

## Solution Série TD N° 04.

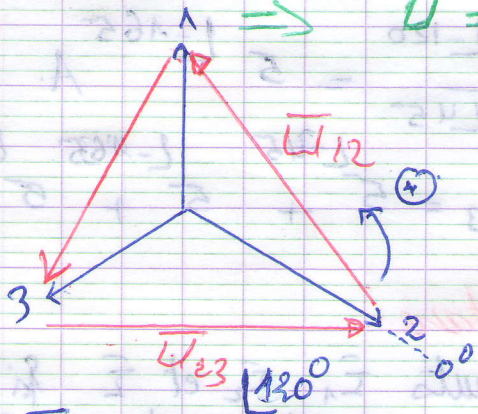
EXO 1.  $(100\sqrt{3} \text{ V} \cdot 50 \text{ Hz})$  est de la forme  $(U - f)$

$f$ : fréquence d'alimentation  $f = 50 \text{ Hz}$ .

$U$ : la valeur efficace de la tension composée (d.d.p entre deux phases).  $U = 100\sqrt{3} \text{ V}$

$V$ : la valeur efficace de tension simple (d.d.p entre une phase et le neutre).  $V = 100 \text{ V}$

$$\Rightarrow U = \sqrt{3} V.$$



Séquence 123 (ou séquence directe)

La phase de la tension  $\vec{V}_2$  est 0 parce que de la figure on constate que  $\vec{V}_2$  est la grandeur de référence.

$$\vec{V}_1 = 100 \text{ V} \angle 120^\circ \text{ ou } v_1(t) = 100\sqrt{2} \sin(100\pi t + \frac{2\pi}{3}) \cdot V.$$

$$\vec{V}_2 = 100 \text{ V} \angle 0^\circ$$

$$\vec{V}_3 = 100 \text{ V} \angle 240^\circ \text{ ou } \vec{V}_3 = 100 \text{ V} \angle -120^\circ$$

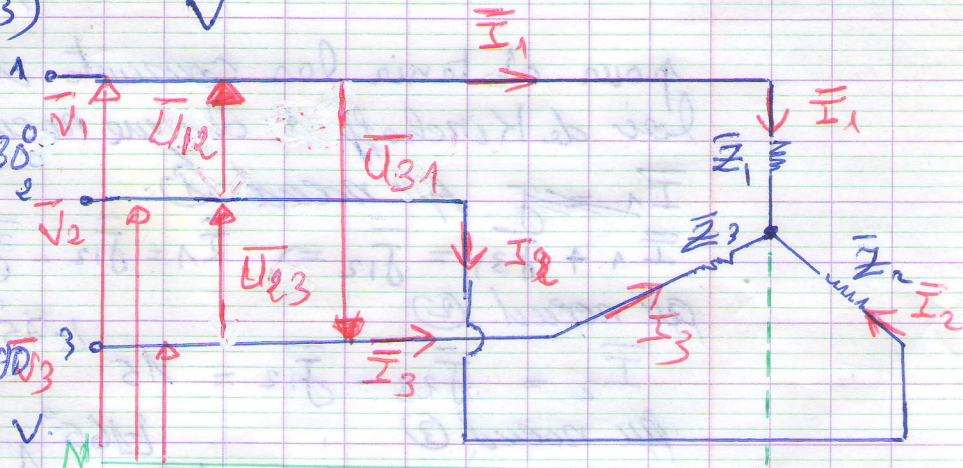
On peut déduire les valeurs des tensions composées

$$\begin{aligned} \vec{U}_{12} &= \vec{V}_1 - \vec{V}_2 = 100 \angle 120^\circ - 100 \angle 0^\circ \\ &= 100 (\cos 120^\circ + j \sin 120^\circ) - 100 (\cos 0^\circ + j \sin 0^\circ) = \\ &= 100 (-0,5 + j 0,866) - 100 (1 + j 0) = 100 (-1,5 + j 0,866) \\ &= (100\sqrt{3}) \angle 150^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{U}_{23} &= \vec{V}_2 - \vec{V}_3 \angle 30^\circ \\ &= (100\sqrt{3}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{U}_{31} &= \vec{V}_3 - \vec{V}_1 \angle -90^\circ \\ &= (100\sqrt{3}) \text{ V} \end{aligned}$$

$$\vec{U}_{31} = (100\sqrt{3}) \angle -90^\circ \text{ V}$$



Le récepteur est équilibré connecté en étoile  
 dans lequel  $\bar{Z} = 20 \angle 45^\circ$   
 $\Rightarrow \bar{Z}_1 = \bar{Z}_2 = \bar{Z}_3 = \bar{Z}$

