

Corrigé Travaux dirigés N°1

Exercice 01

On considère un mur en béton de **3 m** de haut, **5 m** de long et **20 cm** d'épaisseur.

- La paroi intérieure de ce mur est à une température de **20°C**.
- La paroi extérieure de ce mur est à une température de **5°C**.
- Conductivité thermique du béton : **0,92 W/ (m. °C)**

1. Le flux de chaleur qui traverse perpendiculairement ce mur, en régime permanent :

$$T_{int} - T_{ext} = R_{th} \cdot \phi = \frac{L}{\lambda S} \cdot \phi \Rightarrow \phi = \frac{T_{int} - T_{ext}}{R_{th}} = \frac{T_{int} - T_{ext}}{\frac{L}{\lambda S}}$$

$$\phi = \frac{T_{int} - T_{ext}}{\frac{L}{\lambda S}} = \frac{20 - 5}{\frac{0.2}{0.92 \times 15}} = 1035W$$

2. On isole maintenant ce mur en ajoutant une couche de laine de verre de **8 cm** d'épaisseur et une plaque de plâtre de **2 cm** d'épaisseur.

- Conductivité thermique du plâtre : **0,50 W/ (m. °C)**
- Conductivité thermique du verre : **0,04 W/ (m. °C)**

La nouvelle valeur du flux de chaleur à travers le mur isolé :

$$\phi = \frac{T_{int} - T_{ext}}{R_{th}} = \frac{T_{int} - T_{ext}}{\frac{L_1}{\lambda_1 S} + \frac{L_2}{\lambda_2 S} + \frac{L_3}{\lambda_3 S}}$$

$$\phi = \frac{20 - 5}{\left(\frac{0.2}{0.92 \times 15}\right) + \left(\frac{0.08}{0.04 \times 15}\right) + \left(\frac{0.02}{0.50 \times 15}\right)} = 99.67W$$

Exercice 02

Le mur d'un four de surface **1m²** est composé de deux couches :

- La première est en brique réfractaire : épaisseur **L₁=0,20 m**, conductivité **λ₁=1,38W/ (m. °C)**
- La deuxième est en brique isolante : épaisseur **L₂=0,10 m**, conductivité **λ₂=0,17W/ (m. °C)**

1. La résistance thermique de chaque couche :

La résistance thermique est définie par :

$$R_{th} = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{L}{S}$$

- Couche en brique réfractaire :

$$R_1 = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{L_1}{S} = \frac{1}{1.38} \cdot \frac{0.2}{1} = 0.145 \text{ °C/W}$$

- Couche en brique isolante :

$$R_2 = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{L_2}{S} = \frac{1}{0.17} \cdot \frac{0.1}{1} = 0.588 \text{ } ^\circ\text{C/W}$$

2. La résistance totale du mur :

Les résistances thermiques sont en série, alors :

$$R_T = R_1 + R_2 = 0.145 + 0.588 = 0.733 \text{ } ^\circ\text{C/W}$$

3. La température intérieure du mur, si la température extérieure est de 30°C et les pertes thermiques sont 1000W :

$$T_{int} - T_{ext} = R_{th} \cdot \phi$$

$$T_{int} = (R_T \cdot \phi) + T_{ext} = (0.733 \times 1000) + 30 = 763 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Exercice 03

1. Transferts de chaleur sont monodimensionnels et permanents. Pas de création de chaleur interne : $\Delta T = 0 \Rightarrow \frac{d^2 T}{dx^2} = 0 \Rightarrow \frac{dT}{dx} = a \Rightarrow T(x) = a \cdot x + b$

En appliquant les conditions aux limites : $T_0 = -5^\circ\text{C}$ $T_e = 25^\circ\text{C}$

$$T(x) = \left(\frac{T_e - T_0}{e} \right) \cdot x + T_0$$

$$\text{A. N : } T(x) = \left(\frac{25+5}{0.1} \right) \cdot x - 5 \text{ } [^\circ\text{C}] \quad T(x) = \left(\frac{25+5}{0.1} \right) \cdot x + 268.15 \text{ } [\text{K}]$$

$$2. \quad \phi = \frac{\lambda}{e} (T_e - T_0) = \frac{0.8}{0.1} \cdot 30 = 240 \text{ W/m}^2 \quad \phi = \frac{\lambda}{e} (T_e - T_0) \cdot S = \frac{0.8}{0.1} \cdot 30 \cdot 15 = 3600 \text{ W}$$

3. Supposons qu'il y ait production de chaleur en son milieu. La température est imposée sur une face et le flux sur l'autre : $T(x=0) = T_0 = -5^\circ\text{C}$ $\phi(x=e) = \phi_e$.

$$\Delta T = -\frac{P}{\lambda} \Rightarrow \frac{d^2 T}{dx^2} = -\frac{P}{\lambda} \Rightarrow \frac{dT}{dx} = -\frac{P}{\lambda} x \Rightarrow T(x) = -\frac{P}{2 \cdot \lambda} \cdot x^2 + a \cdot x + b$$

En appliquant les conditions aux limites, on trouve les constantes a et b :

$$T(0) = T_0 \Rightarrow \boxed{b = T_0} \quad \phi(x) = -\lambda \cdot \frac{dT}{dx} = -\lambda \left(-\frac{P}{\lambda} \cdot x + a \right)$$

$$\phi(e) = -\lambda \left(-\frac{P}{\lambda} \cdot e + a \right) = P \cdot e - \lambda a = \phi_e \Rightarrow \boxed{a = \frac{P \cdot e - \phi_e}{\lambda}} \Rightarrow$$

$$\boxed{T(x) = -\frac{P}{2 \cdot \lambda} \cdot x^2 + \left(\frac{P \cdot e - \phi_e}{\lambda} \right) \cdot x + T_0}$$

$$T(e) = -\frac{P}{2 \cdot \lambda} \cdot e^2 + \left(\frac{P \cdot e - \phi_e}{\lambda} \right) \cdot e + T_0$$

$$T(e) = \frac{P}{2 \cdot \lambda} \cdot e^2 - \left(\frac{\phi_e \cdot e}{\lambda} \right) + T_0$$