

عموميات حول السلاسل الزمنية وتقدير مركباتها

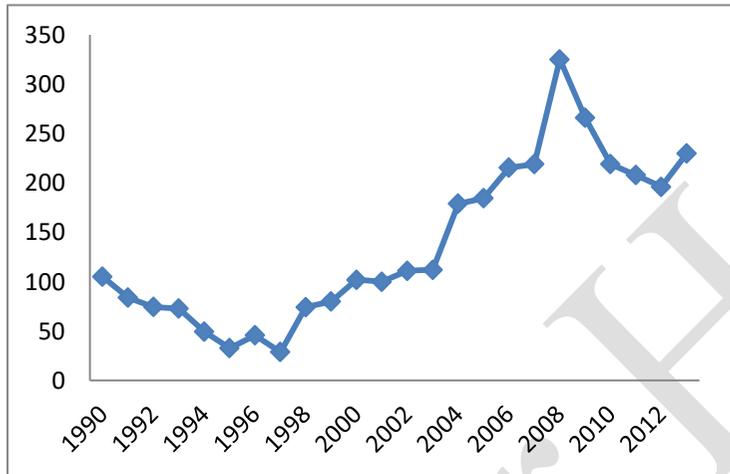
سيتم التطرق في هذا المحور إلى ماهية السلاسل الزمنية وكيفية تقدير مركباتها

1. تعريف السلسلة الزمنية Definition of Time Series

السلسلة الزمنية عبارة عن مجموعة من البيانات الكمية Y_t المتتالية خلال فترات زمنية t متساوية، قد تكون هذه البيانات يومية، أسبوعية، شهرية، فصلية أو سنوية.. إلخ، ترجع هذه البيانات إلى إحدى الظواهر الكونية (الاقتصادية أو الاجتماعية أو التعليمية أو الطبية أو غيرها). كل ما تكون قيم السلسلة الزمنية متقاربة بالنسبة للزمن تكون أكثر ترابط فيما بينها.

• مثال عن سلسلة زمنية

الشكل 01: تمثيل بياني لتطور الإيرادات السياحية الجزائرية



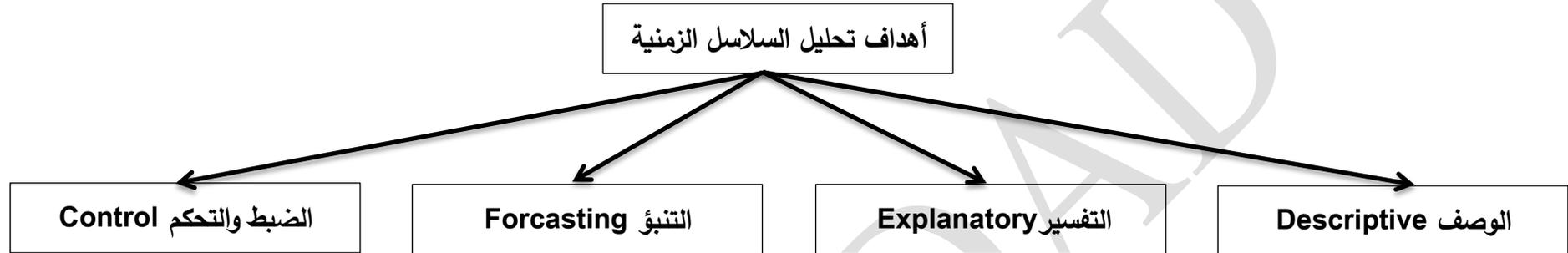
الجدول 01: تطور الإيرادات السياحية الجزائرية من 1990م إلى 2013م

الوحدة: مليون دولار

السنوات	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997
الإيرادات السياحية	105	83.9	74.4	72.8	49.5	32.7	45.8	28.8
السنوات	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
الإيرادات السياحية	74.3	80	102	100	111	112	179	184.5
السنوات	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
الإيرادات السياحية	215.5	219	325	266	219	208	196	230

