

Solution TD N° 01

Exercice N° 01

1.

La valeur crête à crête est

$$V_{\text{crête-crête}} = A - (-A) = 2A \\ = 24 \text{ V.}$$

La fréquence de la tension $s(t)$

$$f = \frac{1}{T} \quad / \quad T = \text{période telle que } T = 0,0166 \text{ s.} \\ f = \frac{1}{0,01667} = 60 \text{ Hz.}$$

L'amplitude de $s(t)$ est : $A = 12 \text{ V.}$

2. $s(t)$ est une grandeur électrique (tension) périodique, alternative et triangulaire

3. L'expression de $s(t)$.

Il suffit de définir $s(t)$ sur sa période.

$$s(t) = \begin{cases} -\frac{T}{4} \leq t < \frac{T}{4} & \alpha t + \beta \\ \frac{T}{4} \leq t < \frac{3T}{4} & \gamma t + \delta \end{cases}$$

* Pour $-\frac{T}{4} \leq t < \frac{T}{4}$ (la 1^{re} demi-période).

Le graphe de $s(t)$ est une droite qui passe par l'origine $\Rightarrow \beta = 0$. (c.a.d. à $t=0$ $s(0)=0 \Rightarrow \beta=0$)

La pente est $\alpha = \tan \theta = \frac{A}{T/4} = \frac{4A}{T} = 2880$.

* Pour $\frac{T}{4} \leq t < \frac{3T}{4}$ (la 2^{de} demi-période)

Le graphe de $s(t)$ est droite qui ne passe pas par l'origine, de pente $\gamma = -\tan \theta = -\frac{4A}{T} = -2880$

$$\alpha t = T/2, \quad \gamma \cdot \frac{T}{2} + \delta = 0 \Rightarrow -\frac{4A}{T} \cdot \frac{T}{2} + \delta = 0$$

$$\Rightarrow \delta = 2A$$

$$s(t) = \begin{cases} -\frac{T}{4} \leq t < \frac{T}{4} & \frac{4A}{T} t & \text{AN. } 2880 t & (\text{V}) \\ \frac{T}{4} \leq t < \frac{3T}{4} & -\frac{4A}{T} t + 2A & \text{AN. } -2880 t + 24 & (\text{V}) \end{cases}$$

4. Calcul de la valeur moyenne et la valeur efficace.

$$V_{\text{moy}} = \frac{1}{T} \int s(t) \cdot dt$$

$$V_{\text{moy}} = \frac{1}{T} \left[\int_{-\frac{T}{4}}^{\frac{T}{4}} \frac{4A}{T} t \, dt + \int_{\frac{T}{4}}^{\frac{3T}{4}} \left(-\frac{4A}{T} t + 2A \right) dt \right]$$

$$= \frac{1}{T} \left[\frac{4A}{T} \frac{1}{2} \left(\frac{T^2}{16} - \frac{T^2}{16} \right) + -\frac{4A}{T} \frac{1}{2} \left(\frac{9T^2}{16} - \frac{T^2}{16} \right) + 2A \left(\frac{3T}{4} - \frac{T}{4} \right) \right]$$

$$= \frac{1}{T} [-AT + AT] = 0.$$

La valeur efficace $V_{\text{eff}} = V = \sqrt{\frac{1}{T} \int s^2(t) dt}$

$$V^2 = \frac{1}{T} \left[\int_{-\frac{T}{4}}^{\frac{T}{4}} \frac{16A^2}{T^2} t^2 \, dt + \int_{\frac{T}{4}}^{\frac{3T}{4}} \left(-\frac{4A}{T} t + 2A \right)^2 dt \right]$$

$$V^2 = \frac{2}{T} \left[\int_{-\frac{T}{4}}^{\frac{T}{4}} \frac{16A^2}{T^2} t^2 \, dt \right] =$$

$$= \frac{2}{T} \left[\frac{16A^2}{T^2} \frac{1}{3} t^3 \right]_{-\frac{T}{4}}^{\frac{T}{4}}$$

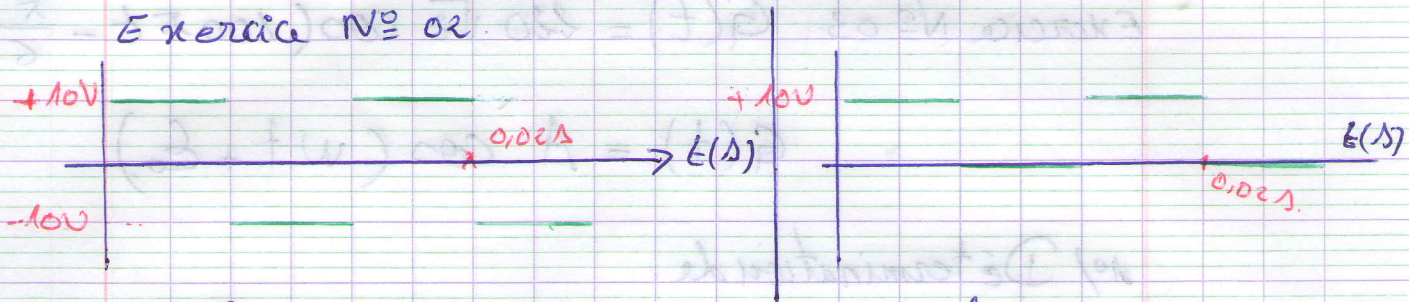
$$= \frac{2}{T} \left[\frac{16A^2}{T^2} \frac{1}{3} \left(\frac{T^3}{64} + \frac{T^3}{64} \right) \right]$$

$$V^2 = \frac{A^2}{3}$$

$\Rightarrow$

$$V = \frac{1}{\sqrt{3}} A$$

Exercice N° 02



1°) L'expression de chaque signal.

