Faculté des Sciences et de la Technologie

Département de Génie Civil et Hydraulique

L3 hydraulique: Module Hydrologie

TD N 2: Hydrologie statistique

Exercice 1: (la loi normale)

Soit une série des débits de 60 ans (T=60 ans) avec :

Qmoyen = 700 m^3/s et l'écart type de 110 m^3/s

1) calculer la probabilité P ($Q \geq 990$ m3/s)

2) calculer le débit max pour une période de retour T = 15 ans

3) calculer le débit max pour une probabilité de non dépassement de 90%

4) calculer l'intervalle de confiance à 95% de la moyenne et de l'ecart type.

avec $U_{1-\alpha/2} = 1.96$

Solution:

Exercice 1: La loi normale

Soit une série des débits de 60 ans (T=60 ans) avec :

Qmoyen = 700 m^3/s et l'écart type σ = 110 m^3/s

1) calculer la probabilité P ($Q \geq 990$ m3/s)

   La loi normale: la valeur réduite U = (X-Qmoyen) / σ

   Donc : X = σ U + Q moyen

   X = 110 U + 700 ………..(1)

   Donc U = (990 -700) /110 = 2.636 = 2.64

   Pour U = 2.64 d'après la table de la loi normale $F_{ND} = 0.99585$

On a $F_D = 1 - F_{ND} = 1 - 0.99585 = 0.00415$

Donc P ($Q \geq 990$ m3/s) = 0.41%

2) calculer le débit max pour une période de retour T = 15 ans

Dans ce cas la variable X c'est le débit donc

L'équation (1) donne $Q = 110\,U + 700$

On a une relation entre la période de retour (T) et la fréquence de dépassement (F_D)

$F_D = 1/T$

donc $F_{ND} = 1 - (1/T) = 1 - 1/15 = 0.9333$

On cherche la valeur de U pour la fréquence de non dépassement $F_{ND} = 0.9333$

$F_{ND} = 0.9333 \rightarrow U = ?$

D'après la table de la loi normale on aura :

$F1 = 0.9332 \rightarrow U_1 = 1.5$

$F = 0.9333 \rightarrow U = ?$

$F2 = 0.9345 \rightarrow U_2 = 1.51$

Interpolation:

$(F1 - F) / (U1 - U) = (F - F2) / (U - U2)$

Donc U = 1.505

Donc $Q_{(T=15ans)} = 110 \times 1.505 + 700$

$Q_{(T=15ans)} = 865.55\ m^3/s$

3) calculer le débit max pour une probabilité de non dépassement de 90%

$P_{ND} = F_{ND} = 0.9000$

D'après la table de la loi normale

$F1 = 0.9015 \rightarrow U_1 = 1.29$

$F = 0.9000 \rightarrow U = ?$

$F2 = 0.8997 \rightarrow U_2 = 1.28$

Interpolation:

(F1- F) / (U1 –U) = (F- F2) / (U – U2)

Donc U = 1.282

Donc $Q_{(FND =0.9000)}$ = 110 × 1.505 + 700

$Q_{(FND =0.9000)}$ = 841.02 m^3/ s

4) calculer l'intervalle de confiance à 95% de la moyenne et de l'écart type.

- ✓ Pour la moyenne:

$$Qmoyen - U_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{N}} \leq Qmoyen \leq Qmoyen + U_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$

Comme données on a N = 60, α = 95% = 0.95, $U_{1-\frac{\alpha}{2}} = 1.96$, Qmoyen = 700 m^3/s,

σ = 110 m^3/s

après l'application numérique on aura :

672.166 m^3/s ≤ Qmoyen ≤ 727.833 m^3/s

- ✓ Pour l'écart type:

$$\sigma - U_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{2N}} \leq \sigma \leq \sigma + U_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{2N}}$$

après l'application numérique on aura : 90.318 m^3/s ≤ σ≤ 129.681 m^3/s