عموميات حول السلاسل الزمنية وتقدير مركباتها

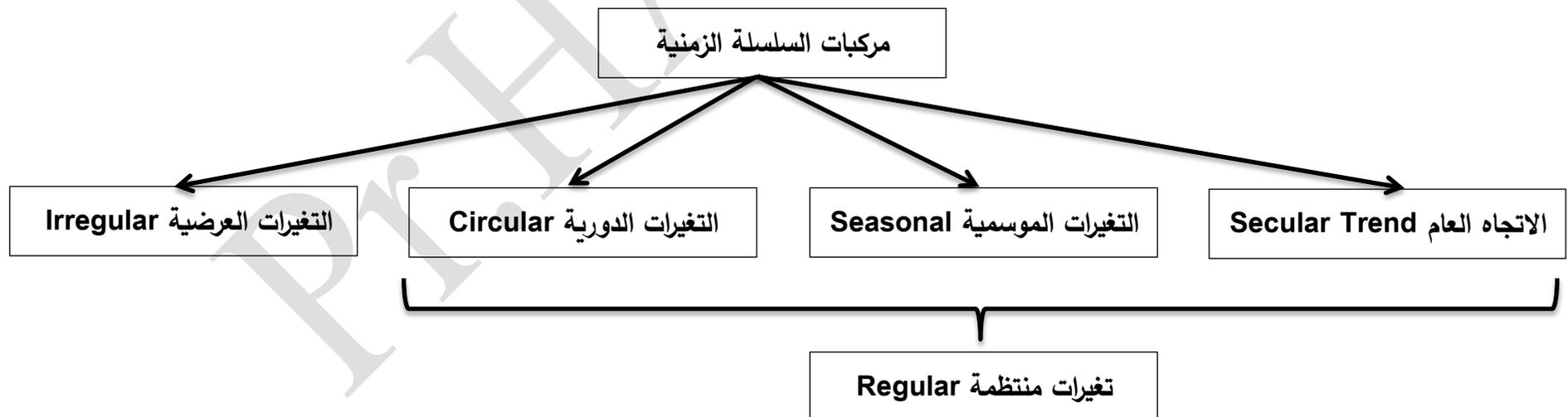
2. أهداف تحليل السلاسل الزمنية Objectives of time series analysis



3. مركبات السلاسل الزمنية

تتكون السلاسل الزمنية من مجموعة من العناصر المختلفة تعرف بمركبات السلسلة الزمنية، تتمثل في الاتجاه العام، التغيرات الموسمية، التغيرات الدورية والتغيرات العشوائية (العرضية أو الفجائية أو غير المنتظمة). ومنه يمكن التعبير عن السلسلة الزمنية بدالة من الشكل:

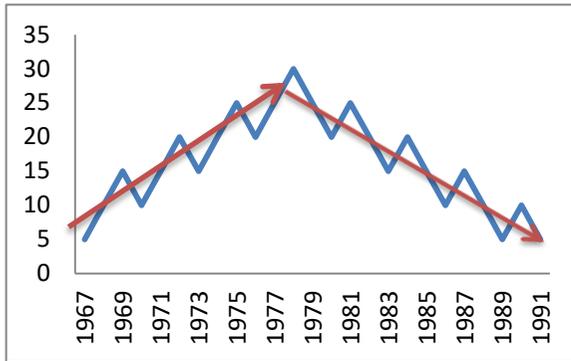
$$Y_t = f(T, S, C, I)$$



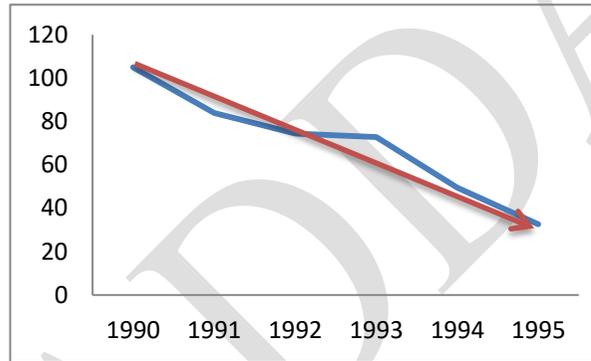
عموميات حول السلاسل الزمنية وتقدير مركباتها