10/ Les courants dans les conducteurs et le neutre  
 $\bar{V}_1 = \bar{Z}_1 \cdot \bar{I}_1 \Rightarrow \bar{I}_1 = \frac{\bar{V}_1}{\bar{Z}} = \frac{100 \angle 120^\circ}{20 \angle 45^\circ} = 5 \angle 75^\circ \text{ A}$

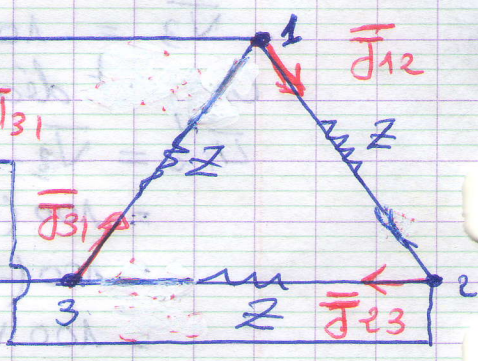
$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{V}_2}{\bar{Z}} = \frac{100 \angle 0^\circ}{20 \angle 45^\circ} = 5 \angle -45^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_3 = \frac{\bar{V}_3}{\bar{Z}} = \frac{100 \angle -120^\circ}{20 \angle 45^\circ} = 5 \angle -165^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_n = \bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3 = 5 \angle 75^\circ + 5 \angle -45^\circ + 5 \angle -165^\circ = 0 \text{ A}$$

question supplémentaire:

Recalculer les courants  $\bar{I}_1$ ,  $\bar{I}_2$  et  $\bar{I}$  si le récepteur (charge) est connecté en triangle.

$$\begin{aligned} \bar{I}_{12} &= \frac{\bar{U}_{12}}{\bar{Z}} = \frac{(100\sqrt{3}) \angle 150^\circ}{20 \angle 45^\circ} = 8,66 \angle 105^\circ \text{ A} \\ \bar{I}_{23} &= \frac{\bar{U}_{23}}{\bar{Z}} = \frac{(100\sqrt{3}) \angle 30^\circ}{20 \angle 45^\circ} = 8,66 \angle -15^\circ \text{ A} \\ \bar{I}_{31} &= \frac{\bar{U}_{31}}{\bar{Z}} = \frac{(100\sqrt{3}) \angle -90^\circ}{20 \angle 45^\circ} = 8,66 \angle -135^\circ \text{ A} \end{aligned}$$


pour obtenir les courants de ligne, on applique la loi de Kirchhoff à chaque nœud de la charge.

au nœud ①:

$$\bar{I}_1 + \bar{I}_{31} = \bar{I}_{12} \Rightarrow \bar{I}_1 = \bar{I}_{12} - \bar{I}_{31} = 15 \angle 75^\circ \text{ A}$$

au nœud ②:

$$\bar{I}_2 = \bar{I}_{23} - \bar{I}_{12} = 15 \angle -45^\circ \text{ A}$$

au nœud ③:

$$\bar{I}_3 = \bar{I}_{31} - \bar{I}_{23} = 15 \angle -165^\circ \text{ A}$$

## Suite ex 1.

2° La puissance active totale absorbée par la charge.

$P_1$  : la puissance active absorbée par la phase 1  
 $P_1 = P_2 = P_3$  récepteur équilibré

$$P_1 = R_1 \cdot I_1^2 = \operatorname{Re}(\bar{Z}) \cdot I_1^2 = 20 \cos 45^\circ \cdot 5^2 = 553,55 \text{ W}$$

$$P = 3 P_1 = 3 \cdot 553,55 = 1060,66 \text{ W}$$

2<sup>eu</sup> raisonnement :

$$P = \sqrt{3} U I \cos \varepsilon = \sqrt{3} 100 \sqrt{3} 5 \cos 45^\circ = 1060,66 \text{ W}$$

3° La puissance réactive totale.

1<sup>er</sup> raisonnement (en monophasé).

