UNIVERSITE MOHAMED SEDDIK BENYAHIA DE JIJEL
FACULTE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE
DEPARTEMENT D'AUTOMATIQUE
2ème année technologie

Interrogation :Théorie du signal durée :1h00

Exercice 1:

1) Représenter les signaux donnés par les expressions suivantes :
X1(t)=-sgn(t-2) ; x2(t)= sgn(t+2) ; x3(t)= x1(t) + x2(t) ; x4(t)= x1(t) +1

2) Construire le signal suivant : $x3(t) = 3rect\left(t-\frac{1}{2}\right) + rect(\frac{t-2}{2})$ puis donner une autre écriture du signal.

3)) Soit le signal x(t) = tu(t), calculer l'énergie , la puissance du signal puis donner la nature énergétique du signal.

4) Calculer les intégrales suivantes:

$$(a)\ \mathrm{I} = \int_{-\infty}^{+\infty} (t)\ \ \delta(t-4)dt \qquad (b)\ \ \mathrm{J} = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-|t|/2}\ \delta(t+2)dt$$

Exercice 2: Soit le signal périodique de période T définie comme suit :

$$x(t) = \begin{cases} \sin\omega_0 t & 0 \le t \le \frac{T}{2} \\ 0 & \frac{T}{2} \le t \le T \end{cases}$$

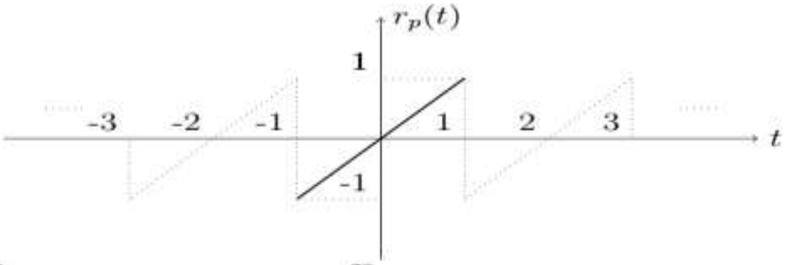
1) Représenter le graphe du signal x(t) au moins sur trois périodes.
2) Calculer les coefficients de Fourier .
3) Ecrire le développement en série de Fourier du signal.

****

mai 2023

Solution :

$$\mathrm{r(t)}_{,} = \begin{cases} t & \text{Si} \quad -1 < \mathrm{t} < +1 \\ 0 & \text{Si} \quad t\,\text{ailleurs} \end{cases}$$



$$r_p(t) = + \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n\, e^{-j\,n\,\omega\,t} = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n\, e^{-j\,n\,\omega\,t}$$

$$c_0 = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} r(t)\, dt = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} t\, dt == \frac{1}{2} \mid \frac{t^2}{2} \mid_{-1}^{1} = 0$$

$$c_n = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} r(t)\, e^{-j\,n\,\omega\,t}\, dt = \frac{1}{2} \int_{-1}^{1} t\, e^{-j\,n\,\omega\,t}\, dt$$

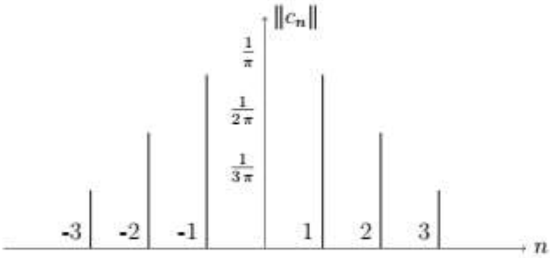
,

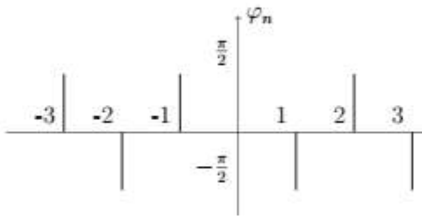
Intégration par partie :

$$c_n = \frac{1}{2} \mid \frac{t\, e^{-jn\pi t}}{-jn\pi} \mid_{-1}^{1} + \frac{1}{2jn\pi} \int_{-1}^{1} e^{-jn\pi t}\, dt = j\frac{(-1)^n}{n\pi}$$

c_n : imaginaire pure

$$\|c_1\| = \frac{1}{\pi} \quad \|c_2\| = \frac{1}{2\,\pi} \quad \|c_3\| = \frac{1}{3\,\pi} \quad \varphi_1 = -\frac{\pi}{2} \quad \varphi_2 = \frac{\pi}{2} \quad \varphi_3 = -\frac{\pi}{2}$$





Exercice 2 : On considére le signal periodique de période $T = 2\pi$, défini par la relation :

$$x(t) = \pi - |t| \ sur\ l'interval\ ]-\pi, +\pi[$$

a) Représenter le graphe du signal puis discuter sa parité..
b) Calculer les coefficients de Fourier.
c) Ecrire son développement en séries de Fourier.

Réponses :

a)….

b) $a_0 = \pi$,bn=0 $a_n = \frac{2}{\pi n^2}(1-(-1)^n)\ si\ n \neq 0$

c)…..

Solution de l'exercice 1 Il est facile de voir que la fonction f est paire, de sorte que les coefficients b_n sont tous nuls, et que

$$a_n(f) = \frac{2}{\pi}\int_0^\pi f(t)\cos(nt)\,\mathrm{d}t = 2\int_0^\pi \cos(nt)\,\mathrm{d}t - \frac{2}{\pi}\int_0^\pi t\cos(nt)\,\mathrm{d}t = \begin{cases} \frac{2}{\pi n^2}(1-(-1)^n) & \text{si } n \neq 0, \\ \pi & \text{si } n = 0. \end{cases}$$

On a donc :

$$SF(f)(t) = \frac{\pi}{2} + \sum_{k \geq 1} \frac{4}{\pi(2k+1)^2}\cos\left((2k+1)t\right).$$