

واجب منزلي 01

آخر اجل لإعادة الواجب يوم الاحد 2021/05/16

التمرين الأول: 1- نعتبر التوابع الحقيقية

$$f_1(x) = e^x, \quad f_2(x) = e^{2x}, \quad f_3(x) = e^{3x}$$

- هل المجموعة $\{f_1, f_2, f_3\}$ حرة ام مقيدة.

2- لتكن مجموعة التوابع الحقيقية

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad f_n: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f_n(x) = e^{nx}$$

- برهن ان العائلة $\{f_n, f_1, f_2, \dots\}$ حرة (يمكن استعمال البرهان بالترافق).

التمرين الثاني: ليكن $A \in \mathbb{R}[X]$ كثير حدود غير معدوم ذو الدرجة d ولتكن المجموعة

$$H = \{P \in \mathbb{R}[X], \quad A \text{ divide } P\}$$

- برهن ان H فضاء شعاعي جزئي من $\mathbb{R}[X]$.

- عين فضاء شعاعي جزئي مكمل ل H في $\mathbb{R}[X]$.

التمرين الثالث: لتكن الفضاءات الشعاعية الجزئية من \mathbb{R}^4

$$E = \langle v_1 = (1, 1, 1, 1), v_2 = (1, -1, 1, -1) \rangle,$$

$$F_1 = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4: x + y + z + t = 0, 2x + y = 0\},$$

$$F_2 = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4: y + t = 0, x + z = 0\}$$

1) عين أساس ل F_1 و أساس ل F_2 وبعديهما.

2) هل الفضاءين (F_1, F_2) متكاملين؟ علل؟

3) هل الفضاء بين (E, F_1) متكاملين؟ علل؟

التمرين الرابع:

لتكن المجموعة

$$F = \{P \in \mathbb{R}_3[X], \quad P(1) = 0, P(-1) = 0\}$$

1) برهن أن F فضاء شعاعي جزئي من $\mathbb{R}_3[X]$ و عين أساسه و بعده.

3) نضع $G = \langle 1, (X-1) \rangle$ برهن أنه مكمل ل F في $\mathbb{R}_3[X]$.