- **الاتجاه العام:** هو الحركة المنتظمة للسلسلة الزمنية التي تعكس النمو أو الركود على المدى الطويل أي خلال فترات زمنية طويلة كالكثافة السكانية، الناتج المحلي الخام، التطور التكنولوجي... يوجد نوعين من الاتجاه العام؛ الاتجاه العام الخفي قد يكون تصاعدي ذو اتجاه موجب (انظر الشكل 02) أو تنازلي ذو اتجاه سالب (انظر الشكل 03)، واتجاه عام غير خطي (انظر الشكل 04).

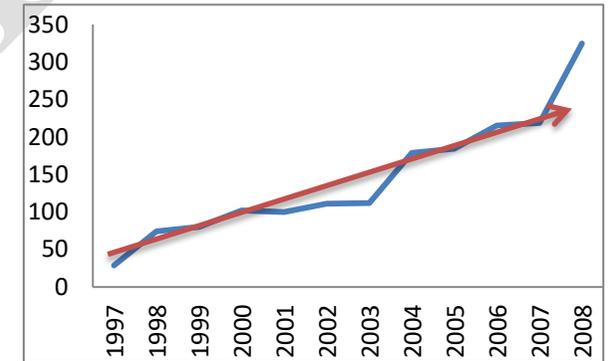
الشكل 04: سلسلة زمنية ذات اتجاهين



الشكل 03: سلسلة زمنية ذات اتجاه سالب

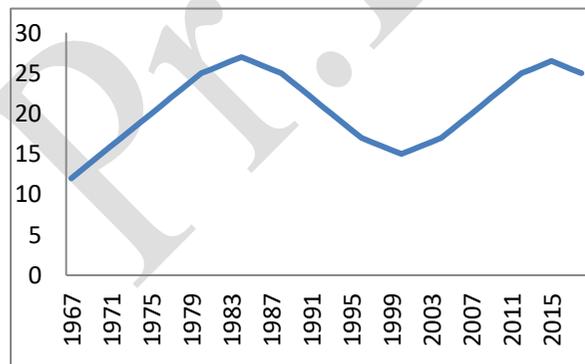


الشكل 02: سلسلة زمنية ذات اتجاه موجب

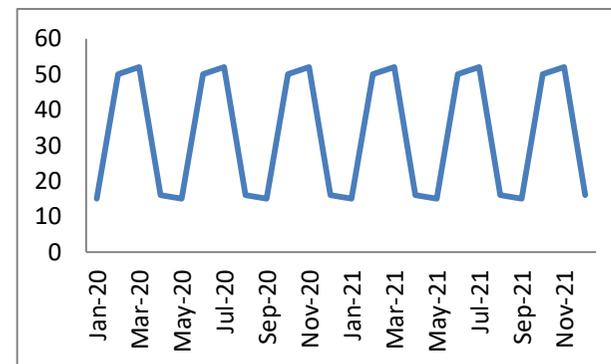


- **التغيرات الموسمية:** هي تغيرات منتظمة تحدث بشكل دوري على المدى القصير (الأشهر، الفصول...). تتكرر بصفة دورية خلال السنوات اللاحقة، ناتجة عن عدة أسباب كأحوال الطقس، العادات والتقاليد...
- **التغيرات الدورية:** هي تغيرات منتظمة تحدث خلال فترات طويلة ومتباعدة تقدر بالسنوات، تمثيلها البياني يشبه دالة الجيب والجيب تمام.

