

واجب منزلي 01

آخر اجل لإعادة الواجب يوم الاحد 2021/05/16

التمرين الأول: 1- نعتبر التوابع الحقيقية

$$f_1(x) = e^x, \quad f_2(x) = e^{2x}, \quad f_3(x) = e^{3x}$$

- هل المجموعة $\{f_1, f_2, f_3\}$ حرة ام مقيدة.

2- لتكن مجموعة التوابع الحقيقية

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad f_n: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f_n(x) = e^{nx}$$

- برهن ان العائلة $\{f_1, f_2, \dots, f_n\}$ حرة (يمكن استعمال البرهان بالتراجع).

التمرين الثاني: ليكن $A \in \mathbb{R}[X]$ كثير حدود غير معدوم ذو الدرجة d ولتكن المجموعة

$$H = \{P \in \mathbb{R}[X], \quad A \text{ divide } P\}$$

- برهن ان H فضاء شعاعي جزئي من $\mathbb{R}[X]$.

- عين فضاء شعاعي جزئي مكمل ل H في $\mathbb{R}[X]$.

التمرين الثالث : لتكن الفضاءات الشعاعية الجزئية من \mathbb{R}^4

$$E = \langle v_1 = (1,1,1,1), v_2 = (1,-1,1,-1) \rangle,$$

$$F_1 = \{ (x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4: x+y+z+t=0, 2x+y=0 \},$$

$$F_2 = \{ (x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4: y+t=0, x+z=0 \}$$

(1) عين أساس ل F_1 و أساس ل F_2 وبعديهما.

(2) هل الفضاءين (F_1, F_2) متكاملين؟ علل؟

(3) هل الفضاء بين (E, F_1) متكاملين؟ علل؟

التمرين الرابع:

لتكن المجموعة

$$F = \{P \in \mathbb{R}_3[X], \quad P(1) = 0, P(-1) = 0\}$$

(1) برهن أن F فضاء شعاعي جزئي من $\mathbb{R}_3[X]$ و عين أساسه و بعده.

(3) نضع $G = \langle 1, (X-1) \rangle$ برهن أنه مكمل ل F في $\mathbb{R}_3[X]$.