

Matière : Maths 1

Série de TD N°1

Exercice 1 : Nier les propositions suivantes (nier = : donner la négation)

- 1) Tout triangle rectangle possède un angle droit.
- 2) Dans toutes les écuries, tous les chevaux sont noirs.
- 3) Tous les étudiants de l'université de Jijel qui préparent leurs exercices régulièrement, réussiront leur année et finiront leur licence en 3 années.

Exercice 2 :

a. En utilisant les tables de vérité, démontrer que:

$$1) (p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\bar{p} \vee q) \Leftrightarrow (\bar{q} \Rightarrow \bar{p}), \quad 2) \{(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)\} \Rightarrow \{p \Rightarrow r\}, \quad 3) \bar{p} \vee \bar{q} \Leftrightarrow \overline{p \wedge q}$$
$$4) \overline{p \vee q} \Leftrightarrow \bar{p} \wedge \bar{q}, \quad 5) p \Rightarrow (q \Rightarrow p), \quad 6) \overline{p \Rightarrow q} \Leftrightarrow p \wedge \bar{q}$$

b. A l'aide de la méthode des tables de vérité, dites si les formules suivantes sont des tautologies

$$1) p \Rightarrow (p \vee q), \quad 2) p \Rightarrow p, \quad 3) (\bar{p} \vee q) \vee p, \quad 4) (p \Rightarrow q) \vee (\bar{p} \Rightarrow q)$$
$$5) \{(p \wedge q) \vee r\} \Leftrightarrow (p \vee r) \wedge (q \vee r), \quad 6) (p \vee q) \wedge r \Leftrightarrow (p \wedge r) \vee (q \wedge r)$$

Exercice 3 :

a. Compléter les pointillés par le connecteur logique qui s'impose : $\Rightarrow$, $\Leftarrow$, $\Leftrightarrow$

- 1) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 = 4 \dots x = 2$,
- 2) $\forall z \in \mathbb{C}, z = \bar{z} \dots z \in \mathbb{R}$,
- 3) $\forall x \in \mathbb{R}, x = \pi \dots e^{2ix} = 1$,
- 4) f est croissante $\dots f'$ est positive.

b. Donner la négation de 1) et 2).

Exercice 4 : Dire si les propositions suivantes sont vraies ou fausses puis donner leur négation.

- 1) 152 est un multiple de 19 et 4 divise 167
- 2) 152 est un multiple de 19 ou 4 divise 167
- 3) $(\exists x \in \mathbb{R}, x + 1 = 0)$ et $(\exists x \in \mathbb{R}, x + 2 = 0)$
- 4) $(\exists x \in \mathbb{R}, x + 1 = 0)$ ou $(\exists x \in \mathbb{R}, x + 2 = 0)$

Exercice 5 :

Donner les éléments de : $\mathcal{P}(\{0,1,2\})$, $\mathcal{P}(\mathcal{P}(\emptyset))$, $\mathcal{P}(\mathcal{P}(\{0,1\}))$.

Exercice 6 :

1. Montrer que si $a, b \in \mathbb{Q}$ alors $a + b \in \mathbb{Q}$ (**Raisonnement direct**)
2. Soit $n \in \mathbb{N}$. Montrer que si n^2 est pair alors n est pair (**Raisonnement par contraposition**)
3. Soient $a, b \geq 0$. Montrer que si $\frac{a}{1+b} = \frac{b}{1+a}$ alors $a = b$ (**Raisonnement par l'absurde**)
4. Montrer par **récurrence** que : pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

Exercice supplémentaire :

- 1) "S'il pleut alors je prends mon parapluie"
"Si je ne prends pas mon parapluie, c'est qu'il ne pleut pas".
- 2) Traduire en mathématique l'énoncé "Tout nombre réel est majoré par un entier".
- 3) Traduire en français l'énoncé $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$