الشكل 06: سلسلة زمنية ذات تغيرات دورية



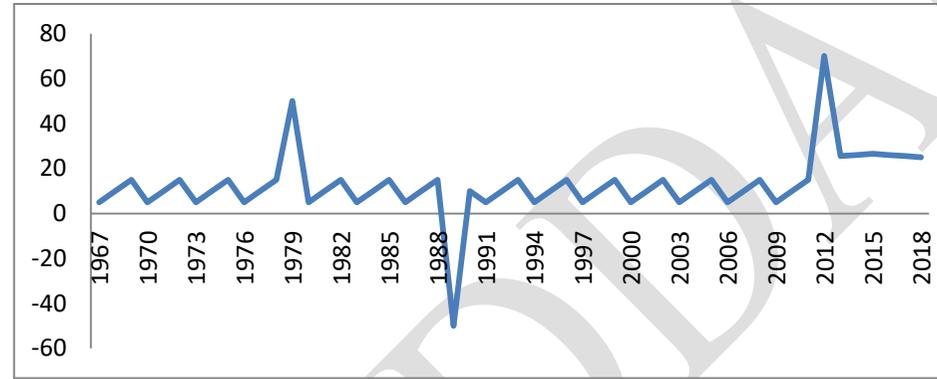
الشكل 05: سلسلة زمنية ذات تغيرات موسمية



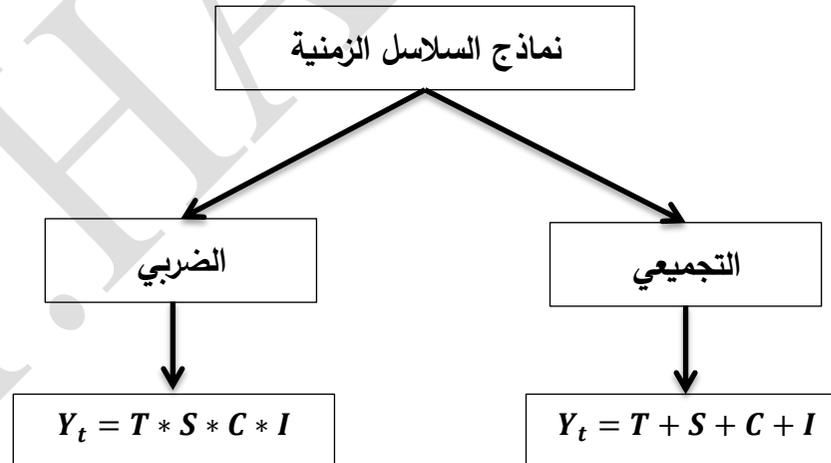
عموميات حول السلاسل الزمنية وتقدير مركباتها

- التغيرات العرضية: هي تغيرات غير منتظمة تحدث بشكل مفاجئ، لا يمكن قياسها ولا التنبؤ بها كالتغيرات التي تحدث للنشاط الاقتصادي بسبب الزلازل، البراكين، الفيضانات، الحروب...