$Q_1$  : puissance réactive d'une phase.

$$Q_1 = Q_2 = Q_3$$

$$Q_1 = X_1 I_1^2 = \operatorname{Im}(\bar{Z}) \cdot I_1^2 = 20 \sin 45^\circ \cdot 5^2 = 553,55 \text{ Var}$$

$$Q = 3 Q_1 = 3 \cdot 553,55 = 1060,66 \text{ Var inductif}$$

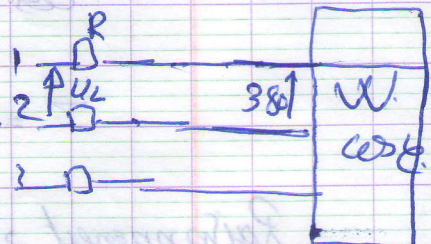
2<sup>eu</sup> raisonnement

$$Q = \sqrt{3} U I \sin \varepsilon = \sqrt{3} 100 \sqrt{3} 5 \sin 45^\circ = 1060,66 \text{ Var inductif}$$

## Exo 2

1° Le courant absorbé sur la ligne.

$$I = \frac{P}{\sqrt{3} U \cos \varepsilon} = \frac{46860}{\sqrt{3} 380 \times 0,71} = 100 \text{ A}$$

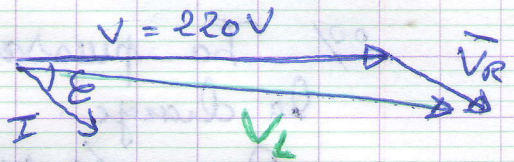


2° La tension  $U_L$  nécessaire à l'entrée de

la ligne pour le récepteur soit normalement alimenté

pour la phase 1.

$$\vec{V}_L = \vec{V}_I + \vec{V}_R$$



Si on suppose  $V_L = V$

$V_L = 220$ , le courant est en retard sur la tension avec un angle  $\epsilon = 45^\circ$ .

$$\vec{I} = 100 \angle -45^\circ$$

$$R = 0,2 \Omega$$

$$V_L = \sqrt{(220 + 0,2 \times 100 \cos 45^\circ)^2 + (0,2 \times 100 \sin 45^\circ)^2}$$

$$= 234,6 \text{ V}$$

$$\Rightarrow U_L = 234,6 \sqrt{3} = 406,4 \text{ V}$$

EX3:

1°/ cas : K ouvert:

Raisonnement 1: chaque groupe de lampes connecté en une monophasé phase. et le neutre est un récepteur monophasé absorbant une puissance  $P = 1600 \text{ W}$ . ( $16 \times 100$ )

$$P = UI \cos \epsilon \Rightarrow I = \frac{P}{U \cos \epsilon}$$

$\cos \epsilon = 1$  ici les lampes à incandescence.

ou  $\cos \epsilon = 1$  (c'est une résistance pure)

$$I = \frac{P}{U} = \frac{1600}{(380/\sqrt{3})} = 7,3 \text{ A}$$

Raisonnement 2: triphasé  $P_T = 3 \times 1600 = 4800 \text{ W}$ .

$$P = \sqrt{3} UI \cos \epsilon = \sqrt{3} UI$$

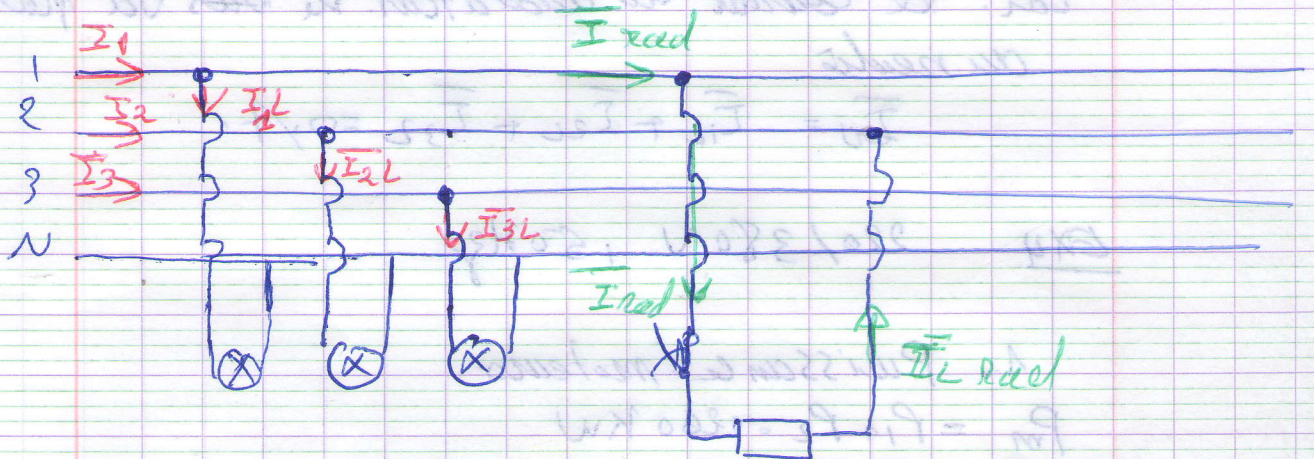
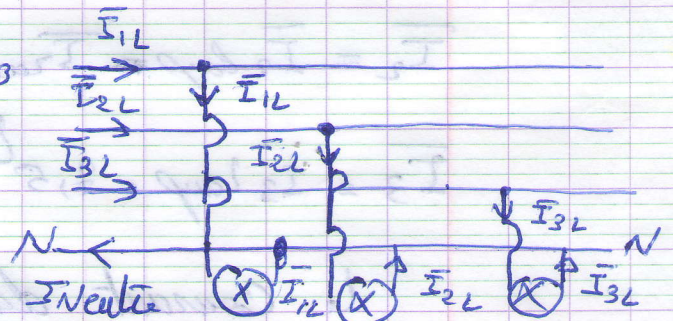
$$I = \frac{P}{\sqrt{3} U} = \frac{4800}{\sqrt{3} 380} = 7,3 \text{ A}$$