Les deux signaux sont périodiques $\Rightarrow$ il suffit de les définir sur une seule période.

$$s_1(t) = \begin{cases} 0 \leq t < \frac{T}{2} & +A \\ \frac{T}{2} \leq t < T & -A \end{cases}$$

$$s_2(t) = \begin{cases} 0 \leq t < \frac{T}{2} & +A \\ \frac{T}{2} \leq t < T & 0 \end{cases}$$

A.N.:

$$s_1(t) = \begin{cases} 0 \leq t < 0,01 & +10\text{ V} \\ 0,01 \leq t < 0,02 & -10\text{ V} \end{cases}$$

A.N.:

$$s_2(t) = \begin{cases} 0 \leq t < 0,01 & +10\text{ V} \\ 0,01 \leq t < 0,02 & 0\text{ V} \end{cases}$$

2°) La valeur moyenne.

$$\begin{aligned} V_{\text{moy}_1} &= \frac{1}{T} \int_0^T s_1(t) dt \\ &= \frac{1}{T} \left[\int_0^{T/2} A dt + \int_{T/2}^T -A dt \right] = \\ &= \frac{1}{T} [A \frac{T}{2} - A \frac{T}{2}] = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_{\text{moy}_2} &= \frac{1}{T} \int_0^T s_2(t) dt \\ &= \frac{1}{T} \left[\int_0^{T/2} A dt \right] = \frac{1}{T} A \frac{T}{2} \end{aligned}$$

$$V_{\text{moy}} = \frac{A}{2}$$

A.N. $V_{\text{moy}_2} = 5\text{ V}$

3°) La valeur efficace.

$$\begin{aligned} V_1^2 &= \frac{1}{T} \int_0^T (s_1(t))^2 dt = \frac{1}{T} \int_0^{T/2} A^2 dt \\ &= \frac{1}{T} A^2 \frac{T}{2} = \frac{A^2}{2} \end{aligned}$$

$$V_1 = A$$

$$V_1 = 10\text{ V}$$

$$\begin{aligned} V_2^2 &= \frac{1}{T} \int_0^T (s_2(t))^2 dt = \frac{1}{T} \int_0^{T/2} A^2 dt \\ &= \frac{1}{T} A^2 \frac{T}{2} \end{aligned}$$

$$V_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} A$$

$$V_2 = \frac{10}{\sqrt{2}}\text{ V}$$

Exercice N° 03. $G(t) = 220\sqrt{2} \cos(100\pi t - \frac{\pi}{6})$.

$$G(t) = A \cos(\omega t + \epsilon_0)$$

1°) Détermination de :

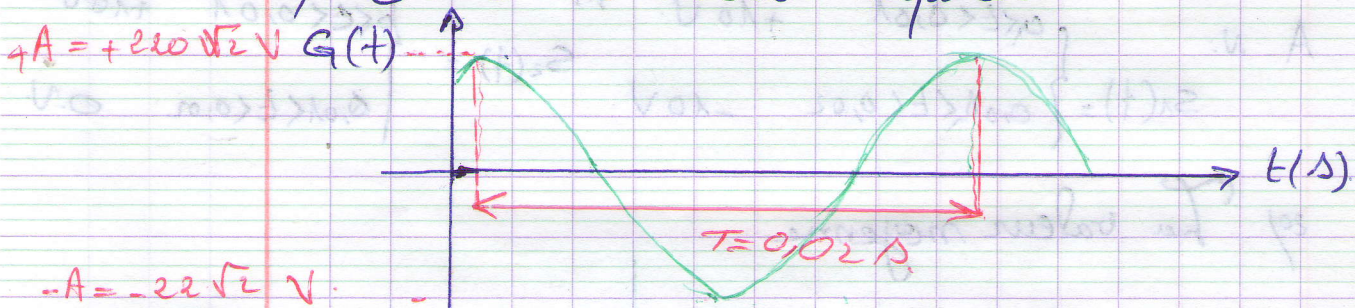
L'amplitude $A = 220\sqrt{2} \text{ V}$.

La pulsation $\omega = 100\pi \text{ rad/s}$.

La fréquence $f = \frac{\omega}{2\pi} = 50 \text{ Hz}$, $T = \frac{1}{f}$.

La phase initiale $\epsilon_0 = -\frac{\pi}{6} \text{ rad } (-30^\circ)$.

2°) Tracer l'évolution temporelle.



3°) Calculer la valeur moyenne.

$$V_{\text{moy}} = \frac{1}{T} \int_0^T A \cos(\omega t + \epsilon_0) dt$$

$$= \frac{1}{T} \frac{1}{\omega} A (\sin(\omega t + \epsilon_0)) \Big|_0^T = \frac{1}{T} \frac{A}{\omega} (\sin(2\pi - \epsilon_0) - \sin(\epsilon_0)) = 0$$

$$V^2 = \frac{1}{T} \int_0^T (A \cos \omega t + \epsilon_0)^2 dt = \frac{1}{T} \int_0^T A^2 \left(\frac{1 + \sin(2\omega t + 2\epsilon_0)}{2} \right) dt$$

$$= \frac{A^2}{2T} \left[\int_0^T dt - \int_0^T \sin(2\omega t + 2\epsilon_0) dt \right]$$

$$= \frac{A^2}{2T} \left[(T) + \frac{1}{2\omega} \cos(2\omega t + 2\epsilon_0) \Big|_0^T \right] = \frac{A^2}{2}$$

$$V = \frac{A}{\sqrt{2}}$$