الشكل 07: سلسلة زمنية ذات تغيرات عشوائية



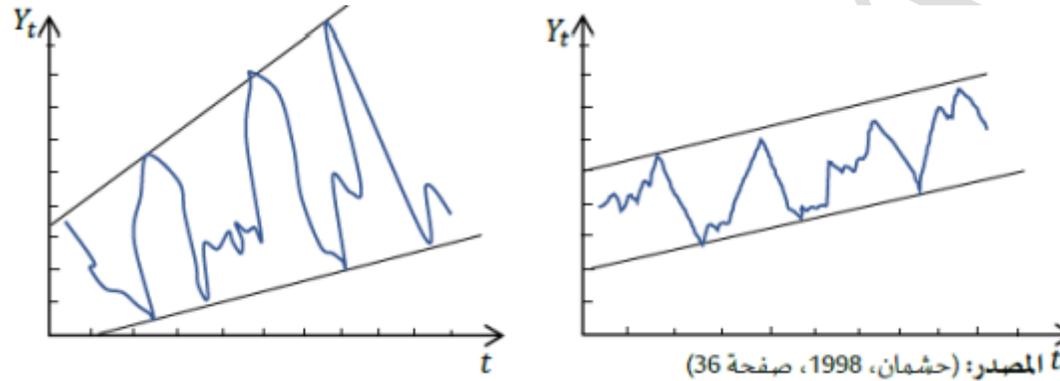
4. نماذج السلاسل الزمنية



عموميات حول السلاسل الزمنية وتقدير مركباتها

- يتم التعبير عن السلسلة الزمنية بالنموذج التجميعي إذا كان المتوسط الحسابي والانحراف المعياري ثابتين بالنسبة لوحد من الزمن.
- يتم الحصول على نموذج تجميعي إذا تم ادخال اللوغاريتم على النموذج الضربي
- يمكن معرف نوع النموذج المعتمد في التعبير عن السلسلة الزمنية بيانيا كما يلي:

الشكل 08: النموذج التجميعي والنموذج الضربي



- يتم الاعتماد على طريقة المربعات الصغرى لمعرفة النموذج وذلك بحساب معامل الانحدار \hat{b} للمعادلة التالية:

$$\sigma_i = a + b\bar{Y}_i$$

حيث: σ_i الانحرافات السنوية

\bar{Y}_i المتوسطات السنوية

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^m \sigma_i \bar{Y}_i - m \bar{\sigma} \bar{Y}}{\sum_{i=1}^m \bar{Y}_i^2 - m \bar{Y}^2}$$

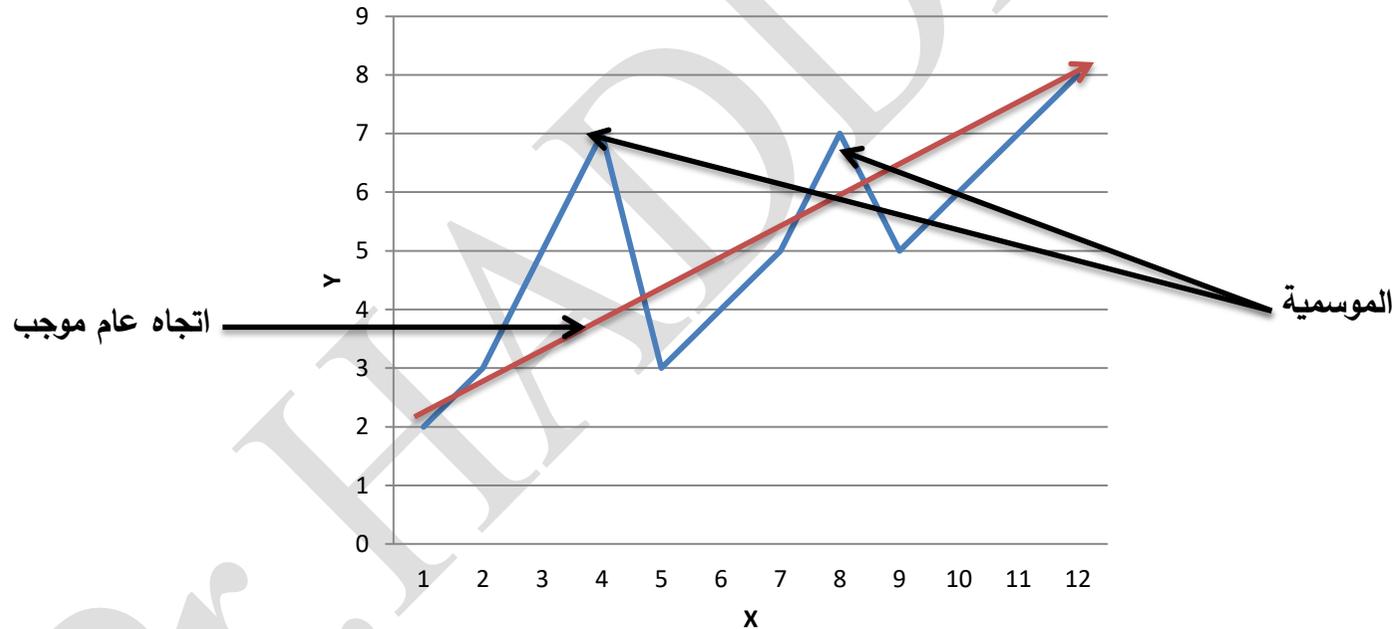
- إذا كان $\hat{b} < 0.05$ فإن السلسلة الزمنية تجميعية
- إذا كان $\hat{b} > 0.1$ فإن السلسلة الزمنية جدائية