Suite EX3:

$$I_{L1} = 7,3 \angle 0^\circ \text{ A}, \quad I_{L2} = 7,3 \angle 120^\circ, \quad I_{L3} = 7,3 \angle -120^\circ$$

$$\vec{I}_N = \vec{I}_{L1} + \vec{I}_{L2} + \vec{I}_{L3}$$

2ème cas  
K fermé



Le radiateur est un récepteur monophasé alimenté sous la tension  $U_{12}$ . L'efficacité dans le radiateur dont le  $\cos \epsilon = 1$  est:

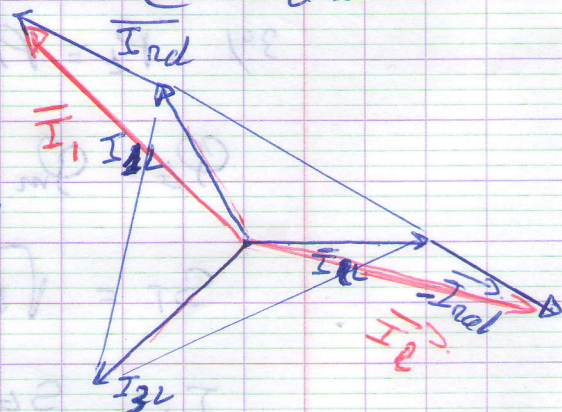
$$P = P_{\text{rad}} \quad P_{\text{rad}} = U I \cos \epsilon = U I$$

$$I = \frac{P}{U} = \frac{3800}{380} = 10 \text{ A}$$

$$\vec{I}_1 = I_{\text{1 lampes}} + \vec{I}_{\text{rad}}$$

$$\vec{I}_2 = I_{\text{2 lampes}} = \vec{I}_{\text{rad}}$$

Les courants  $\vec{I}_1$  et  $\vec{I}_2$  sont  
phasés avec  $\vec{U}_1$  ( $\vec{I}_2$  avec  $\vec{U}_2$ )  
et ( $\vec{I}_3$  avec  $\vec{U}_3$ )



$$\vec{I}_1 = 7,3 + 10 \angle 60,2^\circ$$

$$\vec{U}_{12} = \vec{V}_2 - \vec{V}_1 =$$

$$\vec{I}_2 = \vec{I}_{2 \text{ laup}} = \vec{I}_{\text{rad}} = 7,3 \angle -120^\circ + 10 \angle 120^\circ$$

$$\vec{I}_3 = \vec{I}_{3 \text{ laup}} = 7,5 \angle 120^\circ \text{ A}$$

Le courant dans le neutre est toujours nul car le courant du radiateur ne va pas par le neutre

