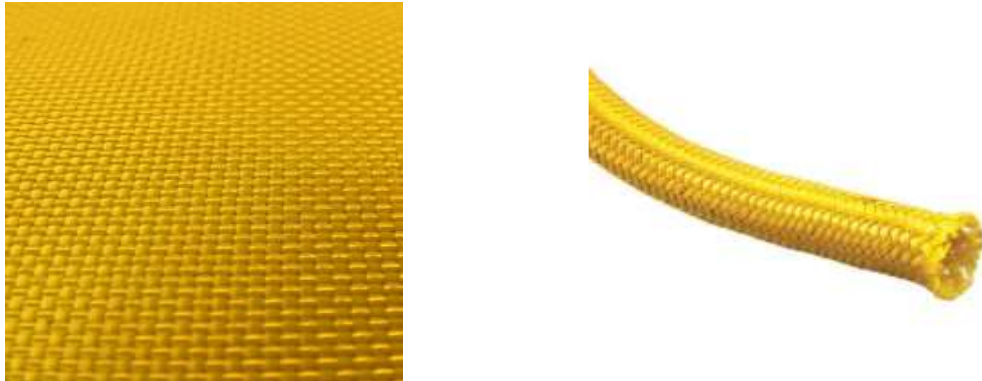
Elle constitue le renfort essentiel des composites à grande diffusion. Elle est obtenue à partir de sable (silice) et d'additifs (alumine, carbonate de chaux, magnésie, oxyde de bore). Selon la composition chimique des matières premières, on distingue plusieurs types de fibres tels que :

- E : pour les composites de grande diffusion et les applications courantes ;
- R : pour les composites hautes performances ;
- D : pour la fabrication de circuits imprimés (propriétés diélectriques).

1.6.1.3.Fibre d'aramide (Kevlar)

Les fibres d'aramide ont de bonnes propriétés mécaniques en traction et bonne résistance aux chocs (excellente absorption des vibrations) et à l'abrasion, au feu et à la chaleur (Leur dilatation thermique est nulle), aux solvants organiques (exemple : carburants). Leur masse volumique est faible. Leurs inconvénients sont un mauvais comportement en compression, usinabilité délicate : grande difficulté à couper (résistance au cisaillement) ou à usiner, reprise d'humidité importante, sensibilité aux rayons ultraviolets, prix élevé. Les aramides sont utilisés dans de nombreuses applications à haute technologie dans l'aéronautique, l'aérospatiale, la construction navale, le secteur militaire pour fabriquer par exemple des gilets pare-balles ou des casques. Il est possible de trouver deux types de fibres d'aramide de rigidités différentes (Figure 1.5) :

- La fibre basse module : utilisées pour les câbles et les gilets pare-balles
- La fibre haute module : employées dans le renforcement pour les composites hautes performances.



Fibre d'aramide Tissée en toile ou taffetas Gaine isolante tressée en fibre d'aramide

Fig.1.5: Fibre d'aramide (Kevlar)

1.6.1.4.Fibre de bore

Fibres de haut module et insensibles à l'oxydation à hautes températures, elles sont obtenues par dépôt en phase gazeuse sur un substrat en tungstène.

1.6.1.5.Fibre de silice (ou de quartz)

Elles sont produites comme le verre, par fusion, et sont essentiellement utilisées pour leur haute tenue chimique et thermique dans les tuyères pour moteur de fusée.

1.6.1.6.Fibres de polyéthylène

de haut module Elles présentent une très bonne résistance à la traction mais une mauvaise mouillabilité. Pour des structures peu sollicitées, on peut encore utiliser des fibres synthétiques courantes de polyamide ou polyester.

1.6.2.Type de renforcement

L'assemblage des fibres utilisées lors de la fabrication du matériau constitue le « renfort » ; celui-ci peut être :

1.6.2.1.Unidimensionnel

Fibres unidirectionnelles, c'est-à-dire orientées suivant une même direction de l'espace. Elles peuvent se présenter sous deux formes :

- sans liaison particulière (roving) ;
- reliées par un fil (nappes).

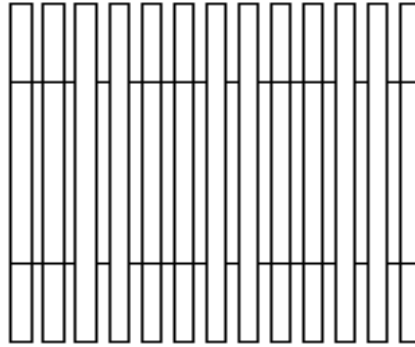


Fig.1.6: Armure unidirectionnelle

1.6.2.2. Bidimensionnel

surfaces tissées (tissus), ou non tissées.

Les tissus : les tissus sont constitués par des fibres disposées suivant deux directions perpendiculaires:

- une direction dite de chaîne répartie dans un plan suivant la longueur du tissu,
- une direction dite de trame s'entrecroisant avec les fils de chaîne.

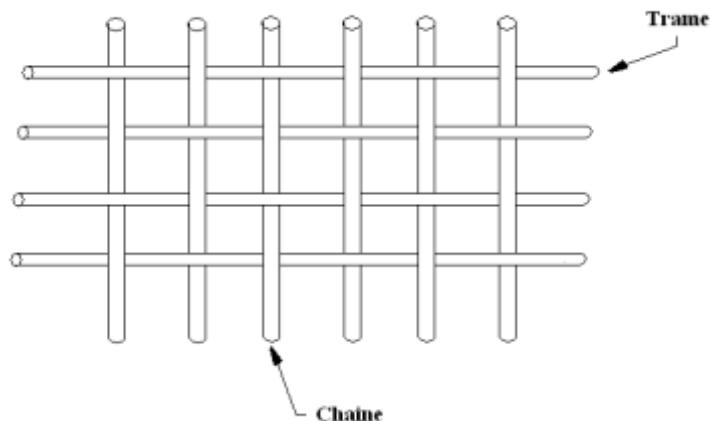


Fig.1.7: Chaîne et trame d'un tissu.

Les tissus diffèrent par le type de fils utilisés (fils simples, mèches ...etc.), donc par la masse linéique des fils, et par le mode de trame. La figure 1-8 illustre les armures classiques utilisées: toile ou taffetas, satin, serge, armure haut module et armure unidirectionnelle.

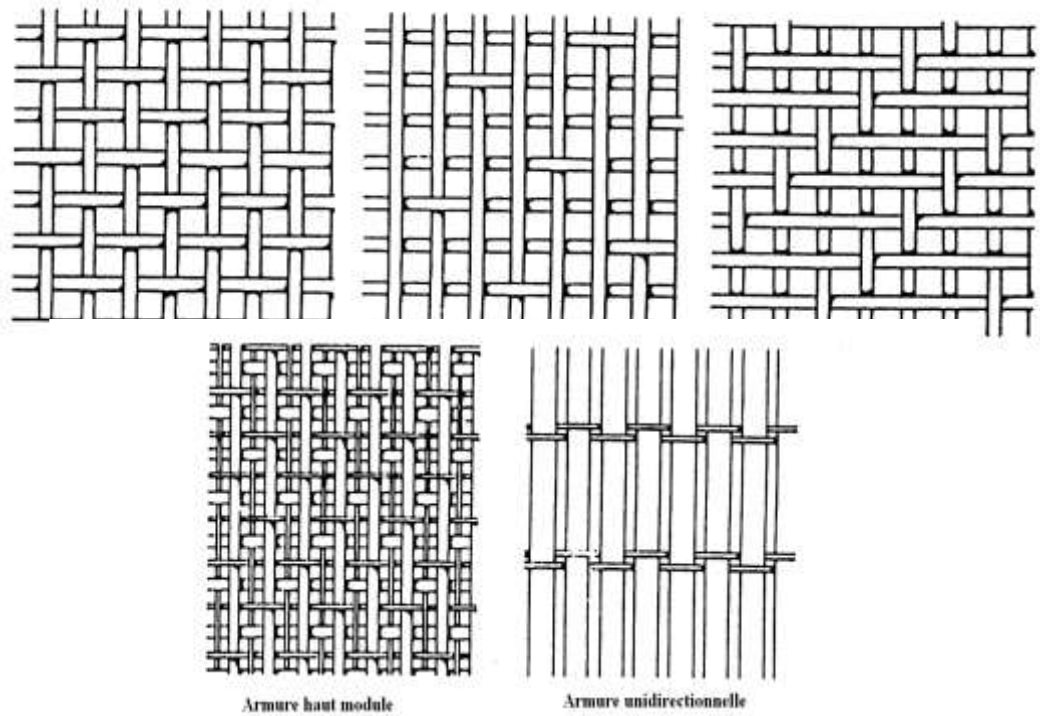


Fig.1.8: Les principaux types d'armures utilisés pour le maillage des tissus.

Les mâts

Les mats sont des nappes de fils continus ou discontinus, disposés dans un plan sans aucune orientation préférentielle. Ils sont maintenus ensemble par un liant soluble ou non dans les résines, suivant la mise en œuvre.



(a) mats à fil continu



(b) Natte des mats[4]

Fig.1.9: Les mâts

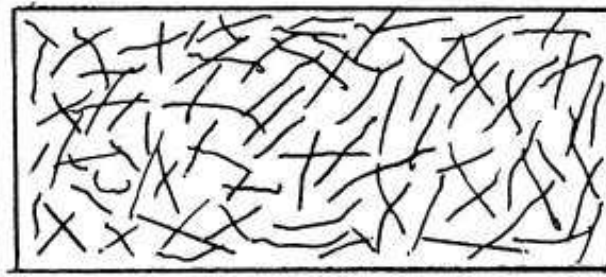


Fig. 1.10: Mâts à fils coupés

1.6.2.3. Multidirectionnel

Volumes préformés ou non, constitués par des fibres orientées suivant plusieurs directions (>2) de l'espace (appelés quelquefois « tissus multidimensionnels »).

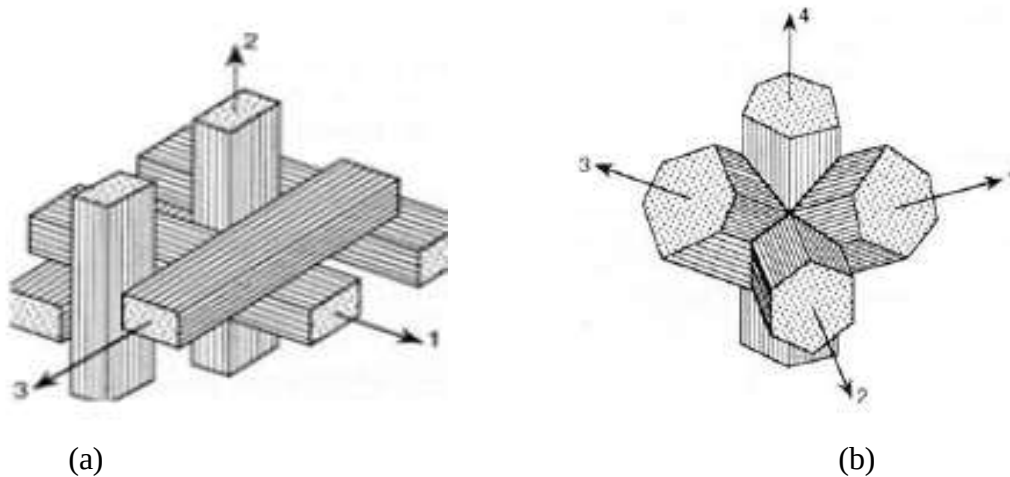


Fig. 1.11: a: Tissage 3D orthogonal b: Tissage 4D

1.7. L'interface

Les propriétés d'un matériau composite résultent des propriétés de ses constituants. Les bonnes qualités des constituants ne suffisent pas pour obtenir un composite, cependant une bonne interface qui assure la compatibilité renfort matrice est indispensable.

En effet la résine doit transmettre régulièrement et presque intégralement aux fibres les efforts supportés par le matériau, ce qui nécessite une bonne mouillabilité de la fibre dans la résine.

La mouillabilité caractérise la relation physique d'un liquide en contact avec un solide, elle dépend d'une adhésion fibre résine.

Il y a deux types principaux d'adhésion :

- L'adhésion physico-chimique : qui est un assemblage par liaisons intermoléculaires entre des éléments de la résine et de la fibre telle que cette adhésion peut être expliquée par la

diffusion mutuelle des molécules des plans superficiels de la fibre et de la résine, ou bien par la création des liaisons de type électrostatique par polarité des groupements négatifs et positifs de part et d'autre des constituants.

- L'adhésion mécanique : elle est définie par un accrochage de la résine dans les aspérités existant, ou créées spécialement à la surface de la fibre. Dans le cas d'un mauvais mouillage de la fibre, la résine n'imprègne pas toutes les aspérités et crée à certains endroits des défauts par rétention d'air après sa polymérisation.

1.8. Des charges et additifs

"Certains produits" peuvent être imprégnés dans une résine pour lui conférer des caractéristiques particulières ou en réduire le coût, ces produits sont les charges, renforçantes ou non renforçantes.

L'objet de l'incorporation de charges renforçantes est d'améliorer les caractéristiques mécaniques de la résine. Elles peuvent être classées suivant leur forme géométrique en:

a) *Charges sphériques*: Se présentent sous forme de sphères, appelées généralement microbilles, pleines ou creuses avec un diamètre généralement compris entre 10 et 15 μ m.

Elles peuvent être en verre, en carbone ou en matière organique. Leur intérêt essentiel réside dans la forme sphérique qui évite les concentrations de contraintes et par conséquent diminue la susceptibilité à la fissuration de la matrice par rapport à des charges non sphériques.

b) *Charges non sphériques*: Le mica est le matériau le plus utilisé. Il est incorporé sous forme d'écailles de dimensions transversales de 100 à 500 μ m et d'épaisseur de 1 à 20 μ m.

Les charges renforçantes ont pour rôle de diminuer le coût des résines en conservant leurs performances et/ou améliorer certaines de leurs propriétés.

Ces Charges augmentent la rigidité de la matrice si elles sont plus rigides que la résine qui la compose, en particulier pour les composites à fibre de verre ou de carbone.

Les additifs se trouvent en faible quantité (quelques % et moins) et interviennent comme :

- lubrifiants et agents de démoulage,
- pigments et colorants,
- agents anti-retrait,
- agents anti-ultraviolets.

1.9. Avantages et inconvénients des matériaux composites

Les matériaux composites apportent de nombreux avantages fonctionnels:

- légèreté,
- résistance mécanique et chimique,
- maintenance réduite,
- liberté de formes.

Les matériaux composites permettent :

- D'augmenter la durée de vie des équipements grâce à leurs propriétés mécaniques (rigidité, résistance à la fatigue), mais aussi grâce à leurs propriétés chimiques (résistance à la corrosion).
- Un renforcement de la sécurité grâce à une meilleure tenue aux chocs et au feu.
- D'offrir une meilleure isolation thermique ou phonique et, pour certains d'entre eux, une bonne isolation électrique.
- Un enrichissement aussi des possibilités de conception en permettant d'alléger des structures et de réaliser des formes complexes, aptes à remplir plusieurs fonctions.

Inconvénients qui freinent leur diffusion :

- Les coûts des matières premières et des procédés de fabrication.
- La gestion des déchets engendrés et la réglementation de plus en plus stricte.

L'industrie des matériaux composites doit donc aujourd'hui relever certains défis tels que :

- La maîtrise des émanations de produits organiques volatiles, par exemple le styrène.
- La maîtrise des procédés de transformations et des performances des matériaux qui sous entend une très bonne connaissance des constituants mis en place.
- La mise en place de technologies et des filières pour la gestion des déchets en fin de vie qui est la partie la plus difficile à satisfaire en raison du caractère thermostable de la plupart des composites.

De plus, dans ce dernier point, le recyclage est actuellement très limité parce que le broyage ou les autres procédés sont très coûteux et fournissent une matière de faible qualité. Ces quelques inconvénients et défis à relever, ont poussé les chercheurs et les pouvoirs publics à investir et orienter les recherches vers les ressources renouvelables et biodégradables des fibres.

1.10.Domainses d'utilisations des Matériaux composites

Les matériaux composites de nos jours prennent une place prépondérante dans différents Domaines à cause de leur simplicité d'élaboration, leur légèreté ainsi que leurs caractéristiques mécaniques. Contrairement aux matériaux classiques qui présentent des caractéristiques mécaniques intrinsèques. Les matériaux composites peuvent répondre aux exigences des différents types de contraintes à partir d'une élaboration et d'un choix judicieux de matrice et de renfort, et ceci, dans différents domaines. Les matériaux composites ont été introduits progressivement dans les automobiles, à la suite des matériaux polymères dont certains sont utilisés comme matrices. De nos jours, les matériaux composites ont pris une place importante dans divers domaines aéronautique, transport, bâtiment, loisirs...etc. Du point de vue écologique, les fibres naturelles utilisées comme renforts dans les composites prennent une place croissante et sont de nouveau d'actualité.

1.10.1. Construction automobile

L'utilisation des composites dans le secteur automobile remonte à des origines relativement anciennes (fin des années 1980), mais ne s'est généralisé que très récemment, chez les grands constructeurs étrangers (Volvo, Mercedes) pour développer des coffres et hayons. La société LOHEAC de transports routiers [11]a pu réduire substantiellement sa consommation de carburant grâce à l'économie du poids obtenue en remplaçant les cabines conventionnelles de ses tracteurs par de nouveaux éléments moulés en une seule pièce renforcés de fibre à haute résistance. Les composites sont choisis pour la conception de ressorts à lames. Ce sont des pièces de suspension routières très sollicitées, utilisées par les véhicules de gros tonnage et dont la lame secondaire, assurant 80% de la fonction suspension en évitant des ruptures brutales.

1.10.2. Produits aéronautiques

La principale motivation dans l'utilisation des matériaux composites pour la réalisation des structures aéronautiques est essentiellement le gain de masse apporté tout en conservant d'excellentes caractéristiques mécaniques, figure (1.12).

Les matériaux composites présentent aussi un quasi insensibilité à la fatigue, en comparaison aux matériaux métalliques qui nécessitent une maintenance et un suivi régulier de la propagation des fissures. Ils ne sont pas aussi sujets à la corrosion, mais ils nécessitent une

bonne isolation électrique lors des assemblages avec des pièces en alliages légers entre le composite et le métal pour éviter la corrosion galvanique de l'aluminium (si la fibre de renfort est en carbone par exemple). Les techniques de fabrication utilisées permettent l'obtention de formes complexes directement par moulage avec possibilité de réaliser en une seule pièce un ensemble, figure (1.13), qui réalisé en métallique, nécessite plusieurs sous éléments. Ceci permet de réduire les coûts d'assemblage de façon importante.

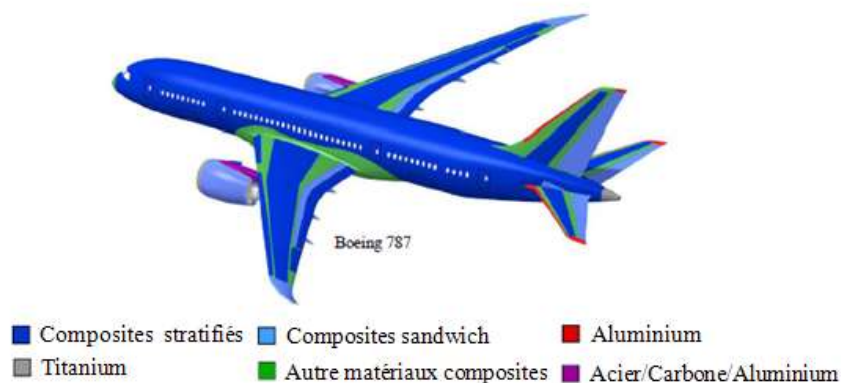


Fig. 1.12:Composites sur des structures d'aéronefs- Boeing 787(Source Boeing).

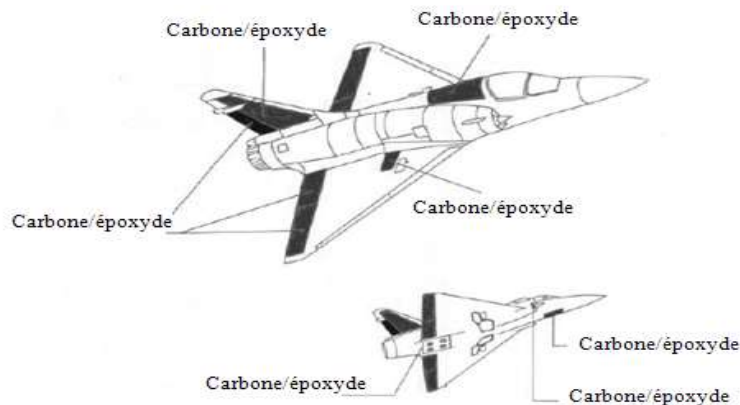


Fig.1.13:Les Pièces composites en carbone/époxyde sur des structures d'aéronefs-Mirage 2000

1.10.3. Produits militaires

Pour les produits militaires (missiles), le premier avantage, c'est la performance des matériaux composites, ensuite l'utilisation des composites sur les ailettes de guidage de missiles permet de garder une bonne maîtrise de la trajectoire jusqu'à la cible finale à cause de l'échauffement cinétique provoqué par le frottement de sur la structure des ailettes de

missile, figure (1.14), en fin de trajectoire les ailettes en alliage d'aluminium peuvent foudre dans certaines conditions et le missiles poursuit sa trajectoire sans contrôle ce qui entraîne une perte précis de tir.

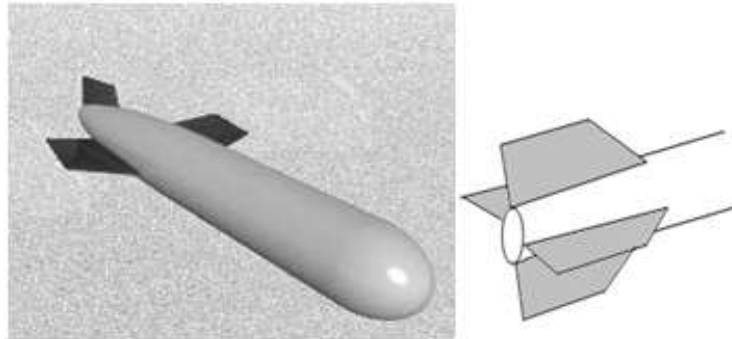


Fig. 1.14: Les ailettes de guidage de missiles

1.10.4. Industrie des articles de sport et de loisir

De par leur légèreté, leur bonne tenue à la fatigue statique et dynamique et leur stabilité dimensionnelle, les composites sont des matériaux idéaux pour la fabrication et la conception de très nombreux d'articles de sport et de loisirs tels que les skis et les bâtons, les raquettes de tennis, les cannes à pêche et de hockey, les planches à voiles et leurs mâts, les voiliers de plaisance, les aies, les cadres de vélos, des instruments de musique, ... au lieu du bois qui ne pouvait plus taire face à la demande créée par la civilisation des loisirs, ou l'aluminium qui ne correspondait plus aux critères modernes de performance et d'endurance.

1.10.5. Produits du travaux publics

Le béton armé ayant servi à construire ce pont est un matériau composite. La matrice est formée de béton dans lequel des tiges d'acier ont été insérées. Le pont peut ainsi résister aux contraintes de traction grâce aux tiges d'acier ainsi qu'aux contraintes de compression grâce au béton.



Fig1.15: Un pont au béton armé

1.11. Architecture du composite

Les structures des matériaux composites peuvent être classées en trois types :

- Les monocouches
- Les stratifiées
- Les sandwiches

1.11.1. Les monocouches

Le composite monocouche (couche élémentaire ou strate) correspond à l'unité élémentaire d'épaisseur, elle est constituée d'un ou plusieurs plis identiques (tissé, UD, mats,...) assemblés sans aucune orientation. Un pli est un semi produit de composites (fibres+matrice) présenté sous forme quasi-bidimensionnelle, feuille d'épaisseur faible (≈ 0.125 mm). On distingue, le pli UD (Le renfort est à structure UD), le pli tissé (Le renfort est à structure orienté) et le pli mat (Le renfort est à structure aléatoire).

La superposition de la monocouche dans l'ordre du plan de drapage va constituer le stratifié.

1.11.2. Les stratifiées

Le composite stratifié ou multicouches est un ensemble de couches empilées et orientées suivant un ordre de drapage défini et rendues solidaires par l'opération de polymérisation (Figure 1.16). Le drapage c'est l'orientation des plis par rapport à un référentiel donné. Il définit les propriétés mécaniques, électromagnétiques et thermiques globales du matériau composite. La figure (1.17) montre un exemple de plan de drapage d'un stratifié.

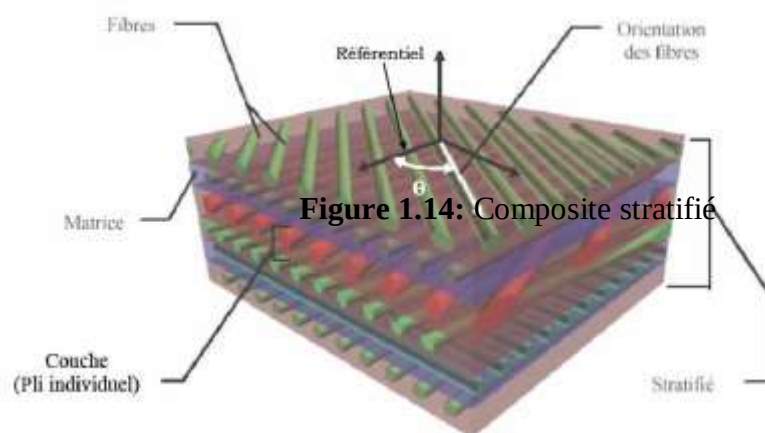


Fig. 1.16. Orientation des couches composites

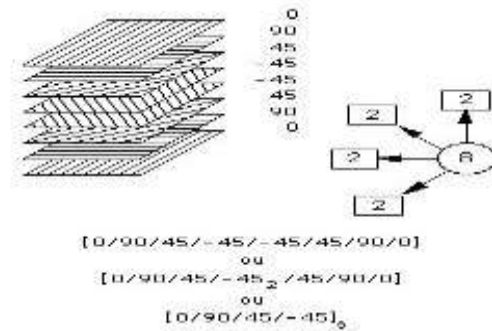


Fig. 1.17: Exemple du plan du drapage d'un composite stratifié

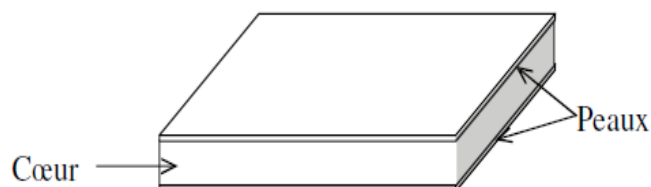
Les stratifiés peuvent être de trois types :

- 1) *Equilibrés*: le stratifié contient autant de couches orientées suivant la direction ($+\theta$) que de couches suivant la direction ($-\theta$),
- 2) *Symétriques*: les couches du stratifié sont disposées symétriquement par rapport à un plan moyen (miroir),
- 3) *Orthogonaux*: le stratifié comporte autant de couches à 0° que de couches à 90° . Lorsque la symétrie miroir est réalisée, elle entraîne la symétrie des contraintes et empêche ainsi l'apparition des déformations d'ensembles de la pièce (voilement, gauchissement).

L'avantage que présentent les composites stratifiés est de permettre de créer des matériaux aux propriétés mécaniques orientées de manière optimale afin de mieux répondre aux sollicitations de la structure.

1.11.3. Les sandwichs

Les sandwichs sont des matériaux possédant deux peaux de grande rigidité et de faible épaisseur renfermant un cœur (âme) de forte épaisseur et de faible résistance (Figure 1.18). L'ensemble forme une structure d'une grande légèreté. Le matériau sandwich possède une bonne résistance à la flexion et est un excellent isolant thermique.



ig. 1.18: Plaque sandwich

2.1. Introduction

Un composite est un matériau hétérogène. Il se diffère macroscopiquement des matériaux homogènes habituels tels que les métaux et les polymères. Il comprend un renfort de fibres ou de particules sont noyées dans une matrice ayant les propriétés mécaniques désirées. Selon le domaine d'utilisation et les sollicitations extérieures, plusieurs types d'arrangement de fibres sont envisageables. Le renfort confère composite ses performances mécaniques élevées, tandis que la matrice a pour rôle de transmettre aux fibres les sollicitations mécaniques extérieures et de protéger les fibres vis-à-vis des agressions extérieures [4,6].

2.2. Les renforts

Le renfort a pour rôle de supporter l'essentiel de l'effort mécanique appliqué au matériau composite grâce à ses caractéristiques mécaniques élevées (modules et limite d'élasticité, résistance mécanique...).

Il se présente sous forme fibreuse ou particulaire selon les conditions d'utilisation. La recherche de renforts performants s'oriente dans le cas des renforts fibreux, à quelques exceptions près, vers les verres, carbone, etc., du fait de leurs hautes performances mécaniques et de la relative maîtrise quand à leur élaboration.

D'autres fibres sont également commercialisées mais restent peu utilisées du fait de leur mise en œuvre plus complexe et de leur coût plus élevé : fibres multibrins de carbure de silicium, d'alumine et de silice,....

Les fibres de renforcements des matériaux composites proviennent de deux origines :

- les fibres minérales : fibre de verre, de carbone, céramiques,
- les fibres organiques.

Les qualités recherchées lors de l'introduction de fibres dans une matrice sont en premier lieu un module de Young élevé, une résistance à la rupture élevée et bien sûr la légèreté du matériau.

2.2.1. Obtention de fibre de verre

L'excellent rapport qualité/prix des fibres de verre fait qu'ils sont les plus utilisées actuellement dans les composites à matrice polymérique. Le verre est un matériau très fragile du fait de sa forte sensibilité aux microfissures. Cette fragilité diminue lorsque le verre est sous forme de fibre puisque les microfissures sont moins nombreuses, ce qui lui confère de

bonnes performances. D'une manière générale, Les fibres de verre présentent une résistance élevée à la rupture, une masse volumique faible

et une rigidité relativement plus faible que celles des autres renforts. Les fibres sont composées principalement d'oxydes, généralement de silice (SiO_2), d'alumine (Al_2O_3), de magnésie (MgO), de chaux (CaO) et d'oxyde de bore (B_2O_3), et par mélanges d'additifs on produit trois types de verre utilisables dans les composites (Table 2.1), on procède par coulée de verre en fusion (1300°C) au travers de filières en platine - rhodium (diamètre 5 à 24 microns), suivi d'étirages successifs (filage à grande vitesse).

Différents types de verres filables peuvent être obtenus. Dans la pratique, les verres de type E constituent la presque totalité du tonnage de verre textile produit actuellement. Les autres verres, représentant globalement une faible quantité (environ 1 %), sont réservés à des applications spécifiques :

- le verre D, à hautes propriétés diélectriques, pour la construction de matériel électronique de télécommunications, en particulier les radomes;
- le verre C, résistant aux agents chimiques pour les couches superficielles des structures particulièrement exposées sur le plan chimique;
- les verres R, à caractéristiques mécaniques élevées pour la réalisation de structures à hautes performances mécaniques.

Types de verre			
Principaux constituants (%)	E	D	R
Silice (SiO_2)	53-54	73-74	60
Alumine (Al_2O_3)	14-15		25
Chaux (CaO)	20-24	0,5-0,6	9
Magnésie (MgO)	20-24	0,5-0,6	6
Oxyde de bore (B_2O_3)	6-9	22-23	6

Tab.2.1: Compositions des verres de type E, D et R.

Les fibres destinées aux composites reçoivent un ensimage (dispersion aqueuse) qui assure plusieurs fonctions:

- La protection du fil contre l'abrasion en fabrication (lubrifiant),
- La liaison entre filaments (liant),

-La compatibilité verre-résine (agent d'accrochage).

Il existe deux procédés de filage du verre (Figure 2.1):

- l'étirage mécanique par filage à grande vitesse (55 à 60 m/s), qui donne un fil de base continu constitué de 50 à 1500 filaments plus ou moins fins (diamètres 5 à 24 microns), qu'on appelle silionne.
- L'étirage pneumatique, qui produit une mèche de fibre discontinues (longueur = 5 à 80 cm), qu'on appelle verranne.

La silionne, qui est une fibre continue, apporte une bonne résistance mécanique.

La verranne, qui est une fibre en mèche (analogie avec la laine ou le coton), permet un meilleur accrochage de la résine (tenue au délaminage) et accroît la part de celle-ci. Mais ses caractéristiques mécaniques sont réduites (elle est de ce fait moins utilisée en composites).

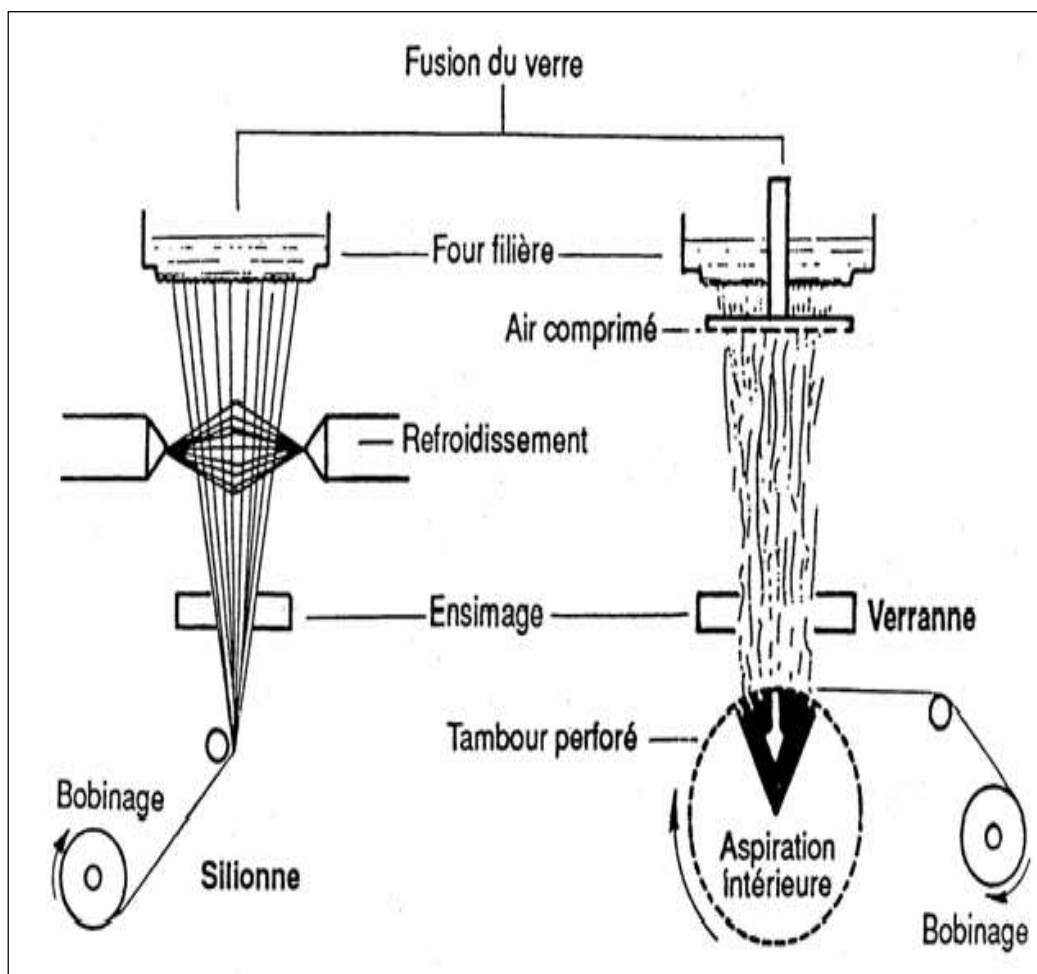


Fig. 2.1: Production des fibres de verre

• **Caractéristiques spécifiques:**

Avantages	Limites d'utilisation
• Rapport performances mécaniques/ prix très intéressant. • Disponibilité sous toutes les formes (fil, stratifil, mat, tissu...). • Possibilité de bonne adhérence avec toute résine (existence d'ensimages). • Résistance mécanique intéressante à température élevée (environ 50% de la résistance conservée à 350°C). • Dilatation thermique faible. • Conductivité thermique relativement faible. • Bonnes propriétés diélectriques. • Bonne résistance à l'humidité et à la corrosion. • Bonne résistance spécifique (verre R).	• Performances mécaniques spécifiques moyennes (comparées à celles des fibres de carbone, par exemple) • Vieillissement au contact de l'eau.

Tab.2.2:Caractéristiques essentielles de verre

2.2.2. Obtention de fibres de carbone

Les fibres de carbone sont élaborées à partir d'un polymère de base appelé *précurseur*, se présentant lui-même sous forme de fibres orientées et réticulées. Actuellement, les fibres utilisées sont les fibres acryliques élaborées à partir du polyacrylonitrile (PAN). Ces fibres acryliques sont connues sous divers noms commerciaux: crylor, courtelle, dralon, orlon, etc. La qualité des fibres de carbone finales dépend des qualités du précurseur. Le principe d'élaboration est de faire subir aux fibres acryliques une décomposition thermique, sans fusion des fibres, aboutissant à une graphitisation dans laquelle on retrouve la structure initiale des fibres. Les procédés actuels utilisent des mèches de filaments acryliques assemblés sans torsion (généralement 500, 1000, 6000, etc. filaments), et leur font subir quatre traitements successifs: une oxydation, une carbonisation, une graphitisation et un traitement de surface

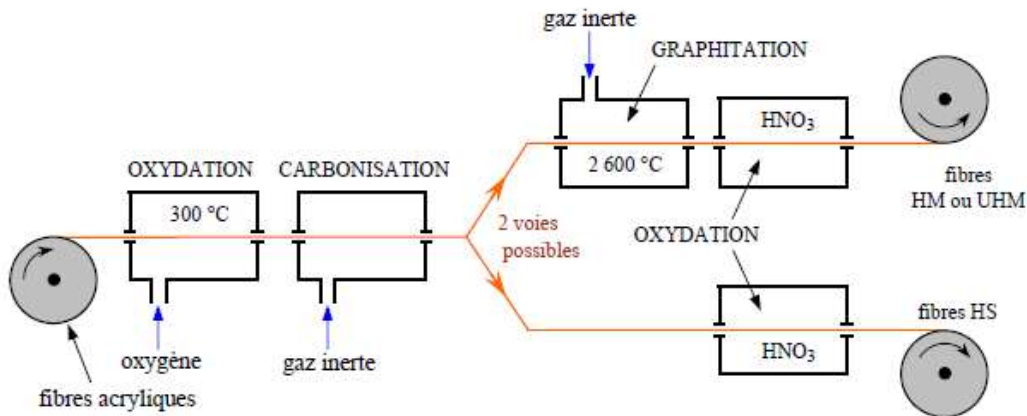


Fig.2.2:Elaboration des fibres de Carbone

2.2.3. Obtention de fibres aramides

Les fibres aramides sont des fibres poly aramides ou polyamides aromatiques de synthèse, connues sous la marque commerciale de "Kevlar". L'élaboration des fibres aramides est effectuée par synthèse à basse température (-10 °C), puis par filage en solution. Les fibres sont ensuite étirées et traitées thermiquement pour augmenter leur module d'élasticité.

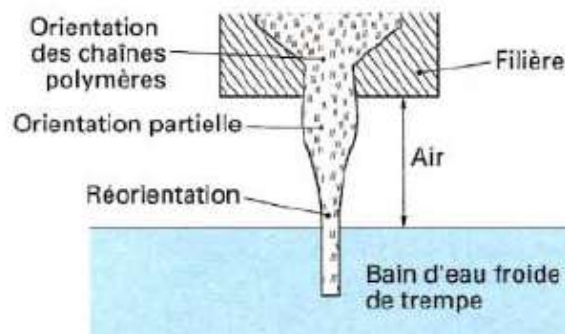


Fig.2.3:Procédé de filage humide en jet sec

Le comportement des fibres aramides est semblable à celui des métaux car sous faible charge elles sont élastiques et deviennent plastiques quand elles sont soumises à de fortes contraintes. Elles constituent un bon compromis entre les fibres de carbone et celles à base de verre. Les fibres aramides ont une bonne tenue au feu et aux chocs. Par contre, lors de leur renforcement des composites, on observe une faible résistance à la compression et à la flexion, du fait d'une mauvaise adhérence avec les résines.

2.2.4. Élaboration des fibres de bore

Le bore est dur et très rigide, il ne peut donc pas être étiré. Une technique d'enrobage autour d'un filament de tungstène a été élaborée. La fabrication des fibres de bore se fait par dépôt en phase vapeur du bore sur un filament de tungstène. Le fil de tungstène d'environ 13mm de diamètre est tiré à travers le réacteur contenant de l'hydrogène et du trichlorure de bore et chauffé par effet joule à 1500°K. Les fibres obtenues sont constituées d'une âme en tungstène au centre de la fibre (Figure 2.4). Elles ont un diamètre important rendant le tissage plus délicat pour les petits rayons de courbure. La fibre a une densité de 2.6, un module de Young de 410 GPa et une résistance en traction de l'ordre de 3200 MPa.

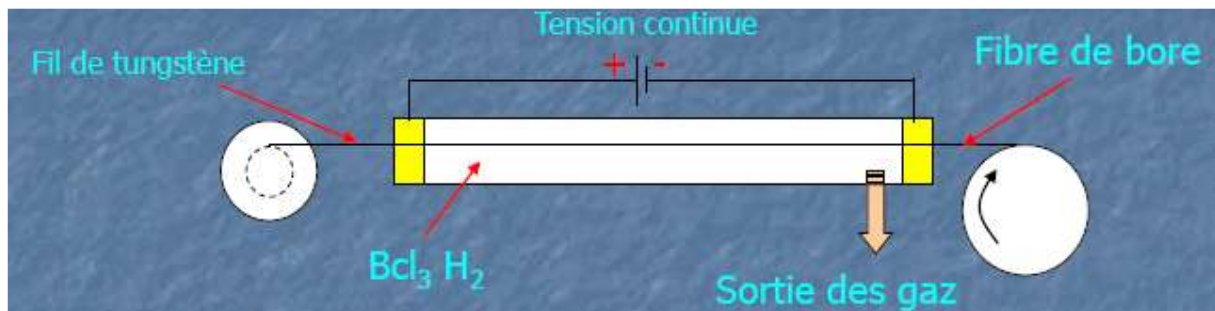


Fig.2.4:Élaboration des fibres de bore

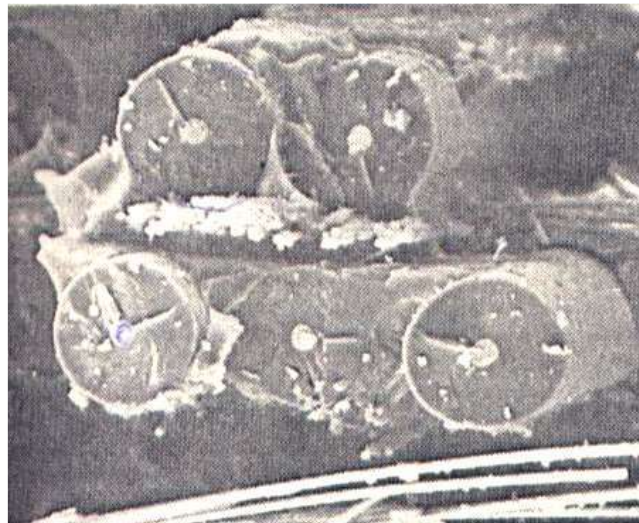


Fig.2.5:Coupe microscopique de fibres de bores

2.2.5. Fibres céramiques

Les renforts céramiques sont des fibres de type carbure, borure et nitrure. Elles sont les plus chères de toutes, en raison de leur difficulté de fabrication. Elles sont utilisées dans des applications très spécifiques travaillant à haute température et sous atmosphère oxydante. Les plus couramment produites sont : les fibres de bore, les fibres carbure de silicium, les fibres de bore de carbure de bore (B_4C) et les fibres de bore-carbure de silicium : (BSiC). Ces

fibres possèdent des caractéristiques mécaniques assez bonnes et se conservent à des températures pouvant aller de 500°C à 1000°C.

Les fibres céramiques sont souvent associées à des résines thermodurcissables de type époxyde à cause de leur bonne adhérence avec ces dernières. Elles peuvent également être mélangées avec des thermoplastiques. Dans cette catégorie de renfort une nouvelle génération de fibres est développée par un procédé similaire à celui des fibres de carbone. Ces nouvelles fibres possèdent, en plus des caractéristiques des fibres usuelles de la famille, une tenue en température plus élevée (1200°C à 1600°C). C'est le cas des fibres en carbotitanate de silicium (SiCTi) appelées tyranno.

2.2.6. Autres types de fibres [4]

Cette partie rassemble toutes les fibres qui ne se retrouvent pas dans les autres groupes. Généralement ces fibres sont utilisées pour des applications spécifiques (papiers spéciaux, pour une bonne conductivité électrique). Ces fibres possèdent des modules d'élasticité très faibles comparés aux autres fibres. Les fibres concernées sont :

- les fibres d'origine végétale (cellulose, lin, chanvre,... etc.).
- les fibres d'origine minérale (amiante, silice).
- les fibres synthétiques (tergal, dacron, etc.) issus des polyesters, de polypropylène ou de polyéthylène ;
- les fibres métalliques (acier, cuivre, aluminium) qui sont utilisées souvent avec des matrices métalliques.

Ces fibres sont appréciées pour diverses raisons par exemple :

- leur prix de revient assez bas.
- leur haute capacité d'isolation thermique.
- leur bonne conductivité thermique et électrique.
- leur propriété d'isolation acoustique.

Type de renfort	Verre E	Verre R	Carbone HM	Carbone HR	Kevlar 49	Polyéthylène
Diamètre du filament (μm) « d »	16	10	6.5	7	12	-
Masse volumique (kg/m^3) « M_V »	2600	2500	1800	1750	1450	960
Module d'élasticité longitudinal (MPa) « E »	74000	86000	390000	230000	130000	100000
Module de cisaillement (MPa) « G »	30000	-	20000	50000	120000	-
Coefficient de poisson	0.25	0.2	0.35	0.3	0.4	-
Contrainte de rupture en traction (MPa) « K »	2500	3200	2500	3200	2900	3000
Allongement à la rupture (%) « A »	3.5	4	0.6	1.3	2.3	-

Tab.2.3: Caractéristiques moyennes des fibres et renforts [12]

2.3. Matrices organiques et polymères

Les matrices ont essentiellement pour rôle de transférer les contraintes apportées sur le matériau aux fibres, de les protéger contre les agressions extérieures et donnent la forme du matériau. Elles doivent être en outre assez déformable et présenter une certaine compatibilité avec le renfort. Ainsi, pour pouvoir apporter aux matériaux composites des propriétés mécaniques élevées, les résines doivent posséder des masses volumiques faibles[13-14].

Les résines polymères les plus employées dans les matériaux composites sont les résines thermodurcissables (TD) et les résines thermoplastiques (TP).

Il existe d'autres catégories de résines : les résines thermostables et les polymères thermoplastiques qui peuvent résister à des sollicitations thermiques continues de 200°C et même plus. Toutefois l'usage de ces résines reste spécifique ce qui limite leur fabrication.

2.3.1. Les thermoplastiques

Ils sont les plus utilisés. Ils se ramollissent à la chaleur. Ils peuvent, en théorie, être refondus et remis en œuvre un grand nombre de fois (thermoplasticité). Par chauffages

successifs, on peut en modifier l'état et la viscosité. Exemples : polyéthylène, polypropylène, polystyrène, polychlorure de vinyle. C'est de loin la famille la plus utilisée : ils représentent près de 90 % des applications des matières plastiques. Ils sont moins fragiles, plus faciles à fabriquer (machine à injecter et cadences élevées) et permettent des formes plus complexes que les thermodurcissables. Ils existent sous forme rigide ou souple, compact ou en faible épaisseur, sous forme de feuille très mince (film ...), de revêtement, expansé ou allégé...

Avantages

Ils peuvent, en théorie, être refondus et remodelés un grand nombre de fois tout en conservant leurs propriétés. Insensibles à l'humidité, aux parasites, aux moisissures (sauf polyamides) ils peuvent être fabriqués dans une gamme de couleurs très étendue.

Inconvénients

Coefficient de dilatation linéaire élevé, entraînant un retrait important au moment du moulage ; combustible ; sensibles aux ultraviolets ; électrostatiques, qui "attirent les poussières".

2.3.2. Les thermodurcissables

Les thermodurcissables sont des polymères qui ne peuvent être mis en forme qu'une seule fois mais possèdent des propriétés mécaniques et thermomécaniques élevées par rapport aux thermoplastiques. On retrouve dans cette famille les polyesters insaturés (vinylester, les dérivés allyliques, les polyesters condensés, etc.), les résines époxydes, les résines de condensation (les phénoliques, les aminoplastes, les furaniques,... etc.).

Propriétés principales

Ils présentent une bonne tenue aux températures élevées ($> 200\text{ }^{\circ}\text{C}$), aux attaques chimiques, une meilleure résistance au fluage que les thermoplastiques (conservent une meilleure stabilité dimensionnelle dans le temps), une bonne rigidité pour un prix de matière première peu élevé et faible retrait au moulage. L'inconvénient principal de ces matériaux tient au fait d'une mise en œuvre moins pratique et plus lente que les thermoplastiques. Les familles de thermodurcissables :

- ✓ Les phénoplastes (PF) noirs ou bruns (« bakélite »).
- ✓ Les époxydes (EP), les polyesters (UP)
- ✓ Pour les hautes performances, plus coûteux, on trouve les polyamides PF (phénoplastes), qui conservent leurs propriétés mécaniques et électriques au delà de $300\text{ }^{\circ}\text{C}$, et les silicones SI, qui résistent à la chaleur et ont des propriétés mécaniques élevées.

2.3.3. Résines thermostables

On peut les considérer comme une famille supplémentaire de polymères qui se caractérisent par une très grande élasticité. Exemples : Silicones, caoutchouc naturel,.. Ils sont obtenus par synthèse chimique, comme les plastiques, et possèdent des propriétés comparables à celles du caoutchouc naturel. Le néoprène (1930) fut le premier caoutchouc de synthèse.

Applications : pneumatiques, courroies, tapis, tuyaux, amortisseurs, joints d'étanchéité, revêtements divers, pièces mécaniques, chaussures.

Propriétés principales

La propriété la plus remarquable est l'élasticité ou la capacité à s'allonger sans se rompre ($\Delta\%$ très élevé, jusqu'à 1000 %). A l'opposé le module d'élasticité longitudinal E reste très petit ($< 10 \text{ N/mm}^2$: près de 200 000 pour les aciers) traduisant une faible rigidité.

Principales nuances : Polyuréthane (PUR), Polyacrylates (ACM), Silicones (VMQ et PVMQ), fluor silicones (FMQ).

2.4. Procédés de fabrication

Les procédés de mise en œuvre de matériaux composites nécessitent trois étapes indispensables :

- 1) une étape d'association : l'imprégnation du renfort par la résine
- 2) une étape rhéologique de mise en forme de la pièce
- 3) une étape thermique de solidification du matériau : soit par refroidissement pour les matrices thermoplastiques, soit par polycondensation ou réticulation pour les matrices thermodurcissables (à température croissante) Il existe différents procédés mais le plus utilisé est le procédé par moulage.

Le moulage peut s'effectuer dans un moule à surface non fermée tel que le cas du moule ouvert (technique par contact, projection, ou pultrusion) ou à moule fermé (par exemple, injection de résine thermodurcissable associée à des fibres longues suivi d'une compression). Les principales opérations d'une mise en forme par moulage sont rappelées (Figure 2.6).

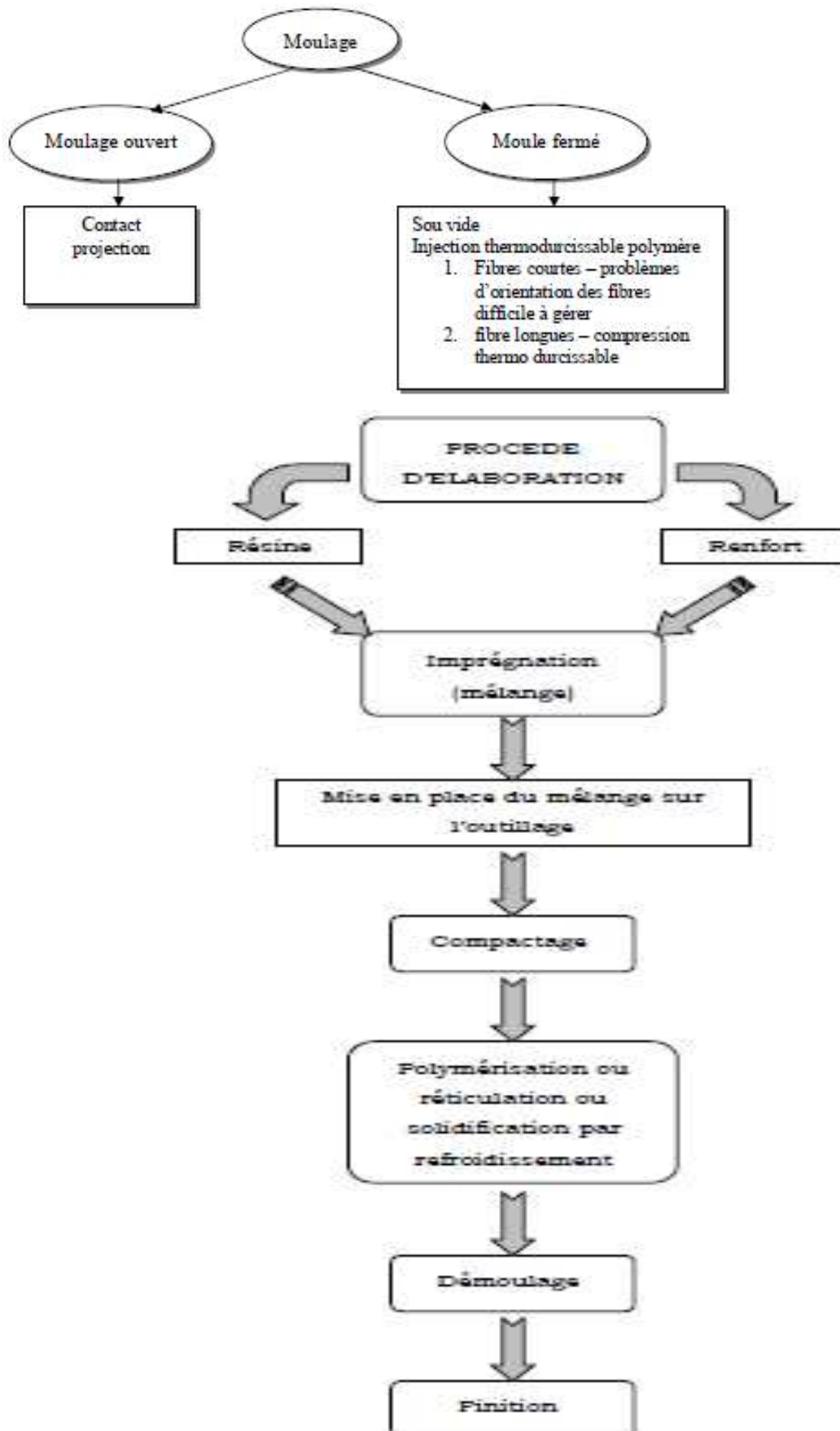


Fig.2.6: Principales étapes d'un procédé par moulage.

2.4.1. Moulage au contact

Des mâts ou des tissus de verre sont disposés dans un moule et imprégnés de résine accélérée et catalysée. L'imprégnation se fait à l'aide d'outils appropriés tels que les rouleaux, pinceaux, pistolets. Les inclusions d'air doivent être éliminées (phase de bullage réalisée avec des rouleaux)

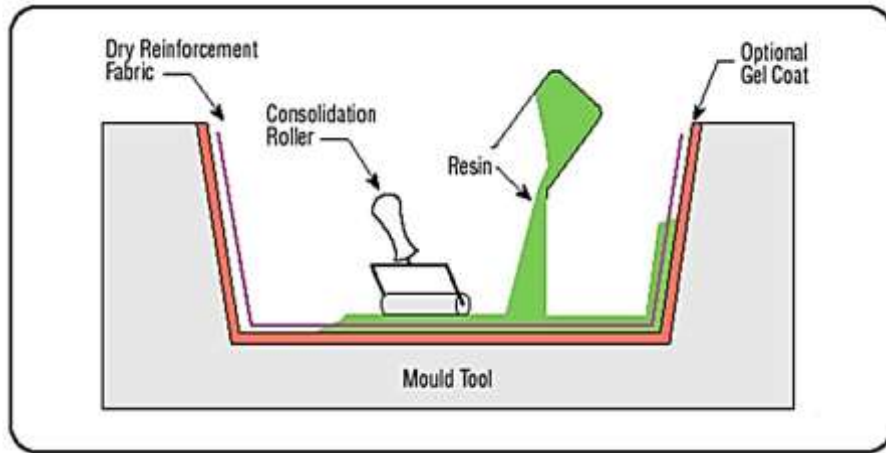


Fig.2.7: Principe du moulage au contact

2.4.2. Moulage par projection simultanée

Le moulage est effectué par projection simultanée de fibres coupées et résine catalysée sur un moule. L'équipement à projeter est constitué d'une machine à couper le stratifié et d'un pistolet projetant la résine et les fibres coupées, l'ensemble fonctionnant par air comprimé. La couche de fibres imprégnées de résine est ensuite compactée et éboulée au rouleau cannelé. Le moulage par projection permet d'obtenir de grandes séries de pièces, avec un bas prix de revient.

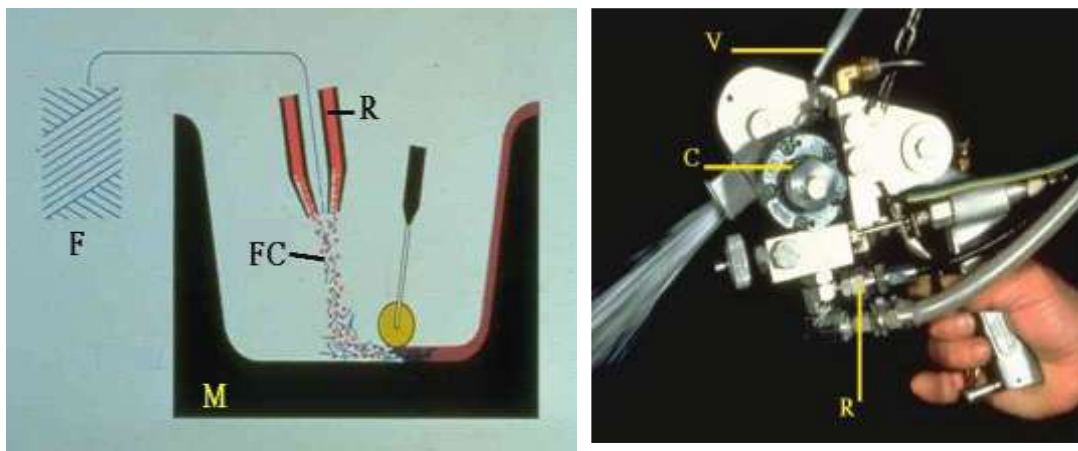
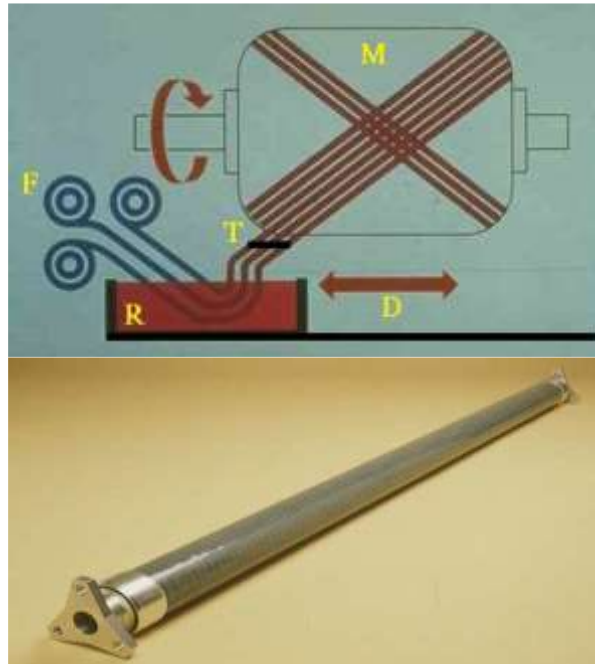


Fig.2.8: Principe du moulage par projection simultanée

2.4.3. Enroulement filamentaire (ou bobinage)

Technologie pour les HP. Le principe consiste en un enroulement sous tension sur un mandrin tournant autour de son axe de fibres continues préalablement imprégnées d'un liant. Les avantages sont la disposition optimale des renforts, les très bonnes propriétés mécaniques, possibilité de réaliser des pièces de grandes dimensions avec des surfaces internes lisses.



(Arbre de transmission)

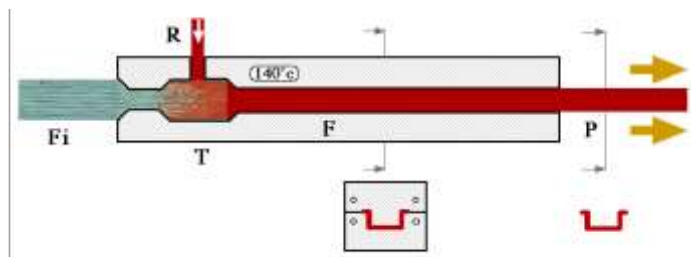
F : bobines de fibres
M : mandrin en rotation
R : bac de résine
T : tête de dépose
D : déplacement axial



Fig.2.9: Quelques réalisations de principe d'enroulement filamentaire

2.4.4. Moulage par pultrusion

Utilisation pour les composites hautes performances industrielles. Le principe est : tirage, mise en forme et polymérisation de fibres continues imprégnées. Les avantages sont la production en continue, possibilité de réaliser des sections très complexes, et d'avoir un taux de renfort élevé. Les limites sont la lenteur du procédé, uniquement des profilés droits à section constante.



Fi : arrivée des fibres
R : arrivée de la résine
T : tête d'imprégnation
F : filière chauffée
P : profilé durci

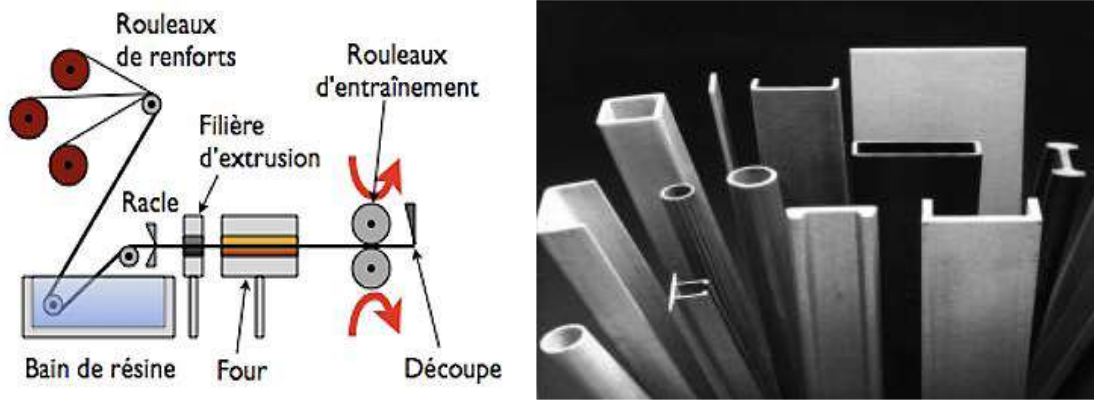


Fig.2.10: Moulage par pultrusion

2.4.5. Moulage par compression

2.4.5.1. Moulage par injection de résine

Le moulage consiste, par injection de résine sous pression, à imprégner un renfort placé à l'intérieur d'un ensemble moule et contre-moule très rigide et fermé. L'alimentation automatique des résines élimine leur manipulation. La proportion de renfort peut être élevée, d'où l'obtention de pièces à caractéristiques mécaniques élevées.

Ce procédé de moulage convient à la réalisation de pièces profondes et de formes compliquées.

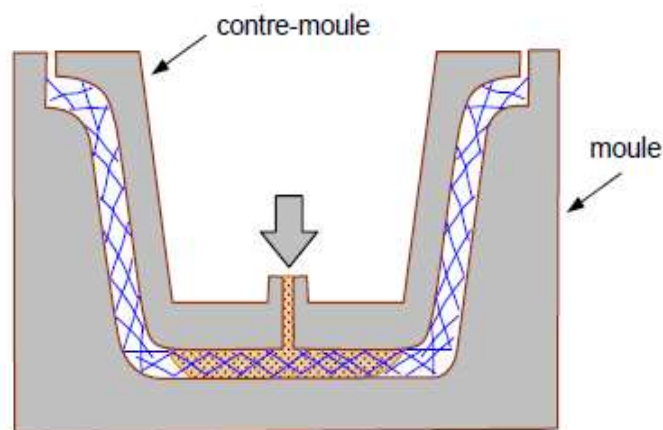


Fig.2.11: Moulage par injection de résine

2.4.5.2. Moulage par compression à froid

C'est un procédé de moulage à l'aide d'une presse à compression entre moule et contre-moule rigides en composite, initialement sans apport thermique extérieur. Moule ouvert, le renfort (mat) est posé sur la partie inférieure du moule et la résine, dotée d'un système catalytique très réactif, est versé en vrac sur le renfort. La fermeture du moule sous pression

(2 à 4 bars) entraîne la répartition de la résine dans l'empreinte et l'imprégnation du renfort. Le durcissement de la résine est accéléré progressivement par l'élévation de température du moule due à l'exotherme de la réaction, ce qui permet un démoulage rapide.

2.4.5.3. Moulage par compression à chaud

Cette technique permet d'obtenir des pièces en grandes séries au moyen de presses hydrauliques et de moules métalliques chauffants.

Le renfort, constitué par du mat à fils coupés ou à fils continus, par des tissus ou par des préformes, est déposé sur le moule chauffant, enduit au préalable d'un agent de démoulage. Puis la résine catalysée est coulée en vrac sur le renfort. Le moule est fermé suivant un cycle déterminé par descente et pressage du contre moule

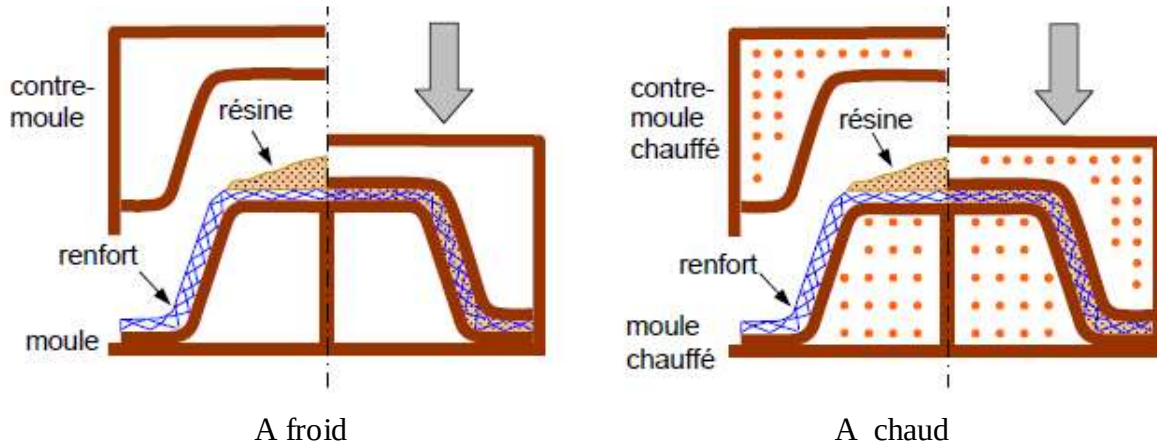


Fig.2.12 : Principe du moulage par compression

2.4.6. Moulage par injection

La méthode de moulage par injection (Figure 2.13) est la méthode la plus répandue des méthodes de mise en œuvre des thermoplastiques armés (les autres méthodes étant l'extrusion, l'extrusion soufflage, le thermoformage, etc.). Le moulage par injection est réalisé sur les presses conventionnelles utilisées pour l'injection des résines thermoplastiques. Des granulés comportant la résine et le renfort (fibres courtes, billes, etc.) ou des mats pré-imprégnés sont extrudés par une vis d'Archimède. La matrice est fluidifiée par chauffage et injectée sous pression élevée dans un moule chauffé, où a lieu la polymérisation. Le type de matériaux obtenus est plus généralement appelé "plastiques renforcés" que matériaux composites.

En effet, compte tenu de la nature des renforts (fibres courtes, sphères, etc.), la contrainte à la rupture et le module d'Young des résines sont multipliés par un facteur de l'ordre de 2 à 4. Cette technique est adaptée à la production de pièces en très grandes séries

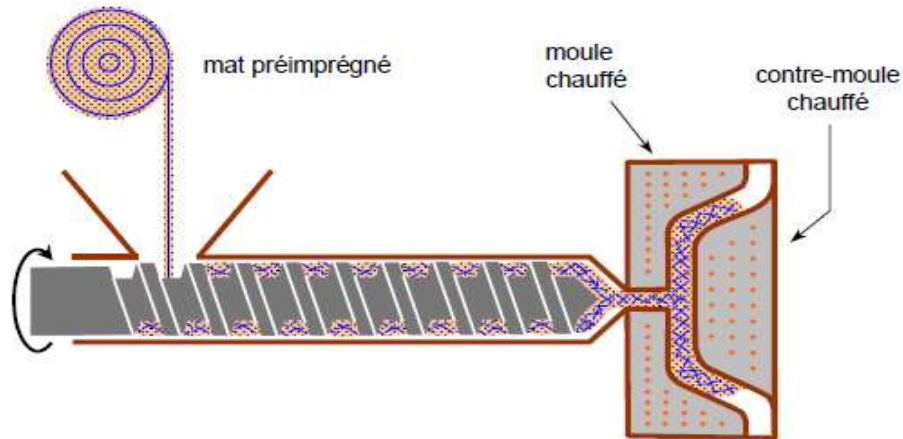
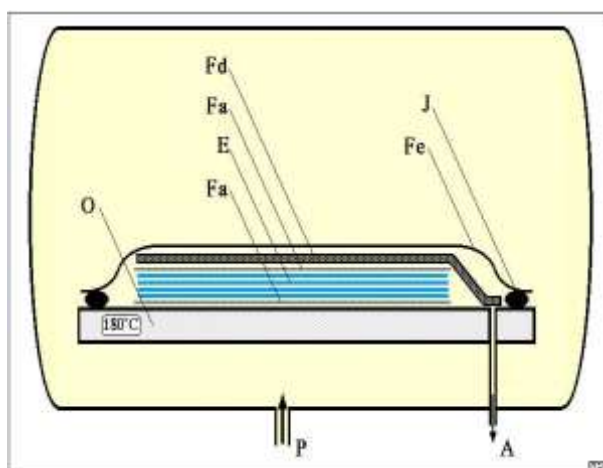


Fig.2.13: Moulage par injection

2.4.7. Drapage de pré imprégné

La mise en forme de la matière consiste à enlever les films de protection des pré imprégnés et de disposer les tissus sur un moule métallique ou lui-même en composite. Ensuite on vient ajouter un ensemble de composants nécessaires à la fabrication mais qui seront enlevés en fin de fabrication. Souvent, il s'agit de la fabrication des pièces à haute qualité pour l'aéronautique et leur production requiert des conditions de salle blanche afin de pouvoir contrôler le taux d'humidité et le taux de poussière.



A : aspiration
E : empilement des plis
Fa : film antiadhésif
Fd : feutre de drainage
Fe : film étanche

Fig.2.14: Principe de drapage de pré imprégné



Fig.2.15:Equipements et outillages pour le moulage de pré-imprégnés

La cinétique de la réaction de polymérisation doit être contrôlée avec soin, ce qui nécessite :

- le stockage à froid afin de ralentir la réaction soit : au congélateur ou en chambre froide, et pendant une durée limitée ;
- de les mettre en forme à chaud et sous pression, généralement au four ou à l'autoclave.

3.1. Introduction

Dans ce chapitre on présente des approches simplifiées permettant d'évaluer le module longitudinal et transversal d'un pli unidirectionnel à partir des propriétés élastiques des constituants (fibre, matrice) et de leurs proportions relatives. Dans le calcul, la réponse du composite est assimilée à celle d'un système associant la fibre et la matrice soit en série, soit en parallèle.

3.2. Notion de volume élémentaire représentatif

A l'échelle des éléments de renfort, les composites sont bien entendu des matériaux hétérogènes. Lors de la détermination des propriétés du composite, la prise en compte de l'ensemble de ces hétérogénéités constitue toutefois une tâche insurmontable. Il s'avère donc indispensable d'idéaliser le matériau en le considérant comme continu et donc en moyennant ses propriétés à une certaine échelle fonction de la microstructure. On parle alors d'homogénéisation du composite et le volume sur lequel les propriétés sont moyennées est appelé volume élémentaire représentatif (V.E.R.). Ce dernier doit satisfaire aux critères suivants [15]:

- Il doit être suffisamment petit pour prendre en compte la structure microscopique du matériau et suffisamment grand pour pouvoir décrire le comportement global du matériau,
- Ses propriétés doivent être indépendantes de l'endroit du matériau où il a été 'prélevé'.

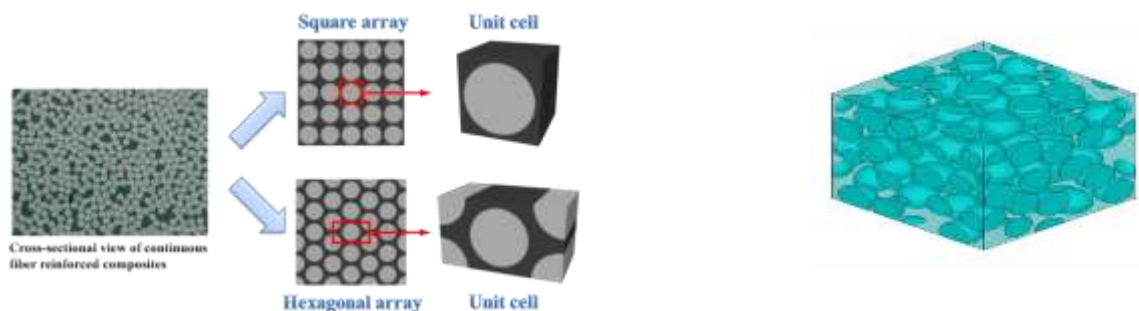


Fig.3.1: Volume élémentaire représentatif (V.E.R)

3.3. Loi des mélanges – Propriétés Mécaniques du Pli

3.3.1. Proportions des constituants - Fractions volumiques et massiques

L'une des principales composantes pour déterminer les propriétés mécaniques d'un composite est la fraction volumique ou massique, relative à la matrice et au renfort. Les fractions massiques sont plus faciles à mesurer lors de l'élaboration des matériaux (par exemple incinération du composite). Par contre, les fractions volumiques se calculent

Chapitre 3: Propriétés mécaniques des composites

directement du modèle théorique décrivant le comportement des matériaux. Le passage d'une fraction à l'autre est calculé de la manière suivante :

A - Fractions Volumiques

Les fractions volumétriques interviennent directement dans les modèles théoriques. Considérons un volume du matériau composite v_c , composé d'un volume du fibre v_f et d'un volume de la matrice v_m . On détermine :

$$\begin{aligned} V_f &= \frac{\text{Volume de renfort}}{\text{Volume de composite}} \% = \frac{v_f}{v_c} \\ V_m &= \frac{\text{Volume de la matrice}}{\text{Volume de composite}} \% = \frac{v_m}{v_c} \end{aligned} \quad (3.1)$$

Avec :

V_m et V_f : Les fractions volumiques de la matrice et de la fibre respectivement

Or: $V_f + V_m + V_v = 1$

V_v : Fraction volumique de porosité, mesurée sur une coupe par comptage ou par rayons X.

Pour des emplois très propres des composites, on tient aussi compte des fractions volumiques des charges et additifs. En négligeant le vide, qui en général ne dépasse pas 3%, sinon le composite est surclassé, on aura :

$V_f + V_m = 1 \rightarrow V_m = 1 - V_f$, comme $V_c = V_f + V_m$.

B - Fractions massiques :

Il est facile de mesurer les fractions massiques lors de l'élaboration du matériau.

$$\begin{aligned} M_f &= \frac{\text{Masse de renfort}}{\text{Masse de composite}} \% = \frac{m_f}{m_c} \\ M_m &= \frac{\text{Masse de la matrice}}{\text{Masse de composite}} \% = \frac{m_m}{m_c} \end{aligned} \quad (3.2)$$

Or: $M_f + M_m = 1$ et $m_c = M_f + M_m$

Avec :

m_c , m_m et m_f : Les masses respectives du composite, de la matrice et du renfort.

M_f et M_m : Les fractions massiques du renfort et de la matrice.

C - Relation entre les fractions massiques et volumiques

La densité d'un matériau composite:

$$\rho_c = \frac{m_c}{v_c} \rightarrow m_c = \rho_c v_c$$

$$\text{Ainsi : } \rho_c v_c = \rho_m v_m + \rho_f v_f$$

$$\text{Sachant que : } m_c = m_f + m_m$$

En divisant le tout par v_c :

$$\rho_c = \rho_m \frac{v_m}{v_c} + \rho_f \frac{v_f}{v_c} = \rho_f V_f + \rho_m V_m = \rho_f V_f + \rho_m (1 - V_f)$$

$$\text{En fonction des fractions massiques on aura : } \rho_c = \frac{1}{\frac{m_f}{\rho_f} + \frac{m_m}{\rho_m}}$$

Enfin :

$$m_f = \frac{\rho_f}{\rho_c} V_f \text{ et } m_m = \frac{\rho_m}{\rho_c} V_m \quad (3.3)$$

3. 3.2. Evaluation des constantes élastiques d'un pli unidirectionnel

Considérons un matériau constitué de Fibres longues orientées suivant une direction X, noyées de façon uniforme dans une matrice ayant un comportement élastique isotrope.

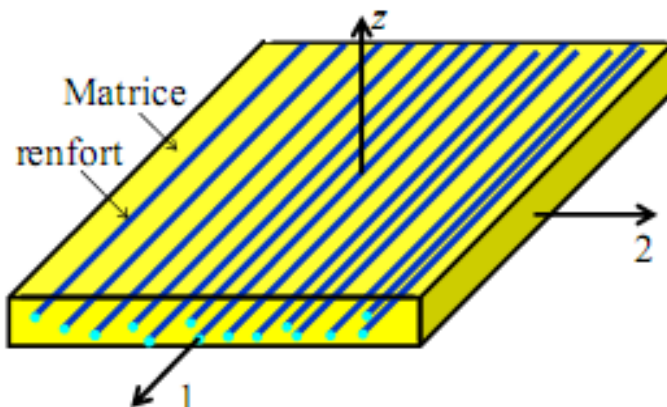


Fig. 3.2: Un composite unidirectionnel

Hypothèses de calcul [16]:

A) Composite chargé dans la direction longitudinale

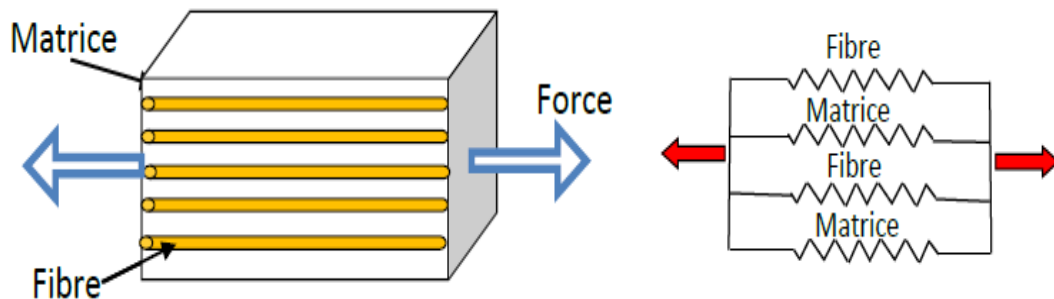


Fig. 3.3: Equivalent par analogie avec un système de ressorts d'un composite unidirectionnel en traction longitudinale

Les forces: $F_{TOTAL} = F_{FIBRE} + F_{MATRICE}$

Les déplacements: $\delta_{TOTAL} = \delta_{FIBRE} = \delta_{MATRICE}$

B) Composite chargé dans la direction transversale

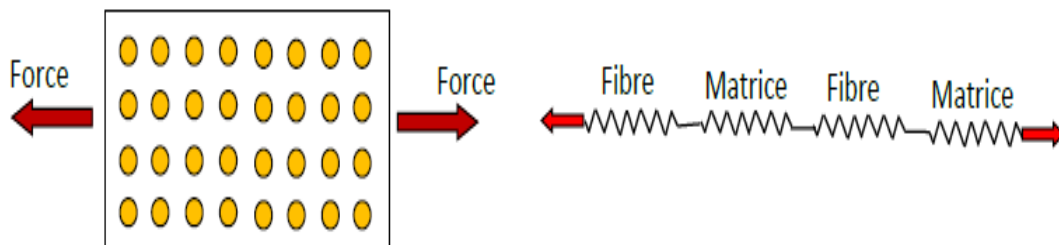


Fig. 3.4: Equivalent par analogie avec un système de ressorts d'un composite unidirectionnel en traction transversal

Les forces: $F_{FIBRE} = F_{MATRICE} = F_{APPLIQUEE}$

Les déplacements: $\delta_{TOTAL} = \delta_{FIBRE} + \delta_{MATRICE}$

3.3.2.1. Module d'élasticité longitudinal du composite unidirectionnel

Il est déterminé dans un essai de traction longitudinale. L'hypothèse simplificatrice est de supposer une déformation uniforme et identique dans la fibre et dans la matrice.

D'après les hypothèses précédentes, les efforts dans le sens longitudinal

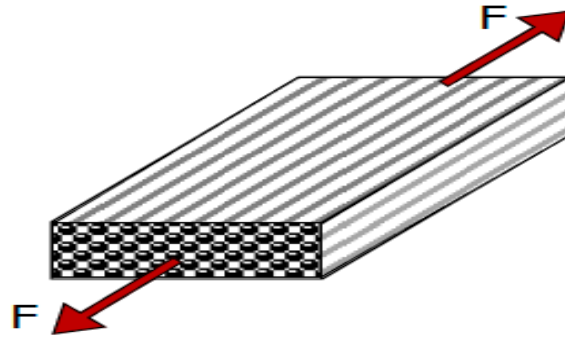


Fig.3.5: Composite unidirectionnel sous chargement longitudinal

$$F_c = F_m + F_f \quad (3.4)$$

Avec :

S_c , S_m et S_f : La section droite respectivement du composite, matrice et de la fibre

E_m et ν_m : Le module d'Young et le Coefficient de Poisson de la matrice.

E_f et ν_f : le module d'Young et le coefficient de poisson des fibres.

Également la contrainte normale de traction dans le composite :

$$\sigma_c = \frac{F_c}{S_c} \rightarrow F_c = \sigma_c S_c$$

$$\sigma_c S_c = \sigma_f S_f + \sigma_m S_m \rightarrow \sigma_c = \frac{\sigma_f S_f}{S_c} + \frac{\sigma_m S_m}{S_c}$$

Multipliant par 1:

$$\sigma_c \frac{l_c}{l_c} = \frac{\sigma_f S_f l_f}{S_c l_f} + \frac{\sigma_m S_m l_m}{S_c l_m}$$

Il vient:

$$\sigma_c = \frac{\sigma_f \nu_f}{\nu_c} + \frac{\sigma_m \nu_m}{\nu_c} \rightarrow \sigma_c = \sigma_f V_f + \sigma_m V_m \quad (3.5)$$

D'après la paragraphe 3.3.2 :

$$\delta_c = \delta_f = \delta_m \rightarrow \varepsilon_c = \varepsilon_f = \varepsilon_m$$

Les deux constituants du composite (la matrice et les fibres) considérés isotropes, la loi de Hooke pour s'écrit : $\sigma_m = E_m \varepsilon_m$ et $\sigma_f = E_f \varepsilon_f$

En divisant la relation (3.2) par ε on aura:

$$\frac{\sigma_c}{\varepsilon_c} = \frac{\sigma_m V_m}{\varepsilon_m} + \frac{\sigma_f V_f}{\varepsilon_f}$$

Finalement, le module d'Young du composite dans le sens longitudinal sera:

$$E_c = E_L = E_f V_f + E_m V_m \quad (3.6)$$

Cette expression est connue sous le nom de 'loi des mélanges' pour le module d'Young dans la direction des fibres.

3.3.2.2. Module d'élasticité dans le sens transversal du composite unidirectionnel

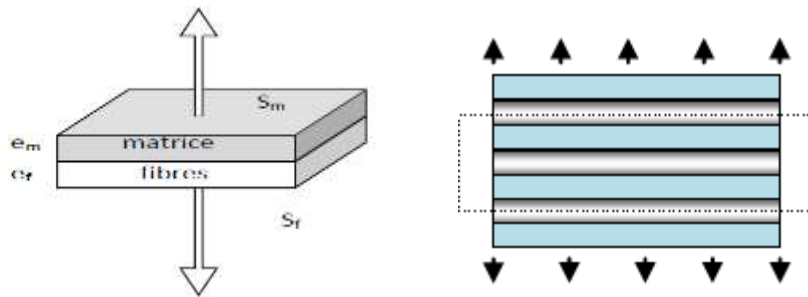


Fig.3. 6: Élément de surface de composite sous chargement transversal

Il est déterminé dans un essai de traction transversal où le composite est chargé suivant la direction perpendiculaire aux fibres. De la même sorte que dans le cas précédent :

$$F_c = F_m = F_f, \text{ et}$$

$$\sigma_c S_c = \sigma_f S_f = \sigma_m S_m$$

Les déformations: $\varepsilon_f = \frac{\delta e_f}{e_f}$ et $\varepsilon_m = \frac{\delta e_m}{e_m}$

Donc les déplacements :

$$\delta e_c = \delta e_f + \delta e_m = \varepsilon_f e_f + \varepsilon_m e_m \quad (3.7)$$

En remplaçant, et en divisant l'expression (3.7) par e_c on obtient :

$$\varepsilon_c = \frac{\delta e_c}{e_c} = \varepsilon_f \frac{e_f}{e_c} + \varepsilon_m \frac{e_m}{e_c} \quad (3.8)$$

Puisque sur l'élément de surface ds , les sections normales sont égales, c'est-à-dire :

$$S_c = S_m = S_f$$

On peut transformer l'expression (3.8) telle que :

$$\varepsilon_c = \varepsilon_f \frac{e_f S_f}{e_c S_c} + \varepsilon_m \frac{e_m S_m}{e_c S_c} \quad (3.9)$$

On a aussi : $v_c = e_c S_c$, $v_f = e_f S_f$ et $v_m = e_m S_m$, tout cela introduit dans (3.9) nous donne :

$$\varepsilon_c = \varepsilon_f \frac{v_f}{v_c} + \varepsilon_m \frac{v_m}{v_c} \rightarrow \varepsilon_c = \varepsilon_f V_f + \varepsilon_m V_m \quad (3.10)$$

D'après la loi de Hooke, qui s'applique dans la direction transversale, la relation (3.10) sera :

$$\frac{\sigma_c}{E_c} = \frac{\sigma_f}{E_f} V_f + \frac{\sigma_m}{E_m} V_m, \text{ ainsi que } \sigma_c = \sigma_f = \sigma_m$$

Le module d'élasticité dans la direction transversale s'exprime par :

$$\frac{1}{E_c} = \frac{1}{E_T} = \frac{V_f}{E_f} + \frac{V_m}{E_m} \quad \text{ou bien} \quad E_T = \frac{E_m}{1 - V_f \left(1 - \frac{E_m}{E_f}\right)} \quad (3.11)$$

Cette formule est connue sous le nom de la loi inverse des mélanges et peut être réécrite, en remplaçant le module transverse au module d'Young de la matrice, suivant une relation sans dimension sous la forme :

$$\frac{E_T}{E_m} = \frac{1}{1 + \left(\frac{E_m}{E_f} - 1\right) V_f} \quad (3.12)$$

La variation du module E_T en fonction de la fraction volumique de fibres est reportée sur la figure 3.6 pour plusieurs valeurs (5, 10, 100) du rapport E_f / E_m

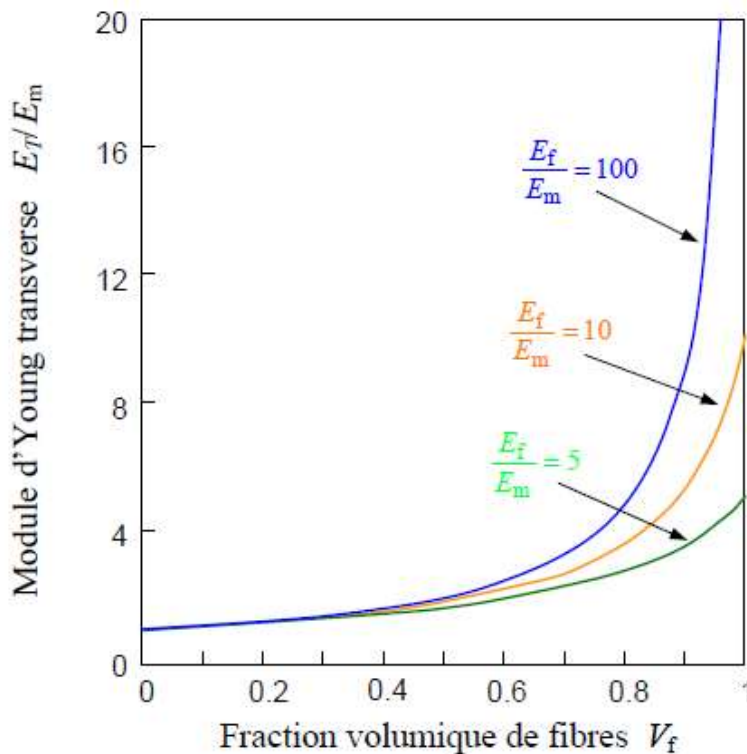


Fig.3.6: Variation du module E_T en fonction de la fraction volumique V_f de fibres [4]

	Verre « E »	Kevlar	Carbone « HR »	Carbone « HM »
E_f (GPa)	74	130	230	390
E_{ft} (GPa)	74	5,4	15	6
G_{flt} (GPa)	30	12	50	20
ν_{flt}	0.25	0.4	0.3	0.35

Tab.3.1: Les modules d'élasticité et coefficient de poisson des fibres [6]

3.3.2.3.Coefficient du Poisson

Le coefficient de Poisson est déterminé par un essai de traction suivant la direction longitudinale des fibres. Il définit le lien entre la déformation relative longitudinale et transversale. En reprenant la Figure 3.5 représentant un chargement dans le sens des fibres.

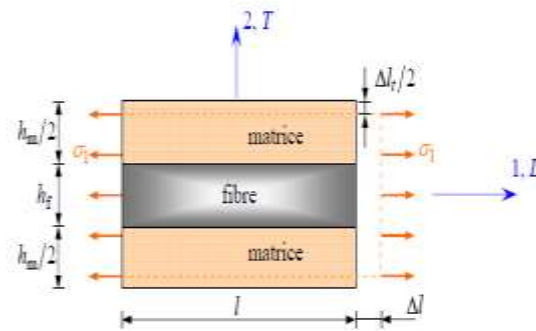


Fig.3.7 : Élément de composite unidirectionnel sous charge longitudinale

$$\vartheta = -\frac{E_T}{E_L} \rightarrow \vartheta_m = -\frac{\varepsilon_T^m}{\varepsilon_L^m} \quad \text{et} \quad \vartheta_f = -\frac{\varepsilon_T^f}{\varepsilon_L^f} \quad (3.13)$$

ϑ_m et ϑ_f : Les coefficients de Poisson respectivement de la matrice et des fibres.

$\varepsilon_L^m, \varepsilon_T^m$: Les déformations relatives de la matrice dans le sens long et travers

$\varepsilon_L^f, \varepsilon_T^f$: Les déformations relatives des fibres dans le sens long et travers

A partir de la relation du coefficient de Poisson (3.13), on peut écrire les déformations :

$$\varepsilon_T^m = -\vartheta_m \varepsilon_L^m \quad \text{et} \quad \varepsilon_T^f = -\vartheta_f \varepsilon_L^f$$

L'allongement transversal de l'élément de composite de la figure 3.7 sera :

$$\Delta l_T = -\vartheta_m \varepsilon_L h_m - \vartheta_f \varepsilon_L h_f$$

La déformation transversale est égale:

$$\varepsilon_T = \frac{\Delta l_T}{H} = \frac{\Delta l_T}{h_f + h_m} = \frac{-\vartheta_m \varepsilon_L h_m - \vartheta_f \varepsilon_L h_f}{h_f + h_m} = -\varepsilon_L \left(\vartheta_m \frac{h_m}{h_f + h_m} + \vartheta_f \frac{h_f}{h_f + h_m} \right) \quad (3.14)$$

En multipliant les hauteurs dans (3.12) par les sections pour faire montrer les volumes, on trouve :

$$\varepsilon_T = -\varepsilon_L \left(\vartheta_m \frac{h_m S_m}{(h_f + h_m) S_c} + \vartheta_f \frac{h_f S_f}{(h_f + h_m) S_c} \right)$$

Donc :

$$\varepsilon_T = -\varepsilon_L \left(\vartheta_m \frac{v_m}{v_c} + \vartheta_f \frac{v_f}{v_c} \right) = -\varepsilon_L (\vartheta_m V_m + \vartheta_f V_f)$$

Finalement, le coefficient de Poisson du composite ϑ_{LT} s'exprime par :

$$\vartheta_{LT} = -\frac{E_T}{E_L} = \vartheta_m V_m + \vartheta_f V_f \quad (3.15)$$

3.3.2.4. Module de cisaillement transversal (Module de Coulomb)

Le module de cisaillement G_{LT} est déterminé par un essai de cisaillement longitudinal suivant L. Les contraintes en cisaillement dans les fibres et la matrice sont égales, les déformations en cisaillement s'expriment par : $\gamma_f = \frac{\tau}{G_f}$ et $\gamma_m = \frac{\tau}{G_m}$

γ_f et γ_m sont les angles de glissement pour les fibres et la matrice.

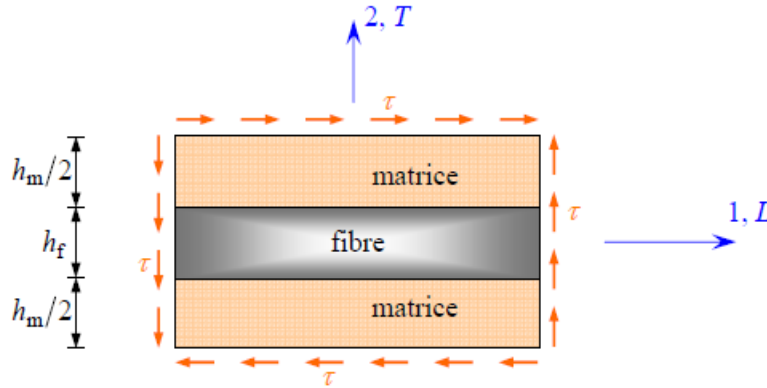


Fig.3.8: Élément de composite unidirectionnel sous charge de cisaillement plane

G_f et G_m sont les modules de cisaillement pour les fibres et la matrice.

D'après le schéma de la figure (3.9), Les déformations induites dans la fibre et la matrice sont : $\delta_f = h_f \delta_f$ et $\delta_m = h_m \delta_m$

La déformation totale dans le composite sera évidemment :

$$\delta_c = \delta_f + \delta_m = h_f \delta_f + h_m \delta_m \quad (3.16)$$

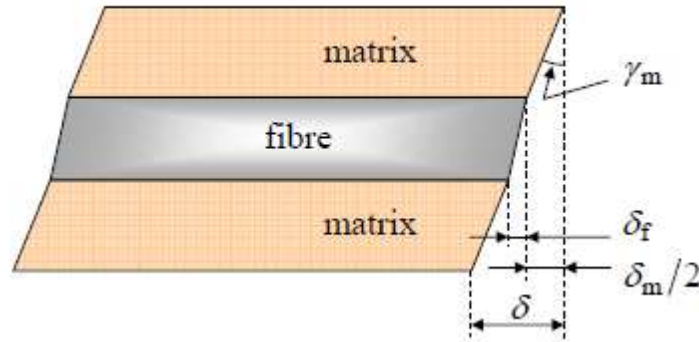


Fig. 3.9 : Déformation de cisaillement A travers l'épaisseur du pli

L'angle de cisaillement total sera comme $\gamma_f = \frac{\delta_f}{h_f}$ et $\gamma_m = \frac{\delta_m}{h_m}$

$\rightarrow \gamma_c = \frac{\delta_c}{h_f + h_m}$, Or d'après (3.16), on peut écrire :

$$\gamma_c = \gamma_f \frac{h_f}{(h_f + h_m)} + \gamma_m \frac{h_m}{(h_f + h_m)}$$

En multipliant les hauteurs dans (16) par les sections pour faire apparaître les volumes, on obtient :

$$\gamma_c = \gamma_f \frac{h_f S_f}{(h_f + h_m) S_c} + \gamma_m \frac{h_m S_m}{(h_f + h_m) S_c} = \gamma_f \frac{v_f}{v_c} + \gamma_m \frac{v_m}{v_c}$$

Finalement : $\gamma_c = \gamma_f V_f + \gamma_m V_m$

La loi de coulomb en élasticité s'écrit : $\tau = G_{LT} \gamma_c \rightarrow \gamma_c = \frac{\tau}{G_{LT}} = \frac{\tau}{G_f} V_f + \frac{\tau}{G_m} V_m$

Ce qui fait qu'on obtient

$$\frac{1}{G_{LT}} = \frac{V_f}{G_f} + \frac{V_m}{G_m} \quad \text{ou bien :}$$

$$G_{LT} = \frac{G_m}{1 - V_f \left(1 - \frac{G_m}{G_f}\right)} \quad (3.17)$$

3. 3.3. Evaluation des constantes élastiques d'un pli tissé

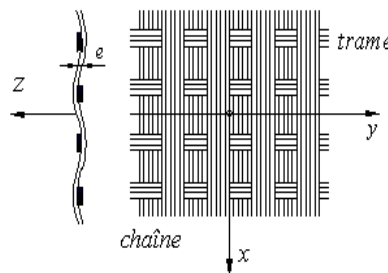


Fig.3.10: Un pli tissé

Avec:

e : Epaisseur du pli

n_1 : nombre de fils de chaîne par mètre

n_2 : nombre de fils de trame par mètre

On pose: $k = \frac{n_1}{n_1 + n_2}$

On en déduit l'épaisseur des unidirectionnels équivalents :

$$\begin{aligned} e_{chaîne} &= e \frac{n_1}{n_1 + n_2} = k \times e \\ e_{trame} &= e \frac{n_2}{n_1 + n_2} = (1 - k) \times e \end{aligned} \quad (3.18)$$

Pour des valeurs estimatives, les deux couches de renfort peuvent être prises en compte séparément ou simultanément :

Séparément : le pli tissé est alors remplacé par deux séries de plis unidirectionnels croisés à 90°, d'épaisseurs résultantes :

$$e_{chaîne} = k \times e \quad ; \quad e_{trame} = (1 - k) \times e \quad (3.19)$$

Simultanément : le pli tissé est alors remplacé par un seul pli anisotrope, d'épaisseur e , x étant la direction de la chaîne et y celle de la trame:

$$\begin{aligned} E_x &\approx KE_L + (1 - K)E_T \\ E_y &\approx KE_T + (1 - K)E_L \\ G_{xy} &= G_{LT} \\ \nu_{xy} &= \frac{\nu_{LT}}{\left(K + (1 - K)\frac{E_L}{E_T}\right)} \end{aligned} \quad (3.20)$$

3. 3.4. Evaluation des constantes élastiques du pli chargé avec des mats

Les fibres courtes sont caractérisées par:

- Une longueur varie de quelques centimètres aux fractions de millimètre,
- Composites à fibres courtes sont moins résistants que les composites à fibres continues,
- Mise en forme facile pour les contours complexes (injection – compression),
- Types de renforcement : alignées, alignées suivant les axes naturels et aléatoire (figure 3.11)

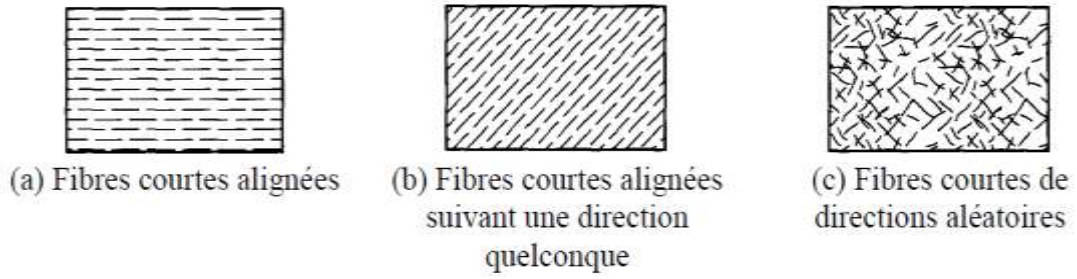


Fig. 3.11: Quelques types de composites à fibres courtes.

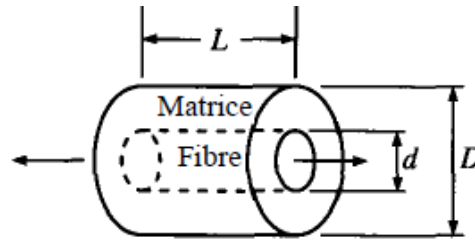


Fig.3.12. Composites à fibres courtes alignées

3.3.4.1. Composites à fibres courtes alignées

Le Module longitudinal selon la loi d'Halpin-Tsai :

$$\frac{E_1}{E_m} = \frac{1 + \xi_1 \eta V_f}{1 - \eta_1 V_f} \quad (3.21)$$

$$\text{Où : } \eta_1 = \frac{\left(\frac{E_{f1}}{E_m}\right) - 1}{\left(\frac{E_{f1}}{E_m}\right) + \xi_1} \quad \text{et} \quad \xi_1 = \frac{2L}{d}$$

Avec :

L : longueur de la fibre courte,

d : diamètre de la fibre courte.

Et le module transversal selon la loi d'Halpin-Tsai aussi:

$$\frac{E_2}{E_m} = \frac{1 + \xi_2 \eta V_f}{1 - \eta_2 V_f}$$

$$\text{Où : } \eta_2 = \frac{\left(\frac{E_{f2}}{E_m}\right) - 1}{\left(\frac{E_{f2}}{E_m}\right) + \xi_2} \quad \text{et} \quad \xi_2 = 2$$

(3.22)

Le Coefficient de Poison

$$\vartheta_{LT} = \vartheta_m V_m + \vartheta_f V_f \quad (3.23)$$

3.3.4.2. Composites à fibres courtes d'orientation aléatoire

Les mats sont des renforts bidimensionnels à fibres coupées (longueur comprise entre 5 et 10 cm). Les mats sont isotrope dans leur plan(x, y),ils peuvent donc être caractérisés par deux constantes élastiques seulement :

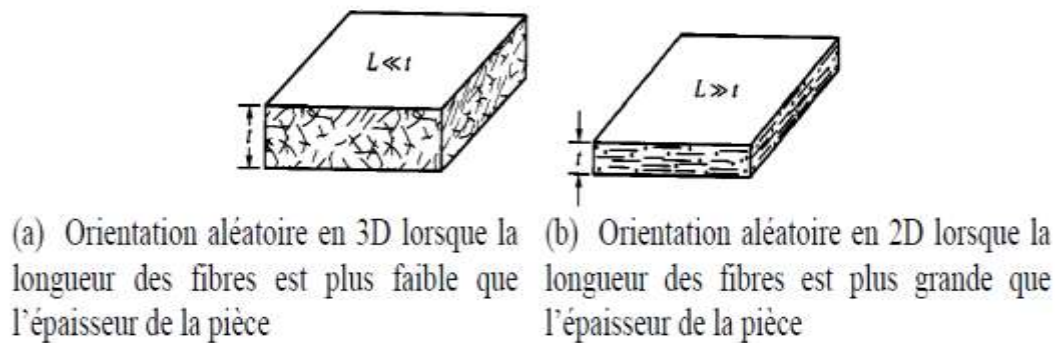


Fig.3.13. Orientations aléatoires des fibres en 3D et en 2D

Avec :

L : longueur de la fibre,

t : épaisseur de la plaque.

On a deux cas :

a) **L** est négligeable par rapport à l'épaisseur **t** avec orientation aléatoire (isotrope dans les trois directions)

b) **t** est négligeable par rapport à l'épaisseur **L** avec orientation aléatoire, l'orientation suivant la direction de l'épaisseur est impossible donc matériel isotrope en 2D.

Les constantes élastiques selon l'approximation de Tsai et Pagano sont :

$$E = \frac{3}{8}E_1 + \frac{5}{8}E_2$$

$$G = \frac{1}{8}E_1 + \frac{1}{4}E_2$$

$$\vartheta = \frac{E}{2G} - 1 \quad (3.24)$$

Avec:

Chapitre 3: Propriétés mécaniques des composites

E : Module d'Young moyen pour les composites à orientation aléatoire des fibres,

G : Module de cisaillement moyen pour les composites à orientation aléatoire des fibres,

ϑ : Coefficient moyenne de Poisson pour les composites à orientation aléatoire des fibres.

En se référant aux modèles de Voigt et Reuss, qui dans le cas d'un composite unidirectionnel nous donne respectivement le module longitudinal (E_L) et le module perpendiculaire du composite (E_T), alors l'équation de Tsai-Pagano peut s'écrire :

$$\begin{aligned} E_{mat} &\approx \frac{3}{8} E_L + \frac{5}{8} E_T \\ \vartheta_{mat} &\approx 0.3 \\ G_{mat} &\approx \frac{E_{mat}}{2(1+\vartheta_{mat})} \end{aligned} \quad (3.25)$$

Avec :

E_L et E_T : les modules élastiques (sens long et sens travers) de l'unidirectionnel qui aura le même taux volumique (V_f) de renfort que le pli de mâ.

4.1. introduction

Les champs des déformations et des contraintes dans un milieu sont liés par des lois appelées lois de comportement, caractérisant le comportement mécanique du milieu. Ces lois sont décrites par des axiomes qui permettent de rendre compte au mieux des phénomènes observés. L'expérience montre que de nombreux milieux solides déformables ont, pour une température donnée et dans un intervalle donné de déformation, un comportement élastique linéaire.

Dans le domaine de linéarité et en admettant que la température est uniforme dans tout le volume considéré, les matériaux composites se déforment comme les autres matériaux traditionnels.

4.2. Généralités sur le comportement élastique du matériau composite

L'état de contrainte en un point est défini par un tenseur de seconde ordre:

$$[\sigma_{ij}] = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

$[\sigma_{ij}]$: tenseur de contraintes

Nous donne l'équation d'équilibre : $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ avec: $i \neq j$, donc:

$\sigma_{12} = \sigma_{21}$, $\sigma_{13} = \sigma_{31}$ et $\sigma_{23} = \sigma_{32}$.

$$[\sigma_{ij}] = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ sym & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ sym & sym & \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

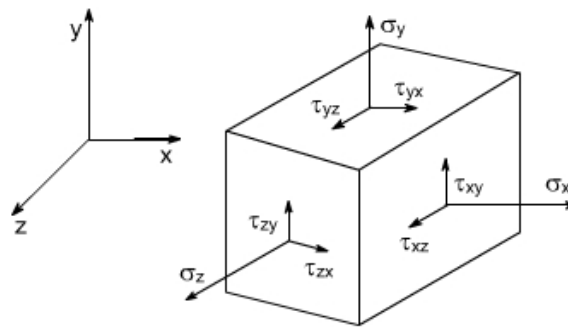


Fig. 4.1 : La direction de contraintes

Tenseur de déformation :

$$[\epsilon_{ij}] = \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & \epsilon_{13} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} & \epsilon_{23} \\ \epsilon_{31} & \epsilon_{32} & \epsilon_{33} \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Avec :

$[\varepsilon_{ij}]$: Tenseur de déformation.

$\varepsilon_{ij} \rightarrow i = j$: Déformation normale.

$\varepsilon_{ij} \rightarrow i \neq j$: Déformation angulaire.

4.2.1. Loi de Hooke généralisée:

La loi de Hooke a été généralisée par Cauchy (1789-1857), qui a proposé d'exprimer chaque composante du tenseur des contraintes comme une fonction linéaire des composantes du tenseur des déformations. Dans le cas d'un matériau linéaire nous avons la relation suivante :

$$\sigma_{ij} = f_{ijkl}(\varepsilon_{kl}) \quad (4.4)$$

Dans le cas d'un matériau linéaire on a 81 coefficients

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{32} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{1111} & C_{1122} & C_{1133} & C_{1123} & C_{1131} & C_{1112} & C_{1132} & C_{1113} & C_{1121} \\ C_{2211} & C_{2222} & C_{2233} & C_{2223} & C_{2231} & C_{2212} & C_{2232} & C_{2213} & C_{2221} \\ C_{3311} & C_{3322} & C_{3333} & C_{3323} & C_{3331} & C_{3312} & C_{3332} & C_{3313} & C_{3321} \\ C_{2311} & C_{2322} & C_{2333} & C_{2323} & C_{2331} & C_{2312} & C_{2332} & C_{2313} & C_{2321} \\ C_{3111} & C_{3122} & C_{3133} & C_{3123} & C_{3131} & C_{3112} & C_{3132} & C_{3113} & C_{3121} \\ C_{1211} & C_{1222} & C_{1233} & C_{1223} & C_{1231} & C_{1212} & C_{1232} & C_{1213} & C_{1221} \\ C_{3211} & C_{3222} & C_{3233} & C_{3223} & C_{3231} & C_{3212} & C_{3232} & C_{3213} & C_{3221} \\ C_{1311} & C_{1322} & C_{1333} & C_{1323} & C_{1331} & C_{1312} & C_{1332} & C_{1313} & C_{1321} \\ C_{2111} & C_{2122} & C_{2133} & C_{2123} & C_{2131} & C_{2112} & C_{2132} & C_{2113} & C_{2121} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} \\ \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{32} \\ \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Dans le cas général le nombre des termes de la matrice de la fonction f_{ijkl} est égal à (9×9) termes.

$$\sigma_{ij} = f_{ijkl}(\varepsilon_{kl})$$

Or nous avons :

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ji} \Rightarrow C_{ijkl} = C_{jikl}$$

$$\varepsilon_{kl} = \varepsilon_{lk} \Rightarrow S_{ijkl} = S_{jikl} \quad \text{Ou} \quad i, j, k, l = 1, 2, 3$$

On obtient, par conséquent, 6 contraintes et 6 déformations indépendantes et une matrice de rigidité de (6x6)

Posons:

$$\begin{cases} \sigma_{11} = \sigma_1 \\ \sigma_{22} = \sigma_2 \\ \sigma_{33} = \sigma_3 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} \sigma_{23} = \sigma_{32} = \sigma_4 \\ \sigma_{13} = \sigma_{31} = \sigma_5 \\ \sigma_{12} = \sigma_{21} = \sigma_6 \end{cases} \quad \begin{cases} \varepsilon_{11} = \varepsilon_1 \\ \varepsilon_{22} = \varepsilon_2 \\ \varepsilon_{33} = \varepsilon_3 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} 2\varepsilon_{23} = 2\varepsilon_{32} = \gamma_{23} = \gamma_{32} = \gamma_4 \\ 2\varepsilon_{13} = 2\varepsilon_{31} = \gamma_{13} = \gamma_{31} = \gamma_5 \\ 2\varepsilon_{12} = 2\varepsilon_{21} = \gamma_{12} = \gamma_{21} = \gamma_6 \end{cases}$$

La loi de Hooke généralisée sera :

$$\{\sigma_{ij}\} = [C]\{\varepsilon_{ij}\} \quad (4.6)$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ & & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ & & & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ & sym & & & C_{55} & C_{56} \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{12} \end{Bmatrix} \quad (4.7)$$

Avec :

$\{\sigma_{ij}\}$: Tenseur des contraintes

$[C]$: La matrice de rigidité

$\{\varepsilon_{ij}\}$: Tenseur des déformations

4.2.2.Symétrie des matrices caractéristiques

Énergie de déformation volumique élémentaire est :

$$\begin{aligned} dW &= \sigma_i d\varepsilon_i = C_{ij} \varepsilon_j d\varepsilon_i \\ \frac{\partial W}{\partial \varepsilon_i} &= C_{ij} \varepsilon_j = \sigma_i \\ \frac{\partial^2 W}{\partial \varepsilon_i \partial \varepsilon_j} &= C_{ij} \end{aligned} \quad (4.8)$$

Avec :

$[C_{ij}]$: Coefficient de rigidité

En modifiant notre ordre différentiel :

$$\frac{\partial^2 W}{\partial \varepsilon_j \partial \varepsilon_i} = C_{ji} \quad \text{Donc : } C_{ij} = C_{ji}$$

4.3. Divers degrés de symétrie matérielle des matériaux composites

Un matériau anisotrope se reflète en général par le fait que l'onde se propage à différentes vitesses selon différentes directions et que le type de symétrie du modèle d'anisotropie contribuera d'une façon décisive à la forme de cette dépendance directionnelle si le type d'anisotropie se caractérise par le nombre de coefficients indépendants (qui est en quelque sorte l'inverse du degré de symétrie), cette quantité ne permet pas en revanche la comparaison de différents modèles d'anisotropie quels que soient ces derniers (qu'ils soient de même type d'anisotropie ou non);

$$[C_{ij}] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ & & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ & & & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ & \text{Sym} & & & C_{55} & C_{56} \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

21 coefficients

Compte tenu de leur texture ou de la position des renforts, les matériaux composites possèdent divers degrés de symétrie matérielle que l'on peut ranger catégories suivantes

4.3.1. Matériau monoclinique

Par définition, un matériau monoclinique possède un plan de symétrie matériel. Dans ce cas, la matrice de comportement doit être telle qu'un changement de base effectué par rapport à ce plan ne modifie pas la matrice. On montre dans cette partie que lorsque des symétries matérielles existent le nombre de composantes nécessaires à décrire le comportement élastique linéaire est inférieur à 21.

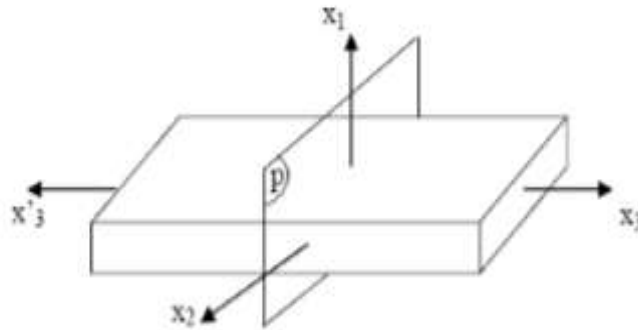


Fig.4.2: Plans de symétrie

le nombre de constante d'élasticité indépendants est 13, donc la forme de la matrice de rigidité est :

$$[C_{ij}] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & C_{36} \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & C_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{45} & C_{55} & 0 \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

4.3.2. Matériaux orthotropes

On appelle matériau orthotrope un matériau élastique homogène présentant en tout point deux symétries du comportement mécanique, chacune par rapport à un plan, les deux plans étant orthogonaux.

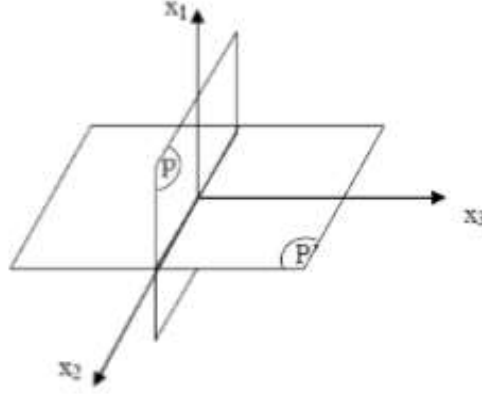


Fig.4.3: Matériaux orthotrope

Avec le nombre de constantes d'élasticité indépendantes est 9, donc la forme de la matrice de rigidité est :

$$[C_{ij}] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

Avec la matrice de souplesse égale :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & -\frac{\nu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{32}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{13}}{E_1} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} \quad (4.12)$$

Avec :

E_1, E_2, E_3 : Sont les modules d'élasticité longitudinaux.

G_{23}, G_{12}, G_{13} : sont les modules cisaillement.

$\nu_{21}, \nu_{31}, \nu_{12}, \nu_{32}, \nu_{21}, \nu_{23}$: sont les coefficients de Poisson.

Avec: $\frac{\nu_{21}}{E_2} = \frac{\nu_{12}}{E_1}$; $\frac{\nu_{31}}{E_3} = \frac{\nu_{13}}{E_1}$ et $\frac{\nu_{32}}{E_3} = \frac{\nu_{23}}{E_2}$

4.3.3. Matériau isotrope transverse (unidirectionnel)

Un matériau isotrope transverse est un matériau orthotrope qui comporte un axe ou un plan d'isotropie, les propriétés suivant l'axes 2 et 3 sont identiques, donc

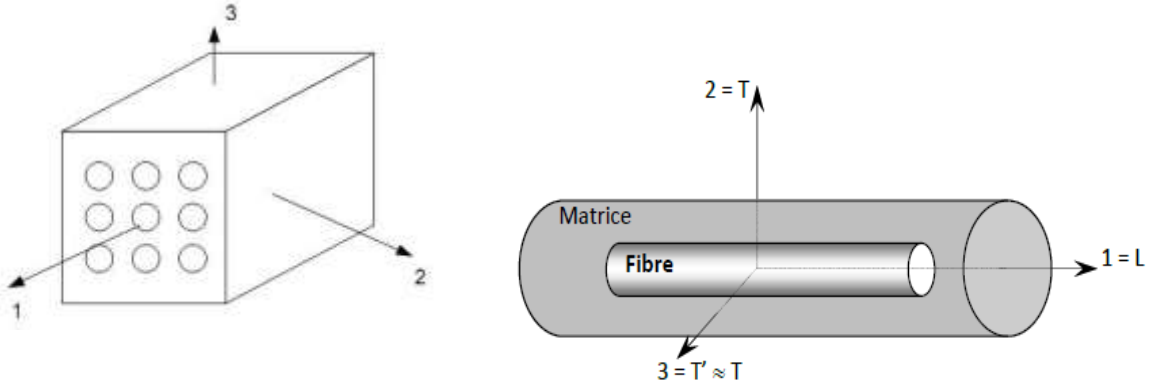


Fig.4.4: Matériau transversalement isotropes

On a 5 constantes d'élasticité indépendantes

$$C_{22} = C_{33} , C_{12} = C_{13} , C_{55} = C_{66}$$

$$[C_{ij}] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{C_{22}-C_{23}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

4.3.4. Matériaux isotropes

Ce sont des matériaux invariants quel que soit le changement de repère, toutes les directions sont donc identiques. Chaque plan étant un plan d'isotropie.

Et nous avons 12 coefficients non nuls dont 2 indépendants

$$[C_{ij}] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_{11} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{C_{11}-C_{12}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{C_{11}-C_{12}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{C_{11}-C_{12}}{2} \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

Avec : $C_{11} = \lambda + 2\mu$ et $C_{12} = \lambda$ (2.16)

λ et μ : sont les modules de Lamé (μ est aussi le module de rigidité au cisaillement G).

4.4. Loi de comportement dans le plan d'un composite unidirectionnel UD par rapport aux axes naturels

4.4.1. Comportement en souplesse

Considérons un pli soumis à un état complet de contraintes dans le plan constitué par les axes naturels 1 et 2 (longitudinal et transversal).

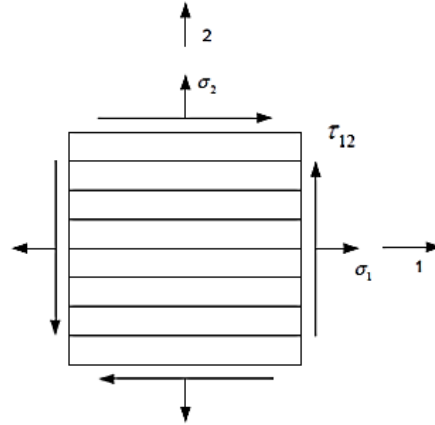


Fig. 4.5 : Pli UD soumis à un état plan de contrainte dans le plan (1,2)

Les relations contrainte-déformation sont :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{12} & S_{33} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix}$$

Ou:

$$\{\varepsilon_{1,2}\} = [S]\{\sigma_{(1,2)}\} \quad (4.15)$$

Chapitre 4 : Comportement élastique d'un composite unidirectionnel

La matrice $[S]$ est appelée matrice de souplesse réduite en membrane, pour un matériau orthotrope soumis à un état plan de contrainte, on obtient :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E_1 & -v_{21}/E_2 & 0 \\ -v_{12}/E_1 & 1/E_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/G_{12} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} \quad (4.16)$$

Ou :

$$S_{11} = \frac{1}{E_1} \quad ; \quad S_{22} = \frac{1}{E_2} \quad ; \quad S_{12} = S_{21} = -\frac{v_{21}}{E_2} = -\frac{v_{12}}{E_1} \quad \text{et} \quad S_{66} = \frac{1}{G_{12}}$$

Notons qu'il y a 5 coefficients de souplesse non nuls et 4 constantes élastiques fondamentales : $E_1, E_2, v_{12}, \text{et } G_{12}$.

Ou :

E_1 : Module d'élasticité dans le sens des fibres.

E_2 : Module d'élasticité dans le sens travers des fibres.

v_{12} : Coefficient de poisson du matériau composite.

G_{12} : Module de cisaillement du matériau composite.

4.4.2. Comportement en rigidité

La matrice de rigidité reliée les contraintes -déformations

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix}$$

Avec: $[C] = [Q] = [S]^{-1}$

Les expressions de la matrice de rigidité réduite en membrane $[Q]$ en fonction des constantes élastiques :

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1-v_{21}v_{12}}, \quad Q_{12} = \frac{v_{12}E_2}{1-v_{12}v_{21}} = Q_{21} = v_{12} Q_{22}, \quad Q_{22} = \frac{E_2}{1-v_{12}v_{21}} \quad \text{et} \quad Q_{66} = G_{12} \quad (4.17)$$

4.5. Loi de comportement d'un pli par rapport à un système quelconque(en dehors des axes d'orthotropie)

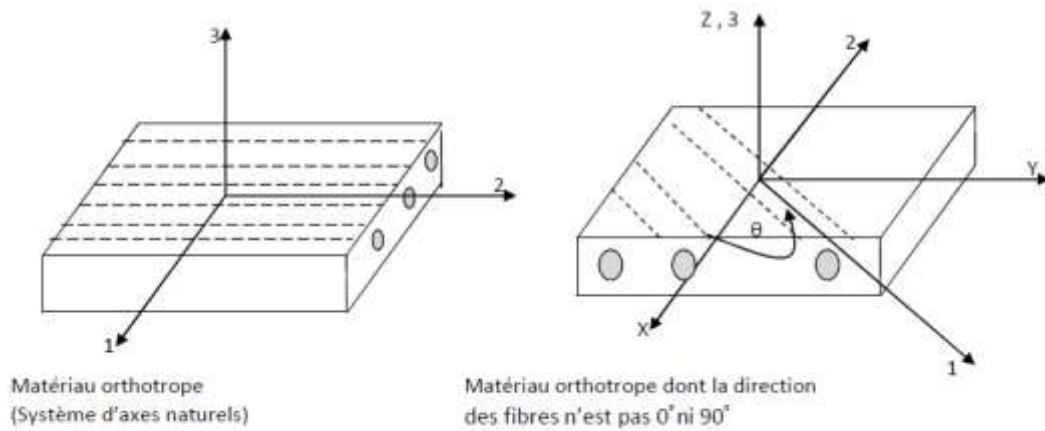


Fig.4. 6: Un pli unidirectionnel dans un système d'axes (x,y) faisant un angle θ avec le système d'axe (1,2)

4.5.1.Transformation de contraintes en membrane

Considérons un pli soumis à un état plan de contrainte ,dont les directions des axes x et y font un angle θ quelconque avec les directions des axes naturels du composite.

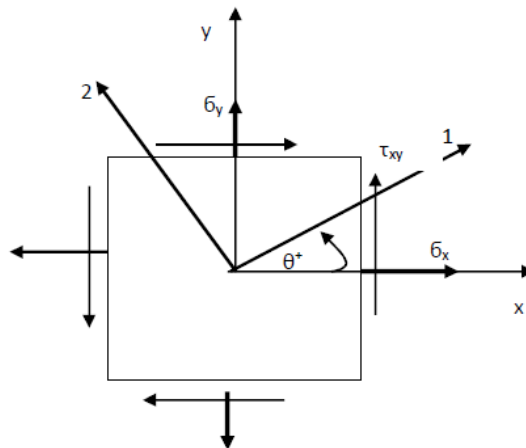


Fig.4.7: Etat plan de contraintes

Connaissant l'état de contrainte dans le système d'axes (x,y), on peut déterminer les contraintes dans le système d'axes naturels en utilisant la matrice de transformation[T]

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = [T(\theta)] \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (4.18)$$

Pour simplifier les notations nous allons mettre : $C = \cos \theta$ et $S = \sin \theta$

Avec:
$$[T(\theta)] = \begin{bmatrix} C^2 & S^2 & 2SC \\ S^2 & C^2 & -2SC \\ -SC & SC & C^2 - S^2 \end{bmatrix}$$

Donc:
$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [T(\theta)]^{-1} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix}$$

et
$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [T(\theta)]^{-1} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix}$$

Où:
$$[T(\theta)]^{-1} = \begin{bmatrix} C^2 & S^2 & -2SC \\ S^2 & C^2 & 2SC \\ SC & -SC & C^2 - S^2 \end{bmatrix}$$

Remarque : $[T(\theta)]^{-1} = [T(-\theta)]$

4.5.2. Transformation de déformations en membrane

Les équations de transformation relatives aux déformations sont tout à fait similaires à celles des contraintes:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \frac{\gamma_{12}}{2} \end{Bmatrix} = [T(\theta)] \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \frac{\gamma_{xy}}{2} \end{Bmatrix} \quad (4.19)$$

Afin d'obtenir directement γ_{xy} , il faut remplacer $[T(\theta)]$ par $[T'(\theta)]$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = [T'(\theta)] \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (4.20)$$

avec:
$$[T'(\theta)] = \begin{bmatrix} C^2 & S^2 & -2SC \\ S^2 & C^2 & 2SC \\ 2SC & -2SC & C^2 - S^2 \end{bmatrix}$$

Remarque : $[T'(\theta)] = [T(-\theta)]^T$

$$\text{D'où : } \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = [T'(\theta)]^{-1} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (4.20)$$

Avec: $[T'(\theta)]^{-1} = [T'(-\theta)]$

4.5.6. Matrice de rigidité réduite transformée

Les relations d'élasticité d'un composite dans un système d'axes quelconques dans son plan s'écrivent sous forme matricielle comme :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (4.21)$$

Ou:

$$\{\sigma_{(x,y)}\} = [\bar{Q}] \{\varepsilon_{(x,y)}\}$$

$[\bar{Q}]$: est la matrice de rigidité réduite transformée permettant de déterminer, à partir des déformations, les contraintes en membrane dans un pli de composite unidirectionnel sollicité suivant un système d'axes quelconques(x,y)

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [T(\theta)]^{-1} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = [T(\theta)]^{-1} [Q] \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = [T(\theta)]^{-1} [Q] [T'(\theta)] \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (4.22)$$

$$[T(\theta)]^{-1} [Q] [T'(\theta)] = [\bar{Q}] \text{ qui donne enfin : } \{\sigma_{(x,y)}\} = [\bar{Q}] \{\varepsilon_{(x,y)}\}$$

Les termes de la matrice de rigidité réduite $[\bar{Q}]$ peuvent être calculés donc, en multipliant les trois matrices comme suit :

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{11} &= Q_{11} \cos^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{22} \sin^4 \theta \\ \bar{Q}_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{12} (\cos^4 \theta + \sin^4 \theta) \\ \bar{Q}_{22} &= Q_{11} \sin^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{22} \cos^4 \theta \\ \bar{Q}_{16} &= (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta + (Q_{12} + Q_{22} - 2Q_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta \\ \bar{Q}_{26} &= (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta + (Q_{12} + Q_{22} - 2Q_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta \\ \bar{Q}_{66} &= (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{66} (\cos^4 \theta + \sin^4 \theta) \end{aligned} \quad (4.23)$$

4.6. Théorie classique d'un stratifié composite

Un stratifié est constitué d'un empilement de monocouches ayant chacun une orientation propre par rapport à un référentiel commun aux couches et désigné comme le référentiel du stratifié. Le choix de l'empilement et plus particulièrement les orientations permettra d'avoir des propriétés mécaniques spécifiques.

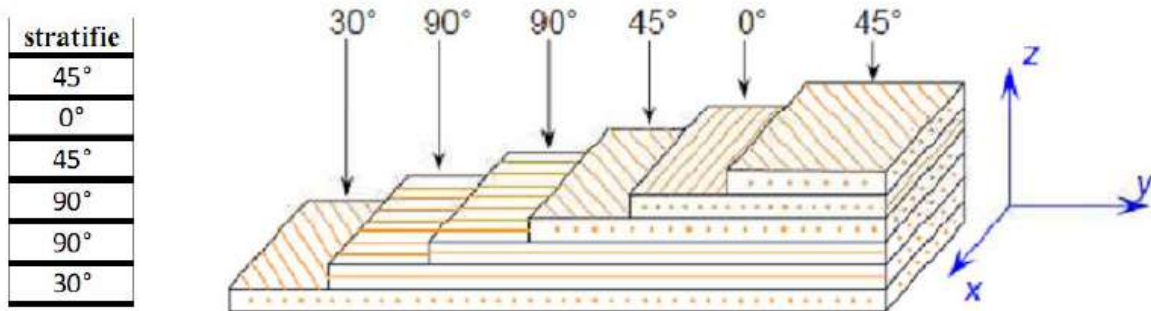


Fig.4.8: Désignation d'un stratifié.

Hypothèses des plaques minces de Kirchhoff

La théorie classique des stratifiés est utilisée pour développer les lois du comportement des stratifiés. Cette théorie utilise un schéma du premier degré (schéma de Kirchhoff), dont les hypothèses de base sont les suivantes[18-21] :

- Schéma de déformation du premier ordre (petites déformations)
- La normale au plan moyen avant déformation reste normale à ce dernier après déformation
- Le cisaillement transversal est négligé: $\gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$
- Les déplacements sont faibles par rapport aux dimensions de stratifié.
- Chaque couche est élastique.
- Pas de glissement entre les couches de stratifié.

Expression de champs de déplacements et déformations

Généralement l'hypothèse de la théorie de plaque concentre sur la champ de déplacement au point M sur les trois axes (x,y,z) de la plaque, elle s'exprime dans les termes suivants:

$$u(x,y,z) = u_0(x,y,0) + z \varphi_x(x,y) + z^2 \psi_x(x,y) + z^3 \phi_x(x,y)$$

$$v(x, y, z) = v_0(x, y, 0) + z \varphi_y(x, y) + z^2 \psi_y(x, y) + z^3 \phi_y(x, y) \quad (4.24)$$

$$w(x, y, z) = w_0(x, y, 0) + z \varphi_z(x, y) + z^2 \psi_z(x, y)$$

Ce schéma représente un degré de liberté donc les champs de déplacement égal :

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u_0(x, y, 0, t) + z \varphi_x(x, y, t) \\ v(x, y, z) &= v_0(x, y, 0) + z \varphi_y(x, y, t) \\ w(x, y, z) &= w_0(x, y, 0, t) \end{aligned} \quad (4.25)$$

Avec :

u_0, v_0 : constant de la déplacement dans le plan x,y

w_0 : composant de la déplacement par rapport à z

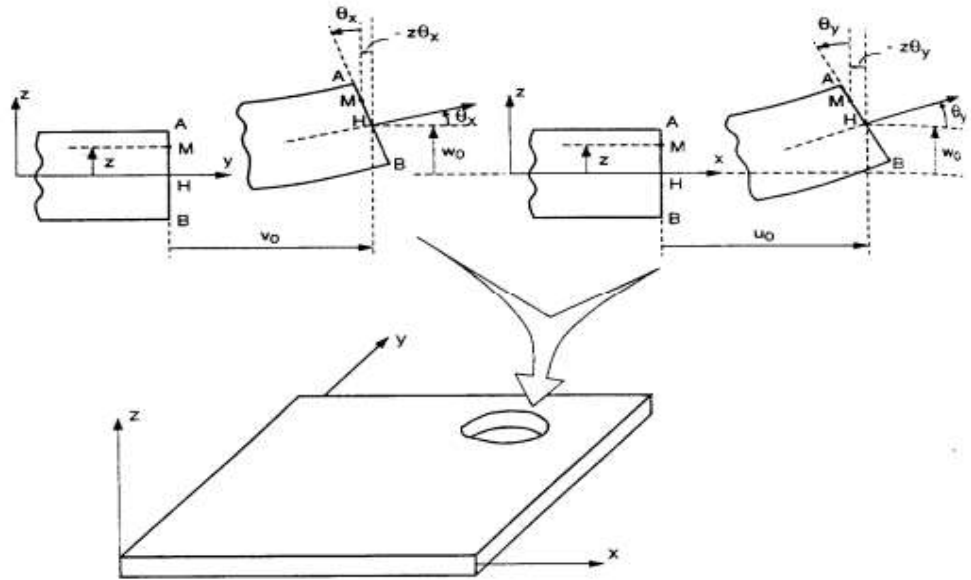


Fig.4.9: Les déformations dans le cas de la théorie classique des stratifiés

$$(\varphi_x = \theta_x \quad \text{et} \quad \theta_y = \varphi_y)$$

On a :

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{\partial x} + z \frac{\partial \theta_x}{\partial x}$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial v_0}{\partial y} + z \frac{\partial \theta_y}{\partial y}$$

$$\varepsilon_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{\partial w_0}{\partial z}$$

$$\gamma_{xy} = 2\varepsilon_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} + z \left(\frac{\partial \theta_x}{\partial y} + \frac{\partial \theta_y}{\partial x} \right)$$

$$\begin{aligned}\gamma_{xz} &= 2\varepsilon_{xz} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial \omega_0}{\partial x} + \theta_x \\ \gamma_{yz} &= 2\varepsilon_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial \omega_0}{\partial y} + \theta_y\end{aligned}\quad (4.26)$$

Dans la théorie de stratifié Kirchhoff on négligé le cisaillement alors :

$$\gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$$

$$\frac{\partial \omega_0}{\partial x} + \theta_x = 0 \quad \text{et} \quad \theta_x = -\frac{\partial \omega_0}{\partial x}$$

$$\frac{\partial \omega_0}{\partial y} + \theta_y = 0 \quad \text{et} \quad \theta_y = -\frac{\partial \omega_0}{\partial y}$$

Donc le champ de déplacement s'écrit :

$$\begin{aligned}u(x, y, z) &= u_0(x, y) - z\theta_x \\ v(x, y, z) &= v_0(x, y) - z\theta_y\end{aligned}\quad (4.27)$$

$$w(x, y, z) = w_0(x, y)$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_{xx} &= \frac{\partial u_0}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ \varepsilon_{yy} &= \frac{\partial v_0}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2}\end{aligned}\quad (4.28)$$

$$\varepsilon_{zz} = 0$$

$$\begin{aligned}\gamma_{xy} &= \left(\frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \right) - 2z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \\ \gamma_{xz} &= \gamma_{yz} = 0.\end{aligned}$$

Donc le tenseur de déformation :

$$\varepsilon(M) = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & 0 \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\quad (4.29)$$

Avec le vecteur de déformation se réduire à 3 composants :

$$\varepsilon(M) = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}\quad (4.30)$$

Le champ des déformations est la superposition :

Des déformations en membrane :

$$\varepsilon_m(M) = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad (4.31)$$

Des déformations en flexion et torsion:

$$\varepsilon_f(M) = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^f \\ \varepsilon_{yy}^f \\ \gamma_{xy}^f \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ -z \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ -2z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} \quad (4.32)$$

Avec :

$\varepsilon_{xx}^f, \varepsilon_{yy}^f, \gamma_{xy}^f$: Les déformations de courbure

(en fonction de angles de rotation de la déformé du plan moyen et de la cote z du point M)

Généralement, les déformations en flexion et torsion s'expriment suivant la relation :

$$\varepsilon_f(M) = z K(x, y) \quad (4.33)$$

En posant :

$$K(x, y) = \begin{Bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} \quad (4.34)$$

La matrice $K(x, y)$ est appelée matrice des courbures de la plaque sollicitée en flexion

Le champ des déformations s'écrit sous forme abrégée :

$$\varepsilon(M) = \varepsilon(x, y) + z K(x, y) \quad (4.35)$$

4.6.1. Expression de champ de contraintes

Le champ des contraintes se réduit aux seules contraintes en membrane : σ_{xx} , σ_{yy} et τ_{xy} .

L'expression de tenseur des contraintes en un point M :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [\bar{Q}] \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (4.36)$$

Avec : $[\bar{Q}]$: la matrice de rigidité réduite transformée.

Les contraintes sont écrites sous forme matricielle:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{13} \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{23} \\ \bar{Q}_{31} & \bar{Q}_{32} & \bar{Q}_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{13} \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{23} \\ \bar{Q}_{31} & \bar{Q}_{32} & \bar{Q}_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} \quad (4.37)$$

K_x, K_y, K_{xy} : Les déformations en courbure.

$\varepsilon_{xx}^0, \varepsilon_{yy}^0, \gamma_{xy}^0$: Les déformations en membrane.

4.6.2. Résultante en membrane

Le champ des résultantes en membrane, noté $N(x, y)$, est défini par:

$$N(x, y) = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_k(M) dz = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} dz \quad (4.38)$$

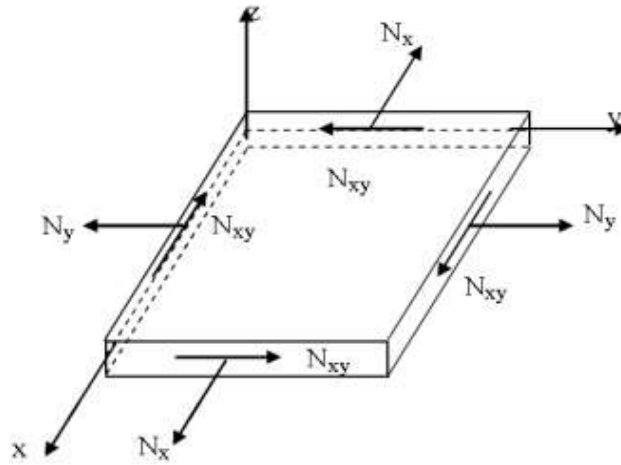


Fig.4.10. Sollicitations en membrane dans le stratifié

La discontinuité de la contrainte d'une couche par rapport à l'autre conduit:

$$N(x, y) = \begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} dz \quad (4.39)$$

Avec :

N_x : Effort résultante est dans la direction x par unité de largeur dans la direction Y

N_y : Effort résultante est dans la direction y par unité de largeur dans la direction X

Chapitre 4 : Comportement élastique d'un composite unidirectionnel

N_{xy} : Cisaillement de membrane par unité de largeur dans la direction X (ou Y)

Après la simplification :

$$N_{(x,y)} = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} [\bar{Q}_k \varepsilon_m(x, y) + z \bar{Q}_k k(x, y)] dz \quad (4.40)$$

Avec :

h_k, h_{k-1} : les coordonnées de la couche k suivant l'axe z

n : le nombre des couches total.

Donc :

$$N_{(x,y)} = \sum_{k=1}^n \left[\bar{Q}_k \varepsilon_m(x, y) \int_{h_{k-1}}^{h_k} dz + z \bar{Q}_k k(x, y) \int_{h_{k-1}}^{h_k} z dz \right] \quad (4.41)$$

$$N_{(x,y)} = \left[\sum_{k=1}^n (h_k - h_{k-1}) \bar{Q}_k \right] \varepsilon_m(x, y) + \frac{1}{2} \left[\sum_{k=1}^n (h_k^2 - h_{k-1}^2) \bar{Q}_k \right] k(x, y) \quad (4.42)$$

Soit en définitive :

$$N(x, y) = A \varepsilon_m(x, y) + B k(x, y) \quad (4.43)$$

En introduisant les matrices [A] et [B] avec:

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^n (h_k - h_{k-1}) (\bar{Q}_{ij})_k \quad (4.44)$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (h_k^2 - h_{k-1}^2) (\bar{Q}_{ij})_k \quad (4.45)$$

[A]: la matrice de rigidité en membrane.

[B] : la matrice de couplage membrane flexion torsion.

L'expression développée des résultantes s'écrit donc :

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{21} & A_{22} & A_{26} \\ A_{61} & A_{62} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{yx}^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{21} & B_{22} & B_{26} \\ B_{61} & B_{62} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} \quad (4.46)$$

Ces équations montrent que dans le cas d'un stratifié, les résultantes en membrane ne sont pas

Chapitre 4 : Comportement élastique d'un composite unidirectionnel

seulement fonctions des déformations en membrane (comme dans le cas de plaques homogènes), mais sont également fonctions des courbures en flexion et en torsion.

Chapitre 5 : Comportement thermomécanique d'un composite unidirectionnel

5.1.Introduction

Il est bien connu dans de nombreuses études [22-26] que les propriétés matérielles dépendent de la température et de l'humidité. Les structures composites sont fabriqués à chaud (180°C à titre indicatif : la polymérisation peut également hausser cette température). Leur durcissement est donc suivie d'un grand refroidissement. Ainsi, des contraintes résiduelles d'origine thermique sont créées. Elles peuvent être suffisamment fortes pour provoquer la rupture du matériau avant toute utilisation. Ensuite, les matériaux constitutifs de chaque pli absorbent facilement de l'eau, à cause de la structure moléculaire des résines (plastique), de la présence de porosités (et donc de réservoirs potentiels) et enfin des fibres qui agissent, d'après certaines théories, comme des drains.

5.2. Les coefficients de dilatation thermique dans le sens long et travers

En utilisant le modèle de la micro-mécanique pour les stratifiés, le coefficient de la dilatation thermique dans les directions longitudinales et transversales peuvent être exprimées par [27-28]

$$\alpha_L = \frac{\alpha_f E_{fL} V_f + \alpha_m E_m V_m}{E_{fL} V_f + E_m V_m}$$

$$\alpha_T = \alpha_m V_m + \alpha_f V_f + \frac{(\alpha_f E_m - \alpha_m E_{fL})}{\frac{E_m}{V_f} + \frac{E_{fL}}{V_m}} (\alpha_f - \alpha_m) \quad (5.1)$$

Avec:

E_f , G_f et ν_f sont respectivement, le module de Young, le module de Cisaillement et le coefficient de Poisson de la fibre.

E_m , G_m et ν_m sont respectivement, le module d'Young, le module de Cisaillement et le coefficient de Poisson de la matrice.

Matériau	α_1 (en 10^{-6} K^{-1})	α_2 (en 10^{-6} K^{-1})	α_3 (en 10^{-6} K^{-1})
Fibre de verre E	1,5 à 5		
Fibre de carbone T 300 (axe des fibres : 1)	- 1	19	19
Résine époxy Narmco 5 208	50	50	50
Verre/époxy tissu à renfort tissé équilibré 60 % de fibres (1, 2) : plan de tissage	12	12	
Carbone/époxy, à structure stratifiée 0-90° (2) 65 % de fibres (1, 2) : plan de tissage	27	27	
Acier de construction	13	13	13
Aluminium	23	23	23
Fibre Nicalon (SiC)	3,1		
(1) Il s'agit de valeurs moyennes pouvant varier avec le drapage et le cycle de cuisson et avec la température. (2) 0-90° séquences d'empilement.			

Tab.5.1: Coefficients de dilatation linéique de quelques matériaux à la température ambiante [29]

5.3. Loi de comportement thermomécanique globale d'un pli unidirectionnel

Considérons un matériau orthotrope dans les conditions d'un état de contrainte planes soumis à une différence de température ΔT . Si l'on doit tenir compte des déformations due à la variation de température, la loi de comportement en termes de constantes de souplesse s'écrit :

$$\{\varepsilon\}_{(1,2)} = [S]\{\sigma\}_{(1,2)} + \Delta T \{\alpha\}_{(1,2)} \quad (5.2)$$

L'équation précédente représente la loi de Hook-Duhamel généralisée, dans laquelle $\{\alpha\}_{(1,2)}$ est exprimée par :

$$\{\alpha\}_{(1,2)} = \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5.3)$$

Avec α_1 et α_2 , les coefficients de dilatation thermique de l'unidirectionnel suivant, respectivement, le sens long et le sens travers.

5.4. Loi de comportement thermomécanique d'un pli hors des axes d'orthotropie

Sachant que :

$$\{\varepsilon\}_{(1,2)} = [T']\{\varepsilon\}_{(x,y)}$$

$$\{\sigma\}_{(1,2)} = [T]\{\sigma\}_{(x,y)}$$

Où :

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \sin^2\theta & 2\sin\theta\cos\theta \\ \sin^2\theta & \cos^2\theta & -2\sin\theta\cos\theta \\ -\sin\theta\cos\theta & \sin\theta\cos\theta & \cos^2\theta - \sin^2\theta \end{bmatrix}$$

Et $[T']$ qui sera donnée par : $[T'] = [T^{-1}]^T$

On démontre aisément que :

$$\{\varepsilon\}_{(x,y)} = [\bar{S}]\{\sigma\}_{(x,y)} + \Delta T \{\alpha\}_{(x,y)} \quad (5.4)$$

Tel que :

$$\{\alpha\}_{(x,y)} = \begin{Bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_y \\ \alpha_{xy} \end{Bmatrix}$$

Avec :

$$\begin{aligned}\alpha_x &= \cos^2\theta \alpha_1 + \sin^2\theta \alpha_2 \\ \alpha_y &= \sin^2\theta \alpha_1 + \cos^2\theta \alpha_2 \\ \alpha_{xy} &= 2\sin\theta\cos\theta (\alpha_2 - \alpha_1)\end{aligned}\tag{5.5}$$

5.5.Comportement thermomécanique des stratifiés

On a vu que pour un pli unidirectionnel, le comportement thermomécanique est régit par la loi de Hook – Duhamel qui s'écrit dans les axes d'orthotropie (plan 1-2) par l'équation (5.2) et dans le plan (x,y) par l'équation (5.4)

$$\begin{aligned}\{\varepsilon\}_{(1,2)} &= [S]\{\sigma\}_{(1,2)} + \Delta T \{\alpha\}_{(1,2)} \\ \{\varepsilon\}_{(x,y)} &= [\bar{S}]\{\sigma\}_{(x,y)} + \Delta T \{\alpha\}_{(x,y)}\end{aligned}$$

Donc:

$$[\bar{S}]\{\sigma\}_{(x,y)} = \{\varepsilon\}_{(x,y)} - \Delta T \{\alpha\}_{(x,y)}$$

Et il vient une nouvelle expression la contrainte appliquée sur le milieu:

$$\{\sigma\}_{(x,y)} = [\bar{Q}] (\{\varepsilon\}_{(x,y)} - \Delta T \{\alpha\}_{(x,y)})\tag{5.6}$$

Dans le cas d'un stratifié, les contraintes dans le k^{ème} pli s'exprime par:

$$\begin{aligned}\{\sigma\}_k &= [\bar{Q}]_k (\{\varepsilon\}_k - \Delta T \{\alpha\}_k) \\ \{\sigma\}_k &= [\bar{Q}]_k \{\varepsilon\}_k - [\bar{Q}]_k \Delta T \{\alpha\}_k\end{aligned}\tag{5.7}$$

on observe que la contrainte est modifiée par l'apparition d'un terme supplémentaire lié à la variation de température, que l'on peut qualifier de « contrainte thermique ».

$$\left\{ \begin{matrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{matrix} \right\}_k^{Th} = \Delta T \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \left\{ \begin{matrix} \alpha_x \\ \alpha_y \\ \alpha_{xy} \end{matrix} \right\}_k$$

Dans lesquelles $\{\alpha\}_k$ est le vecteur de dilatation thermique du k^{ème} pli exprimé dans les axes du stratifié.

En introduisant les forces et moments résultants développés dans le chapitre précédent ,on peut mettre en évidence les expressions suivantes :

$$\{N\}^{Th} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} [\bar{Q}]_k \Delta T \{\alpha\}_k dz$$

$$\{M\}^{Th} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} [\bar{Q}]_k \Delta T \{\alpha\}_k z dz \quad (5.8)$$

Avec: $\{N\}^{Th}$ et $\{M\}^{Th}$ le nouveau chargement thermique, découplé au chargement mécanique.

Sous formes matricielle :

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix}^{Th} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_y \\ \alpha_{xy} \end{Bmatrix}_k \Delta T dz$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix}^{Th} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_y \\ \alpha_{xy} \end{Bmatrix}_k \Delta T z dz \quad (5.9)$$

En remplacent les équations des membranes et momentns

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{21} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{yx}^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{21} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix}^{Th}$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{21} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{yx}^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{21} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix}^{Th} \quad (5.10)$$

Ce qui conduit, en fin, aux équations de chargement totale, mécanique plus thermique :

$$\begin{Bmatrix} \bar{N}_x \\ \bar{N}_y \\ \bar{N}_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix}^{Th} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{21} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{yx}^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{21} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \bar{M}_x \\ \bar{M}_y \\ \bar{M}_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix}^{Th} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{21} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{yx}^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{21} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} \quad (5.11)$$

6.1. Flexion des plaques minces (hypothèses de Kirchoff)

6.1.1. Moments de torsion et de flexion

Dans cette partie on a les moments de flexion M_x, M_y dans les directions x et y et M_{xy} le moment de torsion représenté dans le schéma suivantes :

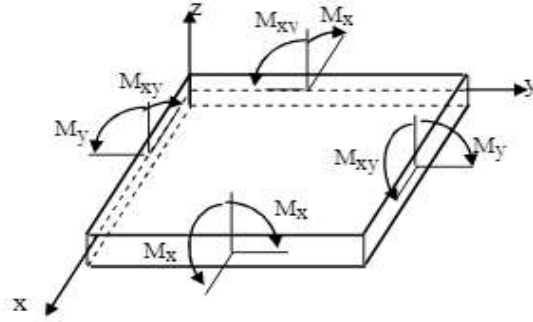


Fig.6. 1: Les moments de flexion et de torsion

On a les moments de flexion et de torsion définies comme suite :

$$M_f(x, y) = \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} z \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} dz \quad (6.1)$$

$$M_f(x, y) = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} [z \bar{Q}_k \varepsilon_m(x, y) + z^2 \bar{Q}_k k(x, y)] dz$$

$$M_f(x, y) = \left[\frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (h_k^2 - h_{k-1}^2) \bar{Q}_k \right] \varepsilon_m(x, y) + \frac{1}{3} \left[\sum_{k=1}^n (h_k^3 - h_{k-1}^3) \bar{Q}_k \right] k(x, y)$$

$$M_f(x, y) = [B] \varepsilon_m(x, y) + [D] k(x, y) \quad (6.2)$$

Avec :

[B] : la matrice de couplage membrane flexion torsion.

[D] : La matrice de rigidité en flexion

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (h_k^2 - h_{k-1}^2) (\bar{Q}_{ij})_k$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n (h_k^3 - h_{k-1}^3) (\bar{Q}_{ij})_k \quad (6.3)$$

6.1.2. Equation de constitutive

Dans l'équation de constitutive on a définir par la résultant et le moment on fonction de déformation en membrane et des courbures.

La forme matricielle :

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} \quad (6.4)$$

Cette équation est définie par l'équation constitutive des stratifiés

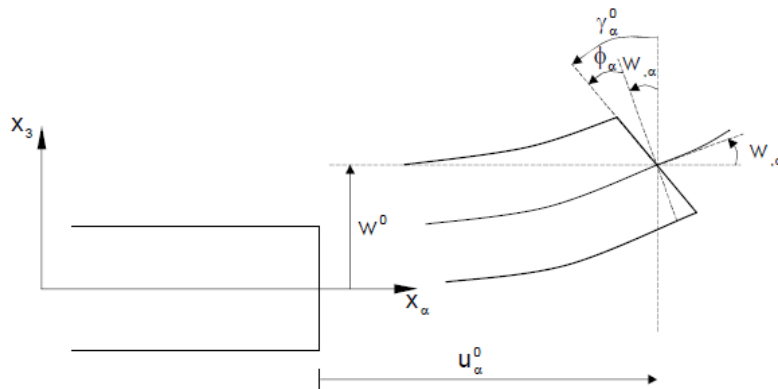
Alors : on peut écrire l'équation (6.5) comme:

$$\begin{bmatrix} N \\ M_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_M \\ K \end{bmatrix} \quad (6.5)$$

6.2. Flexion des plaques épaisses avec cisaillement transverse

6.2.1. Théorie de Hencky Mindlin (prise en compte du cisaillement transverse)

Cette théorie[30-33] qui tient en compte l'effet du cisaillement transverse est la mieux adaptée aux cas des plaques d'épaisseur modérée. Ainsi les éléments de Mindlin sont simples à formuler et pour que les fonctions d'interpolation usuelles puissent être utilisées, Ceci constitue un avantage pour cette théorie, qui de plus prend en considération l'effet de cisaillement et par conséquent, les déformations de cisaillement transverse seront automatiquement modelées en présence. Cette formulation englobe l'approche sans cisaillement transverse de Kirchhoff pour les plaques minces, mais dans laquelle on se donne un modèle de déplacement basé sur trois variables indépendantes $w(x, y)$, $\beta_x(x, y)$, et $\beta_y(x, y)$. β_x et β_y : sont les rotations de la normale à la surface moyenne dans les plans (x-z), et (y-z) respectivement.



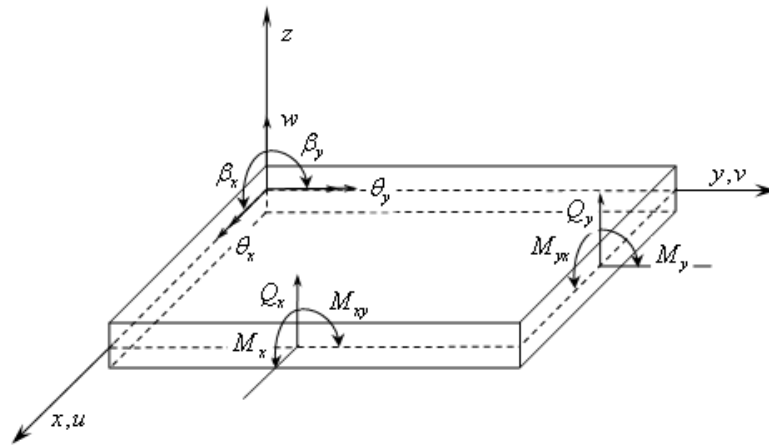


Fig.6.2: Cinématique de Reissner-Mindlin

Hypothèses

Dans le cas des plaques épaisses, les hypothèses de travail seront les suivantes [34-37] :

- On néglige l'effet des contraintes normales σ_{zz} devant les autres contraintes.
- Les plis sont orthotropes, les axes (l,t,z) sont confondus avec (x,y,z) du stratifié.
- On travaille dans l'hypothèse des petites déformations, les pentes après déformation sont $\ll 1$.
- Il y'a découplage des phénomènes de membrane et de flexion (symétrie miroir)
- Il y'a rotation de la section droite après déformation, le glissement et le cisaillement transversal ne sont plus négligés. $\gamma_{xz} \neq 0$ et $\gamma_{yz} \neq 0$.
- La normale au plan moyen avant déformation tourne autour de la normale après déformation.

Champ des déplacements

Les déplacements s'expriment en fonction des trois variables $w(x, y)$, $\beta_x(x, y)$, et $\beta_y(x, y)$.

$$\begin{aligned}
 u(x, y, z) &= u(x, y, 0) - z \beta_x(x, y) \\
 v(x, y, z) &= v(x, y, 0) - z \beta_y(x, y) \\
 w(x, y, z) &= w(x, y, 0)
 \end{aligned} \tag{6.6}$$

Cette forme du champ des déplacements répond aux conditions de compatibilité des déformations, et permet de prendre en compte un gauchissement éventuel de la section droite des plaques.

Les inconnues cinématiques sont maintenant, outre à u_0 , v_0 et w_0 , aussi les rotations β_x et β_y ; elles sont toutes des fonctions de x et y , donc on se réduit encore à un modèle bidimensionnel.

Expression du champs des déformations

Le champ des déformations sera déduit à partir des déplacements par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{\partial x} - z \frac{\partial \beta_x(x,y)}{\partial x} \\ \varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial v_0}{\partial y} - z \frac{\partial \beta_y(x,y)}{\partial y} \\ \varepsilon_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{\partial w_0}{\partial z} = 0 \\ \gamma_{xy} = 2. \varepsilon_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} - z \left(\frac{\partial \beta_x(x,y)}{\partial y} + \frac{\partial \beta_y(x,y)}{\partial x} \right) \\ \gamma_{xz} = 2. \varepsilon_{xz} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial w_0}{\partial x} - \beta_x(x,y) \\ \gamma_{yz} = 2. \varepsilon_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial w_0}{\partial y} - \beta_y(x,y) \end{array} \right. \quad (6.7)$$

Le vecteur de déformation peut être décomposé en deux parties, l'une indépendante de z traduisant les déformations de cisaillement notée $\varepsilon_c(M)$ où , et l'autre partie $\varepsilon_f(M)$ dépendante de z et qui représente les déformations de membrane- flexion, comme suit :

Le champ des déformations en membrane-flexion:

$$\varepsilon_{mf}(M) = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (6.8)$$

Le champ des déformations en cisaillement transverse:

$$\gamma_c(M) = \begin{Bmatrix} \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial w_0}{\partial x} - \beta_x \\ \frac{\partial w_0}{\partial y} - \beta_y \end{Bmatrix} \quad (6.9)$$

La première approche consiste à admettre que les déformations en cisaillement sont égales aux déformations moyennes γ_{yz}^0 et γ_{xz}^0 du stratifié.

$$\gamma_c(M) = \begin{Bmatrix} \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \gamma_{xz}^0 \\ \gamma_{yz}^0 \end{Bmatrix} \quad (6.10)$$

Comme dans le cas de la théorie classique des stratifiés, le champ des déformations en membrane-flexion est la superposition :

Des déformations en membrane :

$$\varepsilon_m(M) = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad (6.11)$$

Des déformations en flexion et torsion :

$$\varepsilon_f(M) = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^f \\ \varepsilon_{yy}^f \\ \gamma_{xy}^f \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} z \frac{\partial \beta_x}{\partial x} \\ z \frac{\partial \beta_y}{\partial y} \\ z \left(\frac{\partial \beta_x}{\partial y} + \frac{\partial \beta_y}{\partial x} \right) \end{Bmatrix} \quad (6.12)$$

Les déformations en flexion et torsion s'expriment en fonction de la courbure suivant la relation :

$$\varepsilon_f(M) = z \cdot k(x, y) \quad (6.13)$$

Avec:

$$k(x, y) = \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \frac{\partial \beta_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \beta_y}{\partial y} \\ \frac{\partial \beta_x}{\partial y} + \frac{\partial \beta_y}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad (6.14)$$

Finalement, le champ des déformations $\varepsilon_{mf}(M)$ s'écrit :

$$\varepsilon_{mf}(M) = \varepsilon_m(M) + \varepsilon_f(M) \quad (6.15)$$

$$\varepsilon_{mf}(M) = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} \quad (6.16)$$

Champ des contraintes

Les contraintes dans la couche d'ordre k s'exprime suivant la relation générale:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \end{Bmatrix}_K = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{16} & 0 & 0 \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} & 0 & 0 \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{C}_{44} & \bar{C}_{45} \\ 0 & 0 & 0 & \bar{C}_{45} & \bar{C}_{55} \end{bmatrix}_K \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} \quad (6.17)$$

Les contraintes en membrane dans la couche k s'expriment suivant :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_K = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_K \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{13} \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{23} \\ \bar{Q}_{31} & \bar{Q}_{32} & \bar{Q}_{33} \end{bmatrix}_K \begin{Bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} \quad (6.18)$$

Les contraintes de cisaillement transverse dans la couche k seront :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{C}_{44} & \bar{C}_{45} \\ \bar{C}_{45} & \bar{C}_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \end{Bmatrix} \quad (6.19)$$

6.2.2. Loi de comportement au niveau du stratifié multicouches

La résultante en Cisaillement transverse C.T. est donnée par :

$$\begin{Bmatrix} Q_y \\ Q_x \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^n \left[\int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} Q_y \\ Q_x \end{Bmatrix} dz \right] \quad (6.20)$$

En utilisant les relations précédentes pour tout le stratifié, on aura :

$$\begin{Bmatrix} Q_y \\ Q_x \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{44} & F_{45} \\ F_{45} & F_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \end{Bmatrix} \quad (6.21)$$

$$F_{ij} = \sum_{k=1}^n (h_k - h_{k-1}) (\bar{C}_{ij})_k = \sum_{k=1}^n e_k (\bar{C}_{ij})_k ; i, j = 4, 5 \quad (6.22)$$

En regroupant les résultantes et les moments, la loi de comportement en flexion des plaques épaisses stratifiées composites avec C.T. S'écrit :

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \\ Q_y \\ Q_x \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} & 0 & 0 \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} & 0 & 0 \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} & 0 & 0 \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} & 0 & 0 \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F_{44} & F_{45} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F_{45} & F_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xx}^0 \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \\ \gamma_{yz}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \end{Bmatrix} \quad (6.23)$$

Sous forme contractée

$$\begin{bmatrix} N \\ M \\ Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B & 0 \\ B & D & 0 \\ 0 & 0 & F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_M \\ k \\ \gamma_c \end{bmatrix} \quad (6.24)$$

Avec:

$$\begin{aligned} A_{ij} &= \sum_{k=1}^n (\overline{Q}_{ij})_k \cdot e_k \\ B_{ij} &= \sum_{k=1}^n (\overline{Q}_{ij})_k \cdot \left(\frac{z_k^2 - z_{k-1}^2}{2} \right), \quad D_{ij} = \sum_{k=1}^n (\overline{Q}_{ij})_k \cdot \left(\frac{z_k^3 - z_{k-1}^3}{2} \right) \\ F_{ij} &= (\overline{Q}_{ij})_k \sum_{k=1}^n (\overline{C}_{ij})_k \cdot e_k \quad (i, j = 4, 5) \end{aligned} \quad (6.25)$$

6.3. Flexion des plaques sandwichs

6.3.1. Introduction

Un matériau sandwich est constitué d'un matériau de faible masse volumique (cœur) sur lequel sont collées des couches (les peaux) à rigidité et résistance élevées. La fonction essentielle de l'âme du sandwich est de transmettre par cisaillement transverse, les actions mécaniques d'une peau à l'autre. Les peaux peuvent être constituées par des stratifiés ou par des matériaux métalliques d'épaisseur h_1 (peau inférieure) et d'épaisseur h_2 (peau supérieure). L'épaisseur de l'âme sera notée h et l'épaisseur totale du sandwich H ($H = h_1 + h + h_2$). En chaque point de la structure sandwich, le système de coordonnées sera choisi de manière que le plan (x,y) soit le plan moyen.

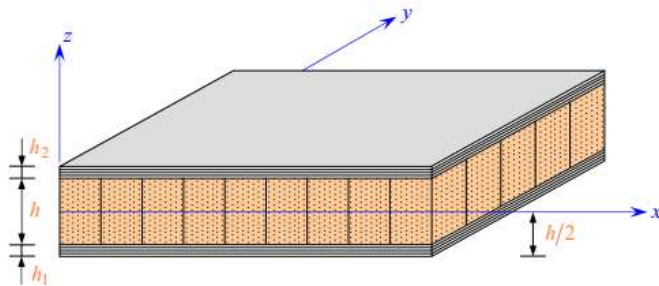


Fig.6.3: Notations d'une plaque sandwich

6.3.2.Hypothèses des plaques sandwichs [38-42]

- L'épaisseur de l'âme est plus élevée que celle des peaux ($h \gg h_1, h_2$).
- Les déplacements de le cœur u_c et v_c suivant les directions x et y sont des fonctions linéaires de la coordonnée z .
- Les déplacements u et v suivant les directions x et y sont uniformes dans l'épaisseur des peaux.
- Le déplacement transverse w est indépendant de la variable z : la déformation σ_{zz} est négligée.
- L'âme ne transmet que les contraintes de cisaillement transverse τ_{xz} et τ_{yz} : les contraintes σ_{xx} , σ_{yy} et τ_{xy} sont négligées.
- Les contraintes de cisaillement transverse σ_{xz} et σ_{yz} sont négligées dans les peaux.
- Enfin la théorie traite les problèmes d'élasticité en faibles déformations.

-Champs des déplacements

Dans le cas des plaques Sandwiches, le champ des déplacements dans l'âme et dans les peaux sera défini séparément, tel que :

*Dans l'âme:

En se basant sur la théorie des plaques épaisses avec contrainte de cisaillement CT

$$\begin{cases} u_a(x, y, z) = u_0(x, y) + z\varphi_x(x, y) \\ v_a(x, y, z) = v_0(x, y) + z\varphi_y(x, y) \end{cases} \quad (6.26)$$

*Dans les peaux:

En se basant sur l'hypothèse de continuité des déplacements entre âme et peaux

$$\varphi_x(x, y) = \beta_x(x, y) \quad \text{et} \quad \varphi_y(x, y) = \beta_y(x, y)$$

$$\text{Peau inférieure : } \begin{cases} u_1(x, y, z) = u_0(x, y) - \frac{h}{2}\varphi_x(x, y) \\ v_1(x, y, z) = v_0(x, y) - \frac{h}{2}\varphi_y(x, y) \end{cases}$$

$$\text{Peau supérieure : } \begin{cases} u_2(x, y, z) = u_0(x, y) + \frac{h}{2}\varphi_x(x, y) \\ v_2(x, y, z) = v_0(x, y) + \frac{h}{2}\varphi_y(x, y) \end{cases}$$

(6.27)

Le déplacement transversal sera donné par : $w(x, y, z) = W_0(x, y)$, z_1 et z_2 étant connus, le champ des déplacements sera composé des variables :

u_0, v_0, w_0, β_x et β_y , de la même façon que pour la théorie des plaques épaisses avec C.T.

-Champs des déformations

***Dans l'âme**

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{\partial x} + z \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} \\ \varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial v_0}{\partial y} + z \frac{\partial \varphi_y}{\partial y} \\ \varepsilon_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{\partial w_0}{\partial z} = 0 \\ \gamma_{xy} = 2. \varepsilon_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} + z \left(\frac{\partial \varphi_x}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_y}{\partial x} \right) \\ \gamma_{xz} = 2. \varepsilon_{xz} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial w_0}{\partial x} + \varphi_x \\ \gamma_{yz} = 2. \varepsilon_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial w_0}{\partial y} + \varphi_y \end{array} \right. \quad (6.28)$$

Des expressions que l'on peut mettre sous la forme :

Déformations membrane-flexion

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_x^a \\ \varepsilon_y^a \\ \gamma_{xy}^a \end{array} \right\} = \left[\begin{array}{l} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{array} \right] + z. \left[\begin{array}{l} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{array} \right]$$

Déformations en C.T.

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma_{xz}^a \\ \gamma_{yz}^a \end{array} \right\} = \left[\begin{array}{l} \frac{\partial w_0}{\partial y} + \varphi_y \\ \frac{\partial w_0}{\partial x} + \varphi_x \end{array} \right] \quad (6.29)$$

***Dans les peaux :**

Considérées comme des plaques minces;

Peau supérieure de hauteur $h_2 = \frac{h}{2}$

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_x^2 = \frac{\partial u_2}{\partial x} = u_{0x} + \frac{h}{2} \beta_{x,x} \\ \varepsilon_y^2 = \frac{\partial v_2}{\partial y} = v_{0x} + \frac{h}{2} \beta_{y,y} \\ \varepsilon_z^2 = 0 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \gamma_x^2 = \frac{\partial u_2}{\partial y} + \frac{\partial v_2}{\partial x} = u_{0x} + \frac{h}{2} (\beta_{x,y} + \beta_{y,x}) \\ \gamma_{yz}^2 = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v_2}{\partial z} = w_{0,y} \\ \gamma_{xz}^2 = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u_2}{\partial z} = w_{0,x} \end{array} \right.$$

Sous forme matricielle, on aura :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x^2 \\ \varepsilon_y^2 \\ \gamma_{xy}^2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + \frac{h}{2} \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} \quad (6.30)$$

Et ce en négligeant les déformations de C.T; γ_{xz}^2 et γ_{yz}^2

Il en sera donc de même pour la peau inférieure de hauteur $h_1 = -\frac{h}{2}$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x^1 \\ \varepsilon_y^1 \\ \gamma_{xy}^1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} - \frac{h}{2} \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} \quad (6.31)$$

-Champs des contraintes

D'après l'hypothèse 5, l'âme ne transmet que les contraintes τ_{xz} et τ_{yz} ce qui fait que :

$$\sigma_{xx}^a = \sigma_{yy}^a = \sigma_{zz}^a = \tau_{xy}^a = 0$$

Donc la loi de comportement en C.T. se réduit à :

$$\begin{Bmatrix} \tau_{yz}^a \\ \tau_{xz}^a \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{C}_{44}^a & \bar{C}_{45}^a \\ C_{45}^a & \bar{C}_{55}^a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^a \\ \gamma_{xz}^a \end{Bmatrix} \quad (6.32)$$

Avec :

$$\begin{aligned} \bar{C}_{44}^a &= G_{yz}^a \cdot \cos^2 \theta + G_{xz}^a \cdot \sin^2 \theta \\ \bar{C}_{45}^a &= (G_{xz}^a - G_{yz}^a) \cos \theta \cdot \sin \theta \\ \bar{C}_{55}^a &= G_{yz}^a \cdot \sin^2 \theta + G_{xz}^a \cdot \cos^2 \theta \end{aligned} \quad (6.33)$$

D'après l'hypothèse 6, les C.T. sont négligées dans les peaux supérieure et inférieure., donc :

Dans toutes les couches k on aura : $\tau_{xz}^k = \tau_{yz}^k = 0$, le reste des contraintes sera :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} \overline{Q}_{11} & \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{16} \\ \overline{Q}_{21} & \overline{Q}_{22} & \overline{Q}_{26} \\ \overline{Q}_{16} & \overline{Q}_{26} & \overline{Q}_{36} \end{bmatrix}_K \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^i \\ \varepsilon_y^i \\ \gamma_{xy}^i \end{Bmatrix} \quad (6.34)$$

Pour la couche k de la peau inférieure (i=1) et de la peau supérieure (i = 2)

6.3.3. Loi de comportement globale des plaques sandwiches avec peaux stratifiées

De la même manière que pour les plaques épaisses avec *C.T.*, l'expression du flux d'efforts en fonction des déformations dans l'âme et les peaux se traduit par :

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ T_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \\ Q_y \\ Q_x \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{A}_{ij}^* & \overline{B}_{ij}^* & 0 & 0 \\ \overline{C}_{ij}^* & \overline{D}_{ij}^* & 0 & 0 \\ 0 & 0 & F_{44} & F_{44} \\ 0 & 0 & F_{44} & F_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \\ \gamma_{yz}^a \\ \gamma_{xz}^a \end{Bmatrix} \quad (6.35)$$

Avec :

$$\begin{aligned} A_{ij}^* &= A_{ij}^1 + A_{ij}^2, \quad C_{ij}^* = C_{ij}^1 + C_{ij}^2 \\ \overline{B}_{ij}^* &= \frac{h}{2}(A_{ij}^2 - A_{ij}^1), \quad \overline{D}_{ij}^* = \frac{h}{2}(C_{ij}^2 - C_{ij}^1) \\ A_{ij}^1 &= \int_{-(\frac{h}{2}+h_1)}^{-\frac{h}{2}} \bar{Q}_{ij}^K dz = \sum_{k=1}^{n_1} \int_{z_{k-1}}^{z_k} \bar{Q}_{ij}^K dz = \sum_{k=1}^{n_1} \bar{E}_{ij}^K \cdot e_k \\ A_{ij}^2 &= \int_{\frac{h}{2}}^{(-\frac{h}{2}+h_2)} \bar{Q}_{ij}^K dz = \sum_{k=1}^{n_2} \int_{z_{k-1}}^{z_k} \bar{Q}_{ij}^K dz = \sum_{k=1}^{n_2} \bar{Q}_{ij}^K \cdot e_k \\ C_{ij}^1 &= \int_{-(\frac{h}{2}+h_1)}^{-\frac{h}{2}} z \cdot \bar{Q}_{ij}^K dz = \sum_{k=1}^{n_1} \int_{z_{k-1}}^{z_k} z \cdot \bar{Q}_{ij}^K dz = \sum_{k=1}^{n_1} \bar{Q}_{ij}^K \cdot e_k \cdot \left(\frac{z_k^2 - z_{k-1}^2}{2} \right) \\ C_{ij}^2 &= \int_{\frac{h}{2}}^{(-\frac{h}{2}+h_2)} z \cdot \bar{Q}_{ij}^K dz = \sum_{k=1}^{n_2} \int_{z_{k-1}}^{z_k} z \cdot \bar{Q}_{ij}^K dz = \sum_{k=1}^{n_2} \bar{Q}_{ij}^K \cdot e_k \cdot \left(\frac{z_k^2 - z_{k-1}^2}{2} \right) \\ F_{ij} &= h \cdot \bar{C}_{ij}^a \quad \text{Avec } i, j = 4, 5 \end{aligned} \quad (6.36)$$

n_1 et n_2 étant le nombre de couches k des peaux inférieures et supérieures.

Remarque

Dans le cas de plaques sandwichs symétriques, les peaux inférieures et supérieures sont identiques, il y'a forcément découplage des phénomènes de membranes et de flexion, ce qui exige les égalités:

$$\overline{B}_{ij}^* = \overline{C}_{ij}^* = 0. \quad \text{donc:} \quad C_{ij}^1 = -C_{ij}^2 \quad (6.37)$$

Il en résulte:

$$\overline{A}_{ij}^* = 2.A_{ij}^1, \overline{D}_{ij}^* = h.C_{ij}^1 \quad (6.38)$$

7.1.Introduction

Pour des chargements sévères jusqu'à la ruine de structures composites, les mécanismes d'endommagement et de rupture qui se manifestent au sein de ces matériaux sont nombreux et apparaissent à des différentes échelles. Ce qui a conduit plusieurs auteurs à fournir un effort intense afin de décrire un scénario plus proche de la réalité pouvant éclaircir l'accroissement de l'endommagement de ces matériaux. L'étude de la microfissuration est débutée dans les années soixante-dix à la suite de l'observation de l'initiation des microfissures [42].

Depuis, la prédiction du processus de l'endommagement est devenu le souci commun de plusieurs auteurs. Expérimentalement les recherches [43-46] ont observé que le premier mode d'endommagement est la fissuration transverse. Ensuite et pendant la propagation de l'endommagement transverse, un amorçage d'endommagements plus graves a été observé tels que la fissuration longitudinale ou/et le délaminage. Quant à la rupture finale du composite stratifié, elle résulte de la propagation et de l'accumulation de ces trois dommages aux quels s'ajoutent la rupture des fibres.

Donc, la dégradation complète d'un stratifié, soumis à un effort croissant passe par plusieurs causes de dégâts [47] qui sont classés selon l'ordre suivant :

- Microfissuration de la matrice
- Rupture de l'interface fibre matrice
- Délaminage
- Rupture de fibres

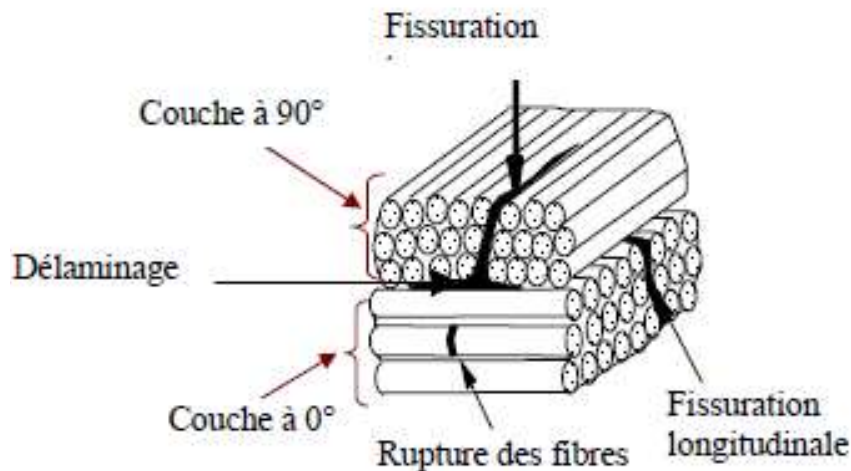


Fig. 7.1: Modes d'endommagements dans un stratifié croisé[48]

7.2. Endommagement des composites et moyen de contrôle.

Le suivi des différents mécanismes d'endommagement des matériaux composites peut être réalisé par diverses méthodes dont nous donnons quelques techniques d'inspection dans ce paragraphe.

7.2.1. Les ultrasons

Les ultrasons sont à l'heure actuelle la méthode reine pour la détection de défaut sur des matériaux composites. Cette méthode utilise comme moyen de détection des ondes sonores hautes fréquences (1 MHz–25 MHz) qui sont réfléchies ou atténuées par les différents défauts du composite. En règle générale ces ondes sont générées par un transducteur piézo-électrique et transmises à la pièce sous test au travers d'un gel. Lorsque ces ultrasons rencontrent une interface délimitant deux milieux ayant des impédances acoustiques différentes, il y a réflexion. Les ultrasons réfléchis sont captés par un palpeur (qui peut être le même que l'émetteur). Il y a création d'un « écho ». Dans le cas d'une pièce comportant deux surfaces, la détection de défaut se fait en comparant le temps mis pour faire un aller-retour dans l'épaisseur de la pièce et le temps mis pour la réflexion sur un défaut. D'un point de vue pratique, on utilise un écran d'oscilloscope. Les échos sont représentés par des pics sur l'écran. Ces méthodes permettent de détecter assez facilement le délaminage et les amas de microfissures. Bien souvent l'outil de mesure permet une reconstruction virtuelle de la pièce mesurée sous forme de coupe ou de vues 3D facilitant ainsi la prise de décision. Un exemple de résultats de mesure est donné par la figure.7.2.

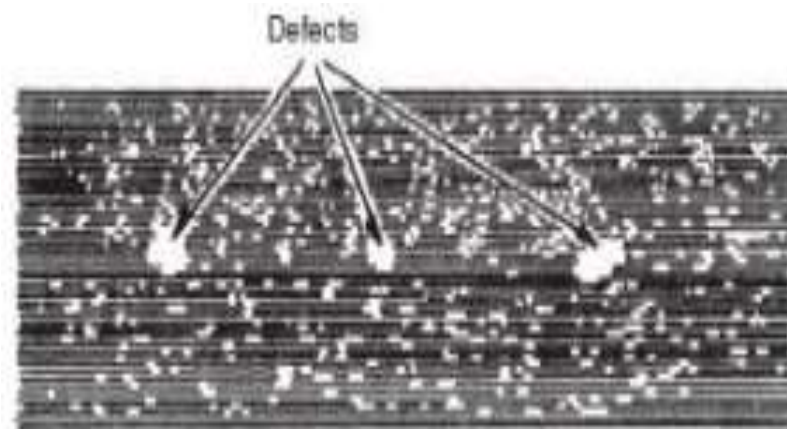


Fig.7.2 : Exemple de mesure ultrasonore d'une pièce en composite[49]

7.2.2. Emission acoustique

Le contrôle par émission acoustique (EA) est une méthode capable de surveiller l'endommagement en temps réel dans les composites [50]. La technique d'émission acoustique est une technique très prometteuse à laquelle on accorde de plus en plus d'attention que ce soit pour le suivi de l'intégrité de structures en service ou pour l'étude des mécanismes de rupture. L'émission acoustique est selon la norme française AFNOR, «un phénomène de création d'ondes élastiques transitoires résultant de micro-déplacements internes dans un matériau ». La source de ces ondes élastiques étant le matériau lui-même. Lorsqu'il est sollicité, une partie de l'énergie emmagasinée est alors dissipée créant des micro-déplacements de matière dont une fraction se retrouve sous la forme d'ondes élastiques : c'est l'émission acoustique. Lorsque ces ondes élastiques atteignent la surface, on peut les détecter grâce au capteur piézo-électrique. Ainsi, on peut détecter une fuite dans un conduit, et même localiser le défaut. Dans certains cas [51], le signal acoustique obtenu est audible, et l'on parle alors du "cri du matériau", le plus connu en émission acoustique étant le "cri de l'étain". Ainsi en écoutant le matériau, on peut suivre son endommagement comme représentée sur figure 7.3.

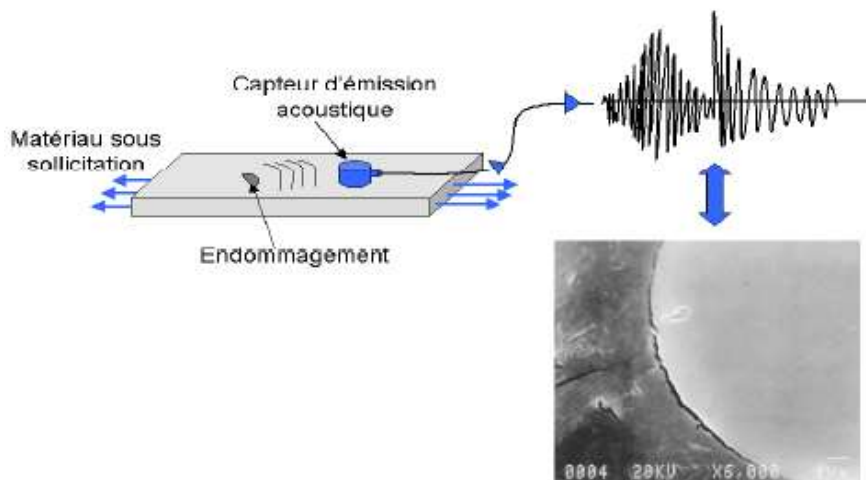


Fig.7.3 : Processus du contrôle non destructif par émission acoustique

7.2.3. La radiographie

La radiographie permet de détecter les défauts de la pièce en envoyant un flot de photons de haute énergie à partir d'un des côtés de la pièce et les enregistrant sur la surface opposée. La radiographie conventionnelle utilise des rayons X comme source de radiation et enregistre les défauts internes sous forme d'ombres. Les rayons gamma sont aussi utilisés car

ils pénètrent de manière plus profonde dans le composite. Il est aussi possible d'utiliser des neutrons afin de détecter par exemple l'eau (les neutrons sont fortement absorbés par l'eau) ou encore des positrons. La radiographie est capable de détecter dans les composites les vides suffisamment gros, les inclusions, les fractures entre plis, et les problèmes de répartition de fibres (mauvaise orientation, non uniformité). Cependant, les petits défauts sont difficilement détectables par ce genre de méthode car ils ne modifient pas de manière suffisante l'absorption des radiations.

7.2.4. La thermographie

La thermographie est une méthode basée sur le principe de l'altération de conductivité thermique locale du matériau à tester par la présence de défaut. En pratique, on soumet le matériau sous test à une source de chaleur uniforme (typiquement des couvertures chauffantes), puis l'on stoppe cette source et l'on regarde à la caméra infrarouge le profil de température de la pièce. Le chauffage peut être de plusieurs type des simples sacs d'eau chaude jusqu'aux microondes. Une variante de cette méthode est la vibrothermographie, dans laquelle la surface à tester est mise en vibration, ce qui réchauffe localement la pièce. Il a été observé empiriquement que les défauts avaient tendance à provoquer des pertes vibratoires et donc un réchauffement local à leur niveau. Les températures sont enregistrées de la même manière que précédemment. Un exemple de résultat de test est donné par la figure 7.3.

Ces méthodes ont fait leurs preuves pour détecter le délaminage.

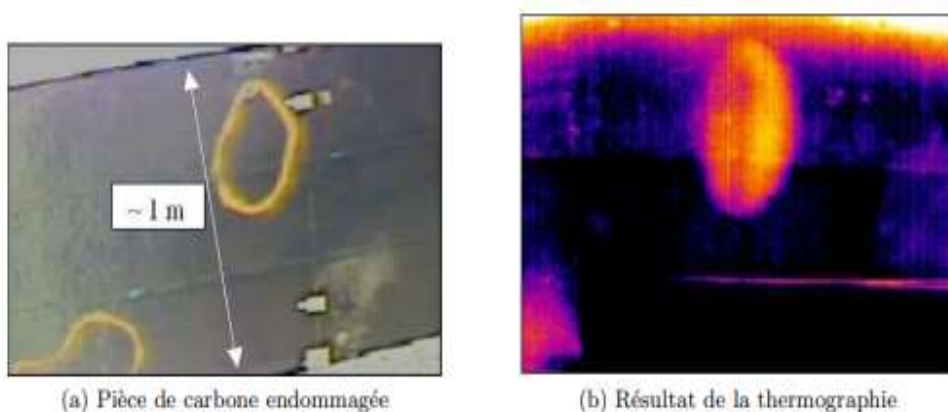


Fig.7.4 : Exemple de thermographie d'une plaque de composite avec une delamination[52]

7.2.5. L'inspection sous vide

Afin de détecter les défauts de type délaminage, il a été mis au point une technique d'inspection appelée inspection sous vide. Cette méthode appelée ELCH#1 chez airbus, consiste à aspirer la surface du composite et à mesurer la force nécessaire à la déformation du composite. Si le composite est délaminé cette force sera alors moins importante. Cette méthode de principe simple est néanmoins encore plus lente à mettre en œuvre que les méthodes ultrasonores ; en effet, il faut parcourir pas à pas la surface en pompant et mesurant. La déformation peut être faite à l'aide d'une technique de moiré ou tout simplement par des moyens mécaniques.



Fig.7.5 : Le dispositif d'inspection sous vide d'airbus[53]

7.2.6. Le contrôle destructif

En cas de doute ou d'accident, il est toujours possible d'effectuer des contrôles à l'intérieur de la pièce comme par exemple, un prélèvement d'échantillon et une microscopie optique ou électronique de l'échantillon, ce qui permettra de mieux connaître le phénomène destructeur. Il est aussi possible de faire des analyses fines sur les fibres ou la résine afin de savoir si la mise en œuvre a été correcte. Néanmoins, ce type de méthode est chère, à la fois du fait de leur technicité mais surtout à cause du fait que la pièce doit être sacrifiée. Ces méthodes ne sont donc utilisées qu'en dernier ressort. D'autres bien que nécessitant pas la destruction de la pièce ne permettent pas un contrôle efficace. Il est, par exemple, possible de rechercher l'eau dans les composites alvéolaires par sondage, c'est-à-dire en faisant un nombre limité de petits trous dans la structure et en regardant si ces trous contiennent de l'eau. Ce type de méthode n'est pas du tout adapté à la recherche systématique de l'eau.

7.3. Critères de rupture

L'objectif essentiel des critères de rupture est l'évaluation de la résistance mécanique développé par les matériaux, elle correspond à une dégradation irréversible obtenue soit par rupture réelle du matériau soit à la limite du domaine élastique (micro rupture dans la matrice, rupture des fibres, décohésion fibres-matrice...), on distingue :

- Les critères de rupture classique; critère en contraintes maximales et en déformations maximales,
- Les critères interactifs (critères énergétiques ou quadratiques).

Un critère de résistance est caractérisé par la connaissance d'une fonction scalaire

$$\Phi(\sigma) \quad (7.1)$$

Pour qu'il n y a pas rupture du matériau il faut satisfaire l'inégalité suivante :

$$\Phi(\sigma) \leq 1 \quad (7.2)$$

L'usage de la relation (7.2) nous obtenons l'enveloppe de rupture ou la surface limite.

Deux difficultés sont cependant inhérent a cette approche:

- 1) Le choix de la fonction $\Phi(\sigma)$ qui devra être convexe du tenseur des contraintes[13].
- 2) La détermination des paramètres fixant la fonction $\Phi(\sigma)$ par des essais mécaniques.

.

7.3. 1.Critère de rupture classique

7.3.1.1.Critère de la contrainte maximale

A)-Critère dans les axes principaux

Intuitivement, on peut supposer que la rupture d'un matériau orthotrope se produit lorsque la contrainte maximale est atteinte, soit en traction soit en cisaillement. Dans le repère principal, il vient alors l'expression :

$$\begin{aligned} -X_c &< \sigma_1 < X_t \\ -Y_c &< \sigma_2 < Y_t \\ -S_{lt} &< \tau_{12} < S_{lt} \end{aligned} \quad (7.3)$$

Avec :

X_t et X_c : Les résistances longitudinales respectivement en traction et en compression.

Y_t et Y_c : Les résistances transversales respectivement en traction et en compression.

S_{lt} La résistance en cisaillement suivant la direction 1-2.

On note que la résistance en traction et en compression sont différentes dans cette expression est de l'ordre de la moitié ou des deux tiers de la résistance en traction.

B)-Critères de rupture en dehors des axes principaux

Dans le cas où l'état des contraintes est exprimé dans des axes de référence (x, y, z) , (figure 7.5) il est nécessaire de se ramener aux axes principaux par une rotation d'angle θ . Les contraintes exprimées dans les axes principaux s'écrivent :

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= \sigma_{xx} \cos^2 \theta + \sigma_{yy} \sin^2 \theta + 2\tau_{xy} \sin \theta \cos \theta \\ \sigma_2 &= \sigma_{xx} \sin^2 \theta + \sigma_{yy} \cos^2 \theta - 2\tau_{xy} \sin \theta \cos \theta \\ \tau_{12} &= (\sigma_{yy} - \sigma_{xx}) \sin \theta \cos \theta + \sigma_{yy} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) S_{lt}\end{aligned}\quad (7.3)$$

et le critère de rupture s'exprime sous la forme :

$$\begin{aligned}-X_c &< \sigma_{xx} \cos^2 \theta + \sigma_{yy} \sin^2 \theta + 2\tau_{xy} \sin \theta \cos \theta < X_t \\ -Y_c &< \sigma_{xx} \sin^2 \theta + \sigma_{yy} \cos^2 \theta - 2\tau_{xy} \sin \theta \cos \theta < Y_t \\ -S_{lt} &< (\sigma_{yy} - \sigma_{xx}) \sin \theta \cos \theta + \sigma_{yy} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) < S_{lt}\end{aligned}\quad (7.4)$$

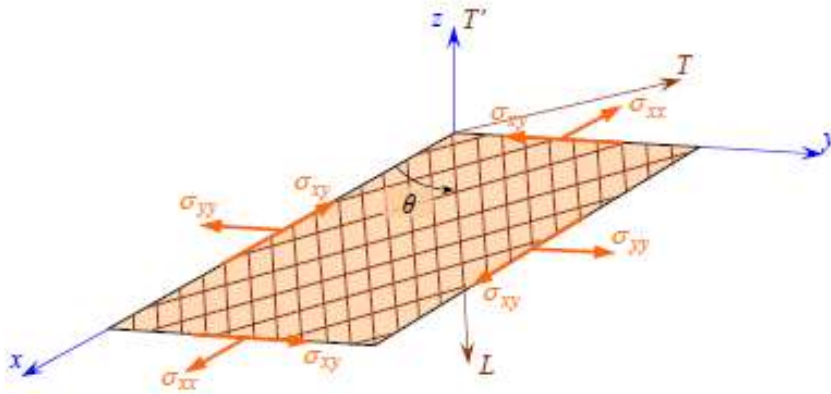


Fig.7.5. Couche rapportée à des axes de référence quelconques[4]

Traction ou compression en dehors des axes principaux

Dans ce cas les contraintes se réduisent à :

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= \sigma_{xx} \cos^2 \theta \\ \sigma_2 &= \sigma_{xx} \sin^2 \theta \\ \tau_{12} &= -\sigma_{xx} \sin \theta \cos \theta\end{aligned}$$

et le critère de contrainte maximale s'exprime suivant :

$$\begin{aligned}
 -X_c &< \sigma_{xx} \cos^2 \theta < X_t \\
 -Y_c &< \sigma_{xx} \sin^2 \theta < Y_t \\
 -S_{lt} &< -\sigma_{xx} \sin \theta \cos \theta < S_{lt}
 \end{aligned}
 \tag{7.5}$$

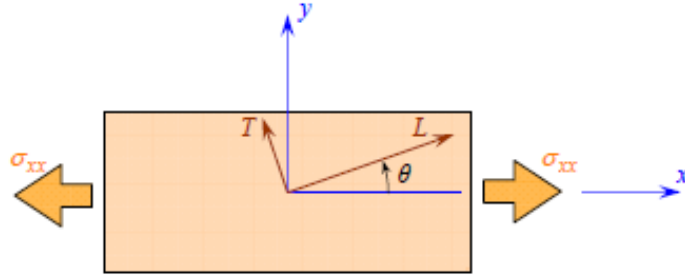


Fig. 7.6: Traction en dehors des axes principaux

Ce critère peut être représenté graphiquement en traçant la valeur maximale σ_{xu} de la contrainte σ_{xx} de traction ou compression pour laquelle l'un des critères est atteint, en fonction de l'angle θ entre la direction du chargement et les directions principales du matériau.

Dans un essai de traction, σ_{xu} correspond à la plus petite des valeurs :

$$\begin{aligned}
 \sigma_{xu} &= \frac{X_t}{\cos^2 \theta} \\
 \sigma_{xu} &= \frac{Y_t}{\sin^2 \theta} \\
 \sigma_{xu} &= \frac{S_{lt}}{\sin \theta \cos \theta}
 \end{aligned}$$

Dans un essai de compression, σ_{xu} correspond à la plus petite des valeurs :

$$\begin{aligned}
 \sigma_{xu} &= \frac{X_c}{\cos^2 \theta} \\
 \sigma_{xu} &= \frac{Y_c}{\sin^2 \theta} \\
 \sigma_{xu} &= \frac{S_{lt}}{\sin \theta \cos \theta}
 \end{aligned}
 \tag{7.6}$$

La figure 7.7 montre un exemple des résultats obtenus dans le cas d'un composite unidirectionnel à fibres de verre E :

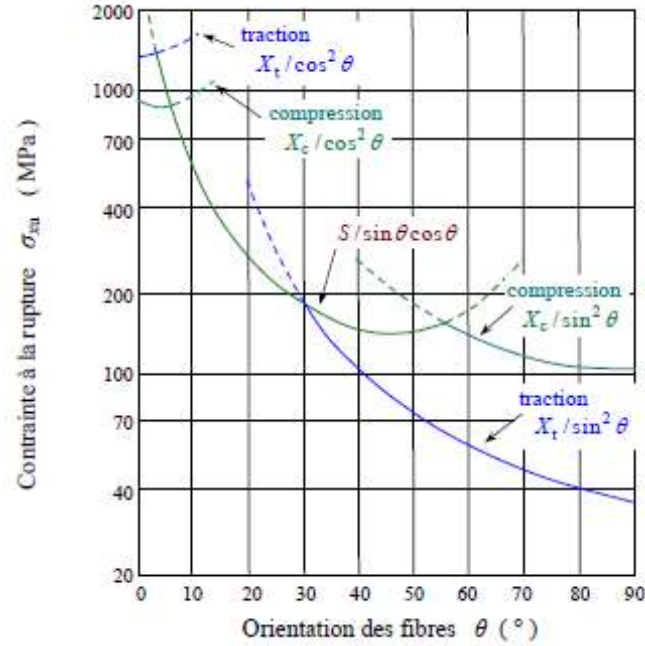


Fig.7.7: Critère de la contrainte maximale dans le cas d'un composite unidirectionnel à fibres de verre[4]

7.3.1.2. Critère de la déformation maximale

A. Critère dans les axes principaux

$$-X_{\varepsilon c} < \varepsilon_L < X_{\varepsilon t}$$

$$-Y_{\varepsilon c} < \varepsilon_T < Y_{\varepsilon t}$$

$$-S_{\varepsilon} < \gamma_{lt} < S_{\varepsilon} \quad (7.7)$$

$X_{\varepsilon t}$ ($X_{\varepsilon c}$) : La déformation à la rupture en traction (ou compression) suivant l'axe longitudinal,

$Y_{\varepsilon t}$ ($Y_{\varepsilon c}$) : la déformation à la rupture en traction (ou compression) suivant l'axe transversal,

S_{ε} : la déformation à la rupture en cisaillement dans le plan de la couche.

B. Traction ou compression en dehors des axes principaux

Dans le cas de contraintes planes :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_l \\ \varepsilon_t \\ \gamma_{lt} \end{Bmatrix}_K = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{12} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \sigma_l \\ \sigma_t \\ \sigma_{lt} \end{Bmatrix}_k$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_l &= (S_{11} \cdot \cos^2\theta + S_{12} \sin^2\theta) \sigma_{xx} \\ \varepsilon_t &= (S_{11} \cdot \sin^2\theta + S_{22} \cos^2\theta) \sigma_{xx} \\ \gamma_{lt} &= S_{66} \sin\theta \cos\theta \sigma_{xx}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_l &= \frac{1}{E_l} (\cos^2\theta - \nu_{lt} \sin^2\theta) \sigma_{xx} \\ \varepsilon_t &= \frac{1}{E_t} (\sin^2\theta - \nu_{lt} \cos^2\theta) \sigma_{xx} \\ \gamma_{lt} &= \frac{1}{G_{lt}} \sin\theta \cos\theta \sigma_{xx}\end{aligned}\tag{7.8}$$

Il en résulte que le critère de déformation maximale peut être réécrit de la manière suivante :

$$\begin{aligned}\frac{-X_c}{\cos^2\theta - \nu_{lt} \sin^2\theta} &< \sigma_{xx} < \frac{X_t}{\cos^2\theta - \nu_{lt} \sin^2\theta} \\ \frac{-Y_c}{\sin^2\theta - \nu_{lt} \cos^2\theta} &< \sigma_{xx} < \frac{Y_t}{\sin^2\theta - \nu_{lt} \cos^2\theta} \\ -S_{lt} &< \sigma_{xx} \sin\theta \cos\theta < S_{lt}\end{aligned}\tag{7.9}$$

Dans un essai de compression, σ_{Xu} correspond à la plus petite des valeurs :

$$\begin{aligned}\sigma_{Xu} &= \frac{X_c}{\cos^2\theta - \nu_{lt} \sin^2\theta} \\ \sigma_{Xu} &= \frac{Y_c}{\sin^2\theta - \nu_{lt} \cos^2\theta} \\ \sigma_{Xu} &= \frac{S_{lt}}{\sin\theta \cos\theta}\end{aligned}\tag{7.10}$$

Dans un essai de traction, σ_{Xu} correspond à la plus petite des valeurs :

$$\begin{aligned}\sigma_{Xu} &= \frac{X_t}{\cos^2\theta - \nu_{lt} \sin^2\theta} \\ \sigma_{Xu} &= \frac{Y_t}{\sin^2\theta - \nu_{lt} \cos^2\theta} \\ \sigma_{Xu} &= \frac{S_{lt}}{\sin\theta \cos\theta}\end{aligned}\tag{7.11}$$

7.3.2. Critère de rupture interactifs

7.3.2.1. Critère de rupture de Hill

Le critère de rupture de Hill est utilisé à l'étude des poly cristaux, il peut être interprété comme l'analogue du critère de Von-Mises concernant seulement les matériaux anisotropes, a

cause de la spécification d'un matériau composite. Hill suppose que la rupture est atteinte quand cette égalité est vérifiée ;

$$F(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + G(\sigma_3 - \sigma_1)^2 + H(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + 2L\tau_{12}^2 + 2M\tau_{13}^2 + 2N\tau_{23}^2 \leq 1 \quad (7.12)$$

Pour identifier ce critère, il faut réaliser suivant les axes d'orthotropie, trois expériences de traction et trois expériences de cisaillement qui permettent d'écrire les relations suivantes :

– Trois essais de traction :

$$G+H = \frac{1}{X^2}, \quad F+H = \frac{1}{Y^2} \quad \text{et} \quad F+G = \frac{1}{Z^2}$$

-Trois essais de cisaillement:

$$2L = \frac{1}{S_{lt}^2}, \quad 2M = \frac{1}{S_{lz}^2} \quad \text{et} \quad 2N = \frac{1}{S_{tz}^2}$$

X: Contraintes à la rupture en traction suivant l'axe longitudinal,

Y : Contrainte à la rupture en traction suivant l'axe transversal,

S_{lt} : Contrainte à la rupture en cisaillement dans le plan de la couche.

Il suffit d'exploiter les essais pour identifier les six paramètres du critère F, G, H, L, M, N en fonction des limites d'élasticité du matériau considéré. Il faut noter que lorsque $F=G=H=L=M=N$, le critère de Hill correspond à celui de Von Mises.

En contraintes planes, le critère de Hill s'écrit:

$$\left(\frac{\sigma_1}{X}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_2}{Y}\right)^2 - \sigma_1\sigma_2\left(\frac{1}{X^2} + \frac{1}{Y^2} - \frac{1}{Z^2}\right) + \left(\frac{\tau_{12}}{S_{lt}}\right)^2 = 1 \quad (7.13)$$

7.3.2.2. Critère de Tsai-Hill

Le critère proposé par Tsai-Hill correspond au critère de Hill écrit en contrainte plane dans le cas d'un matériau isotrope transverse. Ce critère ne tient pas compte des différences de comportement en traction et en compression. Dans la base d'orthotrope connue, le critère de Tsai- Hill s'écrit sous la forme:

$$\left(\frac{\sigma_1}{X}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_2}{Y}\right)^2 - \frac{K}{XY}\sigma_1\sigma_2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S_{lt}}\right)^2 = 1 \quad (7.14)$$

Avec : $K = \frac{Y}{X}$

7.3.2.3.. Critère de Norris

Norris Suppose que dans le champ des contraintes: $\sigma_1 = X, \sigma_2 = Y$ et $\tau_{12} = 0$ se trouve sur la surface de rupture.

Pour ce critère on prend $K=1$.

Généralement le critère de Norris est utilisé pour les bois [54].

7.3.2.4. Critère d'Ashkenazi

Ce critère est utilisé pour les matériaux composites unidirectionnels. Ashkenazi suppose que les points : $\sigma_1 = \frac{T}{2}$, $\sigma_2 = \frac{T}{2}$ et $\tau_{12} = \frac{T}{2}$ se trouvent dans la surface de rupture[54].

Avec :

T : Résistance ultime en traction à 45° de la direction des fibres qui doit satisfaire la condition de stabilité:

S_{lt}: La résistance en cisaillement suivant la direction 1-2.

La résistance en cisaillement suivant la direction 1-2.

$$\left| \frac{4}{T^2} - \left(\frac{1}{X} + \frac{1}{Y} \right)^2 \right| < \frac{1}{S_{lt}^2} \quad (7.15)$$

Le coefficient k vaut alors :

$$K = \frac{Y}{X} + \frac{X}{Y} + xy \left(\frac{1}{S_{lt}^2} - \frac{1}{T^2} \right) \quad (7.16)$$

7.3.2.5. Critère de Fisher

Le critère de Fisher est appliqué aux matériaux orthotropes et est basé sur l'analyse de Norris.

Fisher suppose que le point $\sigma_1 = P$, $\sigma_2 = -P$ et $\tau_{12} = 0$ se trouve dans la surface de rupture.

Dans ce cas:

$$K = \frac{A_1 + A_2}{2\sqrt{A_1 A_2}} \quad (7.17)$$

Avec:

$$\begin{aligned} A_1 &= E_1 (1 + \nu_{21}) \\ A_2 &= E_2 (1 + \nu_{12}) \end{aligned} \quad (7.18)$$

$E_1 E_2$: Module d'Young dans les directions 1 et 2

ν_{12} et ν_{21} : Coefficients de Poisson.

G_{12} : Module de cisaillement de la couche dans la direction 12.

7.3.2.6. Le critère de Tsai-Wu

Nous retiendrons le Critère Tsai-Wu

$$F_{ij}\sigma_i\sigma_j + F_i\sigma_i = 1 \quad (i, j = 1, \dots, 6) \quad (7.19)$$

Où les constantes F_i et F_{ij} sont les composantes de deux tenseurs respectivement de rang 2 et de rang 4.

$$\begin{aligned} F_1\sigma_1 + F_{11}\sigma_1^2 + F_2\sigma_2 + F_{22}\sigma_2^2 + F_3\sigma_3 + F_{33}\sigma_3^2 + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2 + 2F_{13}\sigma_1\sigma_3 + 2F_{23}\sigma_2\sigma_3 + F_4\sigma_4 \\ + F_5\sigma_5 + F_6\sigma_6 + F_{44}\sigma_4^2 + F_{55}\sigma_5^2 + F_{66}\sigma_6^2 + 2F_{14}\sigma_1\sigma_4 + 2F_{15}\sigma_1\sigma_5 \\ + 2F_{16}\sigma_1\sigma_6 + 2F_{24}\sigma_2\sigma_4 + 2F_{25}\sigma_2\sigma_5 + 2F_{26}\sigma_2\sigma_6 + 2F_{34}\sigma_3\sigma_4 + 2F_{35}\sigma_3\sigma_5 \\ + 2F_{36}\sigma_3\sigma_6 + 2F_{45}\sigma_4\sigma_5 + 2F_{46}\sigma_4\sigma_6 + 2F_{56}\sigma_5\sigma_6 = 1 \end{aligned}$$

En contraintes planes, le critère de Tsai Wu s'écrit :

$$F_{11}\sigma_1^2 + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2 + F_{22}\sigma_2^2 + F_{66}\sigma_6^2 + F_1\sigma_1 + F_2\sigma_2 + F_6\sigma_6 = 1 \quad (7.20)$$

Avec les paramètres F_{ij} :

$$\begin{aligned} F_1 &= \frac{1}{X_t} - \frac{1}{X_c} \\ F_2 &= \frac{1}{Y_t} - \frac{1}{Y_c} \\ F_{11} &= \frac{1}{X_t X_c} \\ F_{22} &= \frac{1}{Y_t Y_c} \\ F_6 &= \frac{1}{S_{lt}^+} - \frac{1}{S_{lt}^-} \quad \text{et} \quad F_{66} = \frac{1}{S_{lt}^+ S_{lt}^-} \\ F_{12} &= \frac{2}{\sigma_{45}^2} \left[1 - \frac{\sigma_{45}}{2} \left(\frac{1}{X_t} - \frac{1}{X_c} + \frac{1}{Y_t} - \frac{1}{Y_c} \right) - \frac{\sigma_{45}^2}{4} \left(\frac{1}{X_t X_c} + \frac{1}{Y_t Y_c} + \frac{1}{S_{lt}^2} \right) \right] \end{aligned} \quad (7.21)$$

Le critère de Tsai Wu en contrainte plane peut donc s'écrire sous la forme :

$$\left(\frac{1}{X_t} - \frac{1}{X_c} \right) \sigma_1 + \left(\frac{1}{Y_t} - \frac{1}{Y_c} \right) \sigma_2 + \frac{\sigma_1^2}{X_t X_c} + \frac{\sigma_2^2}{Y_t Y_c} + \frac{\tau_{12}^2}{S_{lt}^2} + 2F_{12}^* \frac{\sigma_1 \sigma_2}{X_t X_c} = 1 \quad (7.22)$$

Dans le cas où $F_{12} = -\frac{1}{2}$ nous retrouvons le critère de Hoffman en contraintes planes

$$\left(\frac{1}{X_t} - \frac{1}{X_c}\right)\sigma_1 + \left(\frac{1}{Y_t} - \frac{1}{Y_c}\right)\sigma_2 + \frac{\sigma_1^2}{X_t X_c} + \frac{\sigma_2^2}{Y_t Y_c} + \frac{\tau_{12}^2}{S_{lt}^2} - \frac{\sigma_1 \sigma_2}{X_t X_c} = 1$$

Si de plus les contraintes à la rupture en traction et en compression sont identiques :

$$\left(\frac{\sigma_1}{X}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_2}{Y}\right)^2 - \frac{\sigma_1 \sigma_2}{X^2} + \left(\frac{\tau_{12}}{S_{lt}}\right)^2 = 1$$

Le critère est alors confondu avec le critère de Tsai-Hill.

Références Bibliographiques

- [1] M. R. Mouas, Etude expérimentale d'un matériau composite stratifié à fibre de Kevlar en flexion trois points statique, Mémoire de Master .Université Badji Mokhtar d'Annaba, 2016.
- [2] K. S. Yee, Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media , IEEE transactions on Antennas and Propagation, Vol. 14, No. 5,p.302-307, May 1966.
- [3] V. Pauchard, H. Boulharts, F. Grosjeani, P. Odru, A. Château Minois, Développement d'un modèle de durabilité de poutres composites unidirectionnelles renforcées par des fibres de verre, Rev. IFP, Vol.56, No.6, pp.581-595, 2001.
- [4] J.M. Berthelot, Comportement mécanique et analyse des structures , Edition TEC et DOC, 1999.
- [5] T. Achour, Étude des techniques de réparations des structures composites endommagées, Mémoire de Magister .Université Mentouri de Constantine, 2011.
- [6] D.Gay, Matériaux composites ,Edition Hermès, Paris,1989.
- [7] M. Rokbi, Comportement à la rupture et caractérisation mécanique de composites polyester-fibres de verre, Mémoire de Magister, Université de M'sila, 2001.
- [8] P. Prombut, Caractérisation de la propagation de délaminage des stratifiés composites multidirectionnels , Thèse Doctorat, INSA de Toulouse, 2007.
- [9] A. Gharbi ,Analyse des fissurations des matériaux composites et détermination de leur laminage utilisant des capteurs Piezo–électriques, Mémoire de Magister, Université Mentouri de Constantine, 2005.
- [10] F. Bouzit, Elaboration et caractérisation mécanique, en statique et en fatigue des panneaux sandwichs à base de renforts naturels, Mémoire de Magister, Université de Boumerdès, 2015
- [11] D.Puglia, L. Valentini, J.M. Kenny, Analysis of the cure reaction of carbon nanotubes/epoxy resin composites through thermal analysis and raman spectroscopy, journal of applied polymer science, vol. 88, 2003.
- [12] B. Hami, Elaboration et caractérisation d'un matériau composite à base de fibres de verre et de résine polyester et étude de son comportement au choc, Mémoire de Magister, Université M'Hamed Bougara de Boumerdès, 2010.
- [13] J.M Haudin J, Structures et morphologies des polymères semi-cristallins, Introduction à la mécanique des polymères, ed. C. G'Sell, J.M. Haudin, Institut national polytechnique de lorraine, p. 97-115, 1995.
- [14]A. Kelly , C. Zweben, Comprehensive composite materials : polymer matrix composites, Vol. 2, Elsevier, 2000.
- [15] W.J. Drugan, J.R .Willis, A micromechanics-based nonlocal constitutive equation and estimates of representative volume element size for elastic composites. Journal of the Mechanics and Physics of Solids 44, 497-524,1996.
- [16]B. Harris, Engineering composite materials, The Institute of Materials, London, 1999.
- [17] Y. Chevalier, Comportements élastique et viscoélastique des composites, Techniques de l'Ingénieur, Paris,2000.
- [18]M. Ruan, Z.M.Wang,Transverse vibrations of moving skew plates made of functionally graded material, J. Vib. Control,2014.
- [19]J. Yanga, HS Shen, Non-linear analysis of functionally graded plates under transverse and in-plane loads, Int J Non-Linear Mech., 38(4), 467–482, 2003

- [20] S. Chakraverty, K.K.Pradhan , Free vibration of functionally graded thin rectangular plates resting on Winkler elastic foundation with general boundary conditions using Rayleigh–Ritz method, *Int J Appl Mech* ,6(4), 2014.
- [21] S .Chakraverty, K.K.Pradhan ,Free vibration of exponential functionally graded rectangular plates in thermal environment with general boundary conditions, *Aerosp. Sci. Technol.*, 36,pp. 132-156, 2014.
- [22] A. Megueni, A. Tounsi, E. Adda – Bedia , Evolution of the stress intensity factor for patched crack with bonded hygrothermal aged composite repair, *Materials & Design Journal* 28, pp. 287 – 293, 2007.
- [23] A. Tounsi, KH.Amara, Stiffness degradation in hygrothermal aged cross – ply laminate with transverse cracks, *AIAA Journal*, Vol 43(8), pp: 1836 – 1843, 2005.
- [24] A. Tounsi, KH.Amara,, E. Adda – Bedia, Analysis of transverse cracking and stiffness loss in cross – ply laminates with hygrothermal conditions, *International Journal of Computational Materials Science*, Vol 32, pp: 167 – 174, 2005.
- [25] KH.Amara, A. Tounsi, A. Benzair, A. Megueni, Transverse Cracking and Elastic Properties Reduction in Hygrothermal Aged Cross – Ply Laminates, *International Journal of Materials Sciences & Engineering A*, Vol 396, pp: 369 – 375, 2005.
- [26] A. Tounsi, KH.Amara, A. Benzair, A. Megueni, On the transverse cracking and stiffness degradation of aged angle – ply laminates», *Materials Letters*, Vol 60, pp: 2561 – 2564, 2006.
- [27] J. A. Barnes, Thermal expansion behaviour of thermoplastic composites , *J. Mater. Sci.*, vol. 28, no 18, p. 4974–4982, 1993.
- [28] S.W. Tsai et H.T. Hahn, *Introduction to composite materials*», Westport, CT, Technomic, 1980.
- [29] P.D. Tuan et G.Verchery, Théorie des plaques sandwichs assurant les continuités du déplacement et de la contrainte aux interfaces. *CR Acad. Sc.*, 282, p. 1839-42, mai 1976.
- [30] E. Reissner, On the theory of bending of elastic plates, *Journal of Mathematical Physics*, 23,184-191,1944.
- [31] E. Reissner, The effect of transverse shear deformation on the bending of elastic plates. *Journal of Applied Mechanics*, 12, A69-A77,1945.
- [32] R.D.Mindlin, Influence of the rotatory inertia and shear on flexural motions of isotropic, elastic plates, *Trans. ASME Journal of applied Mecanics*, , 18,31-38, 1951.
- [33] J.N. Reddy, Analysis of functionally graded plates, *Int J Numer Method Eng*, 47(41–43):663–684, 2000.
- [34] Iyengar, S.N.R.K., Chadrashekhara, K. et Sebastian, V.K., "On the analysis of thick rectangular plates", *Z Angew Math Mech*, 589–591, 1974.
- [35] S.N.R.K. Iyengar et S.K.Pandya, Vibration of orthotropic rectangular thick plates, *Int J Solids Struct*, 149–156, 1982.
- [36] K. Murty, Higher-order theory for vibrations of thick plates, *AIAA Journal*, 1823–1824, 1977.
- [37] H. Zhicheng , Vibration and damping characteristics of sandwich plates with viscoelastic core, *Journal of Vibration and Control* published online 11 August 2014.
- [38] J.M. Berthelot, *Comportement mécanique et analyse des structures* , Edition TEC et DOC, 1999.
- [39] M. Charfa, *Cours de Matériaux Composites Mastère GM-CMDS*, ENIT de Tunisie.
- [40] A.Hamid&al, Analyse du comportement thermique des plaques sandwichs en FGM, *Third International Conference on Energy, Materials, Applied Energetics and Pollution ICEMAEP2016*, October 30-31, 2016, Constantine, Algeria
- [41] L. Hadji, contribution à l'étude de la vibration des plaques sandwichs en FGM, thèse de Doctorat en sciences, 2012-2013, Université Djillali Liabès Sidi Bel Abbès.

- [42] K. W. Garrett , J. E. Bailey, Multiple transverse fracture in 90° cross-ply laminates of glass fibre reinforced polyester, *Journal of Materials Science* 12, pp. 157-168, 1977.
- [43] J. A. Nairn, R. Talreja, *Polymer Matrix Composites*, Chap13, Matrix Microcracking in Composites, Ed. Masson, Paris, in press.
- [44] J. M. Berthelot, J. F. Le Corre, Statistical analysis of the progression of transverse cracking and delamination in cross-ply laminates, *Composites Science and Technology*, 60, pp. 2659-2669, 2000.
- [45] A. Bezazi, A. El Mahi, J. M. Berthelot et B. Bezzazi, Analyse de l'endommagement des stratifiés en flexion 3-points, influence de la séquence 168 d'empilement," XVème Congrès Français de Mécanique, Nancy, 3-7 septembre, 2001.
- [46] R. Joffe, Damage accumulation and stiffness degradation in composite laminates, Doctoral Thesis, Depart of Materials and Manufacturing Engineering, 1999.
- [47] T. Mitrevski , I.H. Marshall, R. Thomson , R. Jones , B. Whittingham, The effect of impactor shape on the impact response of composite laminates, *Composite Structures*, vol. 67, p. 139-148, 2005.
- [48] V. A. Thang, Endommagement de stratifiés aéronautiques à fibres de carbone et matrice polymère soumis à des chargements monotones ou cycliques à plusieurs températures. Essais et modélisation, thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure De Mécanique et d'Aérotechnique, juillet 2009.
- [49] P. K. Mallick. *Fiber-Reinforced Composites. Materials, Manufacturing, and Design*, 3e ed. Boca Raton : CRC Press, 2007. ISBN : 0-8493-4205-8. Cf. p. 6, 10, 11, 18.
- [50] K. Yamaguchi, H. Oyaizu, J. Johkaji, *Acoustic Emission: Current Practice and Future Directions*. American Society for Testing and Materials, Philadelphia. 1991.
- [51] A. Laksimi, S. Benmedakhene, et L. Bounous, Monitoring acoustic emission during tensile loading of thermoplastic composite materials. *International Conference on Composites Materials (ICCM12)*, CD-Rom, Paris, Juillet 1999.
- [52] R. Thévenin, Airbus Composite Structures. Perspectives on safe maintenance practice, Dans : *Commercial Aircraft Composite Repair Committee (CACRC) Meeting and Related Industry/FAA/EASA Workshop*. Amsterdam : National Institute For Aviation Research, 2007. Cf. p. 19, 20.
- [53] G. Washer, Nondestructive Evaluation For Highway Bridges In The United States, Anglais. Dans : *Non-Destructive Testing in Civil Engineering*. T. 8. 10. Berlin, Germany : DGZfP, 2003. ISBN : 3-931381-49-8. Cf. p. 19.
- [54] Y. Chevalier, Critères de rupture Approche macroscopique, *Matériaux composites, Techniques de l'Ingénieur*, A 7755, Paris, 2000.