عموميات حول السلاسل الزمنية وتقدير مركباتها

مثال: الجدول التالي يمثل قيم السلسلة الزمنية Y_t الفصلية خلال 3 سنوات:

السنة	2019				2020				2021				المجموع
X_t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	78
Y_t	2	3	5	7	3	4	5	7	5	6	7	8	62

1. التمثيل البياني لمعطيات الجدول



يتضح من خلال الجدول والشكل البياني المقابل له وجود أثر مركبة الاتجاه العام (اتجاه خطي موجب) وأثر الموسمية.

سنحاول في ما يلي تقدير مركبة الاتجاه العام ومركبة الموسمية بمختلف الطرق التي تناولناها سابقا.

عموميات حول السلاسل الزمنية وتقدير مركباتها

2. تقدير مركبة الاتجاه العام T

1.2. طريقة المتوسطات النصفية

أولاً: تقسيم السلسلة إلى نصفين متساويين

X_t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Y_t	2	3	5	7	3	4	5	7	5	6	7	8

النصف الأول

$$\begin{cases} \bar{X}_1 = \frac{\sum_{t=1}^6 X_t}{6} = \frac{21}{6} = 3.5 \\ \bar{Y}_1 = \frac{\sum_{t=1}^6 Y_t}{6} = \frac{24}{6} = 4 \end{cases}$$

النصف الأول

ثانياً: حساب المتوسطات الحسابية

$$\begin{cases} \bar{X}_2 = \frac{\sum_{t=7}^{12} X_t}{6} = \frac{57}{6} = 9.5 \\ \bar{Y}_2 = \frac{\sum_{t=7}^{12} Y_t}{6} = \frac{38}{6} = 6.33 \end{cases}$$

ثالثاً: حساب المعلمات

$$\hat{b} = \frac{\bar{Y}_2 - \bar{Y}_1}{\bar{X}_2 - \bar{X}_1} = \frac{6.33 - 4}{9.5 - 3.5} = \frac{2.33}{6} = 0.38$$

$$\hat{a} = \bar{Y}_1 - \hat{b}\bar{X}_1 = 4 - 0.38(3.5) = 2.67$$

ومنه فإن معادلة الاتجاه العام:

$$\hat{Y} = 2.67 + 0.38X$$

عموميات حول السلاسل الزمنية وتقدير مركباتها

2.2. طريقة المربعات الصغرى

السنة	X_t	Y_t	X_t^2	$X_t Y_t$	\hat{Y}_t	$\varepsilon_t^2 = (Y_t - \hat{Y}_t)^2$	$SCE = (\hat{Y}_t - \bar{Y})^2$
2019	1	2	1	2	3.89	3.57	1.61
	2	3	4	6	4.3	1.69	0.73
	3	5	9	15	4.71	0.08	0.20
	4	7	16	28	5.12	3.53	0
2020	5	3	25	15	5.53	6.40	0.13
	6	4	36	24	5.94	3.76	0.6
	7	5	49	35	6.35	1.82	1.41
	8	7	64	56	6.76	0.05	2.56
2021	9	5	81	45	7.17	4.70	4.04
	10	6	100	60	7.58	2.49	5.85
	11	7	121	77	7.99	0.98	8.00
	12	8	144	96	8.4	0.16	10.49
المجموع	78	62	650	459	73.74	29.23	39.62

$$\bar{X} = \frac{\sum_{t=1}^{12} X_t}{12} = \frac{78}{12} = 6.5$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum_{t=1}^{12} Y_t}{12} = \frac{62}{12} = 5.16$$

$$\hat{b} = \frac{\sum XY - n\bar{X}\bar{Y}}{\sum X^2 - n\bar{X}^2} = \frac{459 - 12(6.5)(5.12)}{650 - 12(6.5)^2} = \frac{59.64}{143} = 0.41$$

$$\hat{a} = 5.16 - 0.41(6.5) = 3.48$$

ومنه فإن معادلة الاتجاه العام:

$$\hat{Y} = 3.48 + 0.41X$$

يتم تعويض قيم X في معادلة الاتجاه العام وحساب القيم المقدرة (الاتجاهية) \hat{Y}_t (انظر الجدول المقابل).

يتم حساب مربعات الأخطاء (البواقي) ε_t^2 من خلال العلاقة التالية:

$$\varepsilon_t^2 = (Y_t - \hat{Y}_t)^2$$

عموميات حول السلاسل الزمنية وتقدير مركباتها

• دراسة معنوية المعلمات

نعمد على اختبار ستيودنت من أجل دراسة معنوية المعلمات المقدرة a و b كل على حدا

• دراسة معنوية b

1. نرفض فرضيتين:

$$\begin{cases} H_0: b = 0 \\ H_1: b \neq 0 \end{cases}$$

2. نحسب تباين الخطأ العشوائي $V(\varepsilon_t)$:

$$V(\varepsilon_t) = \frac{SCR}{n-k} = \frac{\sum_{t=1}^n \varepsilon_t^2}{n-k} = \frac{\sum_{t=1}^n (Y_t - \hat{Y}_t)^2}{n-k}$$

حيث:

SCR : التباين غير المفسر

k : عدد المعلمات

$$V(\varepsilon_t) = \frac{29.23}{10} = 2.92$$

3. نحسب تباين المعلمة b , $V(\hat{b})$:

$$V(\hat{b}) = \frac{V(\varepsilon_t)}{\sum_{t=1}^n X_t^2 - n\bar{X}^2}$$

$$V(\hat{b}) = \frac{2.92}{143} = 0.02$$

4. نحسب إحصائية ستيودنت t_c :

$$|t_c| = \left| \frac{\hat{b} - b}{\sqrt{V(\hat{b})}} \right| = \frac{0.41}{\sqrt{0.02}} = 2.89$$

5. نقارن إحصائية ستيودنت المحسوبة $|t_c|$ مع الجدولة $t_{tab(n-k, 0.05)}$

$$|t_c| = 2.89 > t_{tab(10, 0.05)} = 2.228$$

إذا نرفض الفرضية الصفرية H_0 ونقبل الفرضية البديلة H_1 أي أن b معنوي

• لدراسة معنوية a نتبع نفس الخطوات السابقة، بالإضافة إلى حساب تباين المعلمة

$$V(\hat{a}), a$$

$$V(\hat{a}) = \frac{V(\varepsilon_t)}{n} + \bar{X}^2 V(\hat{b})$$

$$V(\hat{a}) = \frac{2.92}{12} + (6.5)^2 (0.02) = 1.08$$

$$|t_c| = \left| \frac{\hat{a} - a}{\sqrt{V(\hat{a})}} \right| = \frac{3.48}{\sqrt{1.08}} = 3.34$$

$$|t_c| = 3.34 > t_{tab(10, 0.05)} = 2.228$$

إذا نرفض الفرضية الصفرية H_0 ونقبل الفرضية البديلة H_1 أي أن a معنوي

• دراسة المعنوية الإجمالية

$$H_0: a = b = 0$$

$$H_1: a \neq b \neq 0$$

• جدول تحليل التباين ANOVA: (n: عدد المشاهدات k: عدد المعلمات)

المصدر	درجة الحرية	مجموع المربعات	متوسط المربعات	فيشر المحسوبة F_c
الانحدار	k-1	$SCE = \sum (\hat{Y}_t - \bar{Y})^2$	$SCE / k - 1$	$F_c = \frac{SCE / k - 1}{SCR / n - k}$
البواقي	n-k	$SCR = \sum (Y_t - \hat{Y}_t)^2$	$SCR / n - k$	
المجموع	n-1	$SCT = \sum (Y_t - \bar{Y})^2$	$SCT / n - 1$	

عموميات حول السلاسل الزمنية وتقدير مركباتها

3. تقدير المركبات الموسمية S

1.3. طريقة المتوسطات البسيطة

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	المجموع
\bar{SI}	3.33	4.33	5.66	7.33	20.65
S	64.50	83.87	109.63	141.98	≈ 400

$$\bar{SI} = \frac{2 + 3 + 5}{3}$$

$$S = \frac{400(4.33)}{20.65}$$

2.3. طريقة النسبة إلى الأوساط المتحركة

Y_t	2	3	5	7	3	4	5	7	5	6	7	8
MA	-	-	4.37	4.62	4.75	4.75	5	5.5	6	5.72	-	-
SI	-	-	1.14	1.51	0.63	0.84	1	1.27	0.83	1.04	-	-

$$\frac{0.63 + 0.83}{2} = 0.73$$

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	المجموع
\bar{SI}	0.73	0.94	1.07	1.39	4.13
S	70.70	91.04	103.63	134.62	≈ 400

• جدول تحليل التباين ANOVA:

المصدر	درجة الحرية	مجموع المربعات	متوسط المربعات	فيشر المحسوبة F_c
الانحدار	1	$SCE = 39.62$	$39.62/1$	$F_c = \frac{39.62}{2.92} = 13.56$
البواقي	10	$SCR = 29.23$	$29.23/10$	
المجموع	11	$SCT = 68.85$	$68.85/11$	

$$F_c = 13.56 > F_{tab} = 4.103$$

إذا نرفض الفرضية الصفرية H_0 ونقبل الفرضية البديلة H_1 أي أن معادلة الاتجاه العام معنوية إجمالاً أي توجد على الأقل معلمة معنوية (السلسلة الزمنية تحتوي على اتجاه عام)

3.2. طريقة المتوسطات (الأوساط) المتحركة

لا تسمح هذه الطريقة بتقدير معادلة الاتجاه العام وإنما تقوم بتمهيد السلسلة وإزالة أثر المركبة الموسمية والمركبة العرضية، إذ يتبقى في السلسلة أثر مركبة الاتجاه العام والمركبة الدورية إن وجدت.

Y_t	2	3	5	7	3	4	5	7	5	6	7	8
MA(4)			4.25	4.5	4.75	4.75	4.75	5.25	5.75	6.25	5.2	
MA	-	-	4.37	4.62	4.75	4.75	5	5.5	6	5.72	-	-

$$\frac{4.25 + 4.5}{2}$$

$$\frac{2 + 3 + 5 + 7}{4}$$

عموميات حول السلاسل الزمنية وتقدير مركباتها

3.3. طريقة النسبة إلى الاتجاه العام

Y_t	2	3	5	7	3	4	5	7	5	6	7	8
\hat{Y}_t	3.89	4.3	4.71	5.12	5.53	5.94	6.35	6.76	7.17	7.58	7.99	8.4
SI	0.51	0.69	1.06	1.36	0.54	0.67	0.78	1.03	0.69	0.79	0.87	0.95

$$\frac{0.51 + 0.54 + 0.69}{3}$$

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	المجموع
\bar{SI}	0.58	0.71	0.98	1.11	3.38
S	68.63	84.02	115.97	131.36	≈ 400

$$\frac{100 * 4 * 0.58}{3.38}$$

تَعْلَمُ فَلَيْسَ الْمَرْءُ يُولَدُ عَالِمًا وَلَيْسَ أَخُو عِلْمٍ كَمَنْ هُوَ جَاهِلٌ
وَأَنَّ كَبِيرَ الْقَوْمِ لَا عِلْمَ عِنْدَهُ صَغِيرٌ إِذَا انْتَفَتَّ عَلَيْهِ الْجَحَافِلُ
وَأَنَّ صَغِيرَ الْقَوْمِ إِنْ كَانَ عَالِمًا كَبِيرٌ إِذَا رُدَّتْ إِلَيْهِ الْمَخَافِلُ