$$\vec{I}_N = \vec{I}_{1N} + \vec{I}_{2N} + \vec{I}_{3N} = 0 \text{ A}$$

EX4. 220/380 V, 50 Hz

1. Puissance moteurs

$$P_m = P_1 + P_2 = 260 \text{ kW}$$

$$Q_m = \sqrt{3} (P_1 - P_2) = 242,8 \text{ kVAR}$$

$$2^\circ) S_m = \sqrt{P_m^2 + Q_m^2} = 355,5 \text{ kVA}$$

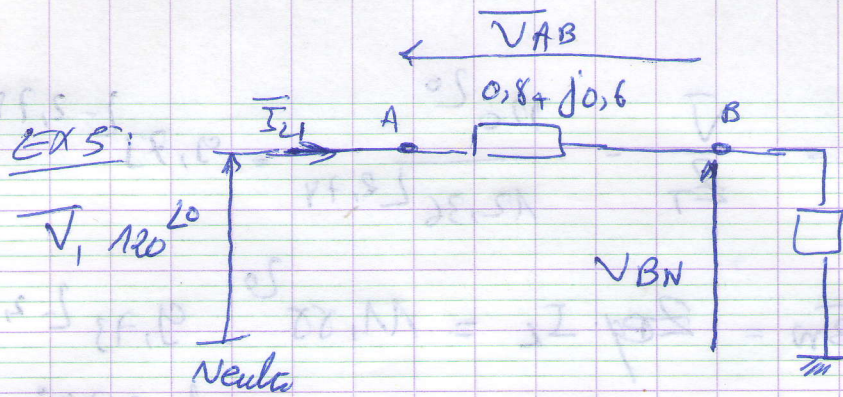
$$I_m = \frac{S_m}{\sqrt{3} U} = 540 \text{ A}, \quad \cos \phi_m = \frac{P_m}{S_m} = 0,73$$

$$3^\circ) P_t = P_m + P_c + P_f = 291,5 \text{ kW}$$

$$Q_c = Q_m = 242,8 \text{ kVAR}$$

$$S_T = \sqrt{P_t^2 + Q_c^2} = 372 \text{ kVA}$$

$$I_L = \frac{S_T}{\sqrt{3} U} = 576 \text{ A}, \quad \cos \phi_T = \frac{P_t}{S_T} = 0,76$$



~~On peut transformer~~

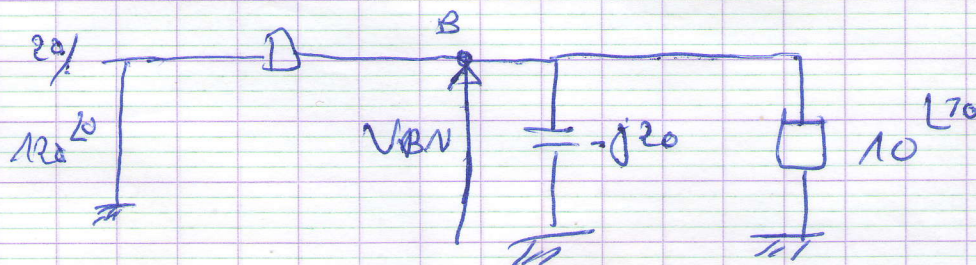
$$Z_{eq} = Z_{lig} + Z_{recep} = 0,8 + j0,6 + 8,66 + j5 = 11,6 \angle 30,6^\circ \Omega$$

$$I_L = \frac{\bar{V}}{Z_{eq}} = \frac{120 \angle 0^\circ}{11,6 \angle 30,6^\circ} = 10,4 \angle -30,6^\circ \text{ A}$$

Tension aux bornes de la charge.

$$V_{BN} = I_L \cdot Z_{recep} = 10,4 \angle -30,6^\circ \cdot 10 \angle 30^\circ = 104 \angle -0,6^\circ \text{ V}$$

$$U_{receptor} = \sqrt{3} U = 189 \text{ V}$$



$$Z_{eq} = \frac{10 \angle 30^\circ \cdot (-j20)}{(8,66 + j5) - j20} = 11,8 \angle 0^\circ$$

$$Z_T = Z_L + Z_{eq} = (0,8 + j0,6) + (11,8 \angle 0^\circ) = 12,3 \angle 2,78^\circ \Omega$$

$$\bar{I}_L = \frac{\bar{V}}{Z_T} = \frac{120 \angle 0^\circ}{12,36 \angle 2,71^\circ} = 9,73 \angle -2,71^\circ$$

$$\begin{aligned} \bar{V}_{Bw} &= Z_{eq} \cdot \bar{I}_L = 11,55 \angle 0^\circ \cdot 9,73 \angle -2,71^\circ \\ &= 112 \angle -2,71^\circ \end{aligned}$$

$$U_B = \sqrt{3} U_N